

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE
SECUNDARIA, BACHILLERATO, CICLOS, ESCUELAS DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS
DEPORTIVAS

**PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DE 3º ESO:
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DESDE LA
FUSIÓN DE LA CLASE MAGISTRAL CON EL
APRENDIZAJE COOPERATIVO Y LA
GAMIFICACIÓN**

Presentado por:

Fco. Emilio Torres Sánchez

Dirigido por:

D. Juan Pedro Barberá Cebolla

2021/2022

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer el tiempo dedicado por mi tutor del cual he aprendido mucho durante todo el máster y especialmente con la elaboración del TFM. Ha estado siempre pendiente de mi trabajo, me ha ayudado en nuevos apartados que no conocía y su respuesta ha sido amable e inmediata.

También quiero acordarme de mi tutor de las prácticas, donde tuve mi primera experiencia docente la cual fue muy gratificante e ilusionante.

Por supuesto, quiero acabar esta ronda de agradecimiento con mis padres y hermana, por el apoyo mostrado durante todo el máster y mi carrera académica, que ha servido de ayuda y motivación de cara a todos los obstáculos que han aparecido en el camino.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.-INTRODUCCIÓN-JUSTIFICACIÓN DEL TEMA OBJETO DE ESTUDIO DEL TFM	1
1.2.- PRESENTACIÓN DE CAPÍTULOS DEL TFM.....	2
II. MARCO TEÓRICO.....	3
III. OBJETIVOS.....	10
3.1.- OBJETIVO GENERAL	11
3.2.- OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	11
IV. MÉTODO	11
V. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA.....	18
5.1.- MARCO NORMATIVO ESTATAL Y AUTONÓMICO DE REFERENCIA	19
5.2.- CONTEXTUALIZACIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO.....	20
5.3.- PRESENTACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA/ MÓDULO DE TRABAJO DEL CENTRO DONDE SE HAN REALIZADO LAS PRÁCTICAS	24
5.4.- ANÁLISIS CRÍTICO DE LA PROGRAMACIÓN PRESENTADA Y PROPUESTAS DE INNOVACIÓN Y MEJORA.....	39
VI. DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA / UNIDAD DE TRABAJO PROPUESTA	43
VII. CONCLUSIONES	77
VIII LIMITACIONES Y POSIBILIDADES DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA.....	80
IX REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82
X ANEXO.....	87
ANEXO I: EVALUACIÓN INICIAL POR <i>EDUCAPLAY</i>	88
ANEXO II: EVALUACIÓN.....	90
ANEXO III: LABERINTO DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.....	92
ANEXO IV: TRIVIAL-DADO DE ECUACIONES	93
ANEXO V: CLASE DE GEOGEBRA	94
ANEXO VI: RELACIÓN DE EJERCICIOS	97

ÍNDICE DE TABLAS

<i>TABLA 1</i>	40
<i>TABLA 2</i>	43
<i>TABLA 3</i>	47
<i>TABLA 4</i>	49
<i>TABLA 5</i>	51
<i>TABLA 6</i>	53
<i>TABLA 7</i>	56
<i>TABLA 8</i>	57
<i>TABLA 9</i>	61
<i>TABLA 10</i>	63
<i>TABLA 11</i>	66
<i>TABLA 12</i>	69
<i>TABLA 13</i>	71
<i>TABLA 14</i>	73
<i>TABLA 15</i>	75
<i>TABLA 16</i>	91

RESUMEN

Esta programación didáctica recoge todo lo aprendido y practicado en el Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Se podrá apreciar una mezcla entre el aprendizaje tradicional con el aprendizaje actual, apoyado del aprendizaje cooperativo y el aprendizaje basado en juegos.

Las matemáticas siempre han sido una asignatura que no es del gusto del alumnado, ya sea por su concepto abstracto o tal vez por el abuso de clases magistrales ejercidas en ella, donde se explicaba la teoría necesaria y se excedía demasiado en los ejercicios. Esto no quiere decir que la teoría explicada en pizarra y los ejercicios vayan a desaparecer, de hecho, seguirán estando presentes, aunque, por supuesto, no enfocarán toda la hora de las sesiones. La teoría es importante para asentar las bases de los conocimientos a adquirir, acompañado de la realización de ejercicios. La realización ejercicios, además, mejorará la exigencia y disciplina del alumnado.

La realidad es que las matemáticas es uno de los campos más importantes en la sociedad. El principal objetivo de esta programación es hacerle ver a los alumnos de la importancia de la asignatura, en especial de las ecuaciones. Para atraer su atención, se realizarán clases tales que el alumno será el protagonista, ya que favorecerá en la mejora educativa de cada uno y en el dinamismo de la clase. En general, se provocará el continuo debate entre profesor-alumno.

No se dejará en el olvido el impulso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Al finalizar la unidad, se hará una o dos sesiones de *GeoGebra*, para que el alumnado conozca un poquito más de la resolución de ecuaciones a través de un software.

En definitiva, se va a desarrollar una programación didáctica con el objetivo de fusionar la clase magistral con un aprendizaje más innovador, mediante tareas cooperativas y el uso de las TIC.

Palabras Clave: Ecuaciones, clase magistral, aprendizaje cooperativo, aprendizaje significativo, GeoGebra.

ABSTRACT

This didactic programme brings together everything learnt and practised in the Master's Degree in Compulsory Secondary Education, Baccalaureate, Vocational Training and Language Teaching. You will be able to appreciate a mix between traditional learning and current learning, supported by cooperative learning and game-based learning.

Mathematics has always been a subject that is not to the students' liking, either because of its abstract concept or perhaps because of the abuse of master classes, where the necessary theory was explained and the exercises were overdone. This does not mean that the theory explained on the blackboard and the exercises will disappear, in fact, they will continue to be present, although, of course, they will not focus the whole hour of the sessions. Theory is important to lay the foundations of the knowledge to be acquired, accompanied by exercises. Exercises will also improve the demand and discipline of the students.

The reality is that mathematics is one of the most important fields in society. The main objective of this programme is to make students aware of the importance of the subject, especially equations. In order to attract their attention, classes will be conducted in such a way that the student will be the protagonist, as this will favour the educational improvement of each student and the dynamism of the class. In general, continuous teacher-student discussion will be encouraged.

The use of Information and Communication Technologies (ICT) will not be forgotten. At the end of the unit, there will be one or two GeoGebra sessions, so that students can learn a little more about solving equations using software.

In short, a teaching programme will be developed with the aim of merging the master class with more innovative learning, through cooperative tasks and the use of ICT.

Key Words: Equations, master class, cooperative learning, meaningful learning, GeoGebra.

I. INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

1.1.-Introducción-Justificación del tema objeto de estudio del TFM

El siguiente trabajo expone una programación didáctica planificada para alumnos del curso de 3º E.S.O. que estudiarán la resolución de ecuaciones y sus distintos tipos, así como otros muchos conceptos dentro del apartado de álgebra. En esta programación, se pondrá en práctica todos los tipos de aprendizaje aportados por el Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

La programación contiene una mezcla de enseñanzas con la intención de motivar al alumnado y procurar el dinamismo de las clases. Se podrá apreciar diferentes tipos de clases. Primero, habrá clases magistrales, que servirán para explicar e introducir los principales conceptos. Estas clases magistrales se verán acompañadas de tareas cooperativas, para que los alumnos aprendan a relacionarse entre ellos y sean capaces de estudiar en conjuntos temas nuevos propuestos. Como comenta el experto en comunicación, Lobato (2018), para conseguir el éxito del aprendizaje cooperativo, es necesario la existencia de compromiso dentro del grupo, que todos asuman responsabilidades para obtener el objetivo final.

Durante toda la unidad, los alumnos se apoyarán del aprendizaje significativo, para relacionar conceptos nuevos de la resolución de ecuaciones y lo visto anteriormente.

No se olvidará el impulso de las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC). Los profesores del colegio CEU San Pablo Montepíncipe (2018), definen las TIC como ‘el conjunto de técnicas y dispositivos basados en las nuevas herramientas tecnológicas y a los distintos soportes y canales de información y comunicación’. Las TIC dentro del aula tiene muchos beneficios, como la motivación del estudiante, el interés, la interactividad y la actitud participativa de los alumnos, la creatividad... Dentro de esta unidad se hará especial hincapié al uso del software *GeoGebra*. *GeoGebra* ‘Es una herramienta informática de considerable e incuestionable apoyo dentro del proceso de enseñanza, aprendizaje y recreación de la Matemática’ (Benavides et al. 2021). Es un recurso necesario para aprender, estudiar y recrear contenido matemático, como es en este caso el estudio de resolución de ecuaciones.

1.2.- Presentación de Capítulos del TFM

En este apartado se presentarán los capítulos que componen el TFM, haciendo una breve descripción de lo que el lector podrá encontrar en cada uno de ellos. También se establecerán las relaciones que tienen entre ellos y los aspectos más importantes de cada uno de ellos.

El primer capítulo que se encontrará es el de Marco Teórico. Se realizará una descripción de lo que se analizará en el Trabajo. Se explica los aprendizajes empleados, diferenciando claramente el tradicional con el uso de TIC y actividades cooperativas. Todas estas explicaciones se ven reforzadas por la opinión y el uso por psicólogos y pedagogos de alto reconocimiento.

A continuación, se verá los Objetivos del Trabajo. El principal objetivo de la programación es el de motivar al alumnado y darle a conocer la importancia de la asignatura de matemáticas en su presente y en un futuro cercano.

De seguida, se especifica la Metodología usada. Se le dará importancia al uso de la clase magistral para introducir los conceptos, acompañados de tareas cooperativas para la interrelación entre alumnos y su consiguiente comunicación. No se puede olvidar el empleo del aprendizaje significativo, aquel en el que los alumnos se apoyan de lo visto y estudiado anteriormente para adquirir las nuevas ideas. Por último, habrá sesiones dedicadas al impulso de las tecnologías.

Una vez visto el Marco Teórico, los Objetivos y la Metodología, se entra de lleno en la programación didáctica. Se comenzará analizando el marco normativo estatal y la contextualización del centro. Después se realizará un análisis crítico de la programación presentada y unas propuestas de mejora.

Se desarrollará la unidad didáctica propuesta. En este caso, se ha presentado una unidad didáctica de 13 sesiones (12 sesiones más 1 sesión en la sala de tecnología para introducir GeoGebra).

En la Unidad se ve todo lo introducido anteriormente, es decir, los objetivos a alcanzar, la metodología empleada y las distintas técnicas de aprendizaje.

II. MARCO TEÓRICO

2. MARCO TEÓRICO

En toda la unidad existirá un apoyo del aprendizaje tradicional, forjado de clases magistrales que introducen los nuevos conceptos a enseñar. Hay ventajas clarividentes de las clases magistrales como ofrecer al estudiante la oportunidad de ser motivado por quienes ya son expertos en el conocimiento de una determinada disciplina, como afirma Enkvist (2017) ‘Los niños tienen que desarrollar hábitos sistemáticos de trabajo y para eso necesitan que un adulto los guíe’.

No obstante, el uso unitario de clases magistrales puede llegar a aborrecer y desilusionar al resto del alumnado. Uno de los grandes profesores de la educación secundaria del país, Pérez (2022), compara la duración de las clases con la dedicación de algunos profesores a la clase magistral. Si durante seis horas (que es lo que dura un día de clases en secundaria) se dedica a explicar y mandar ejercicios, los alumnos pueden llegar a desconectarse. A día de hoy, el alumno debe tener un gran protagonismo en clase. Como dice el propio Antonio, el profesor tiene que ‘primero, motivar, y luego saber transmitir y ser un comunicador’.

Cada vez son más los docentes que se atreven a revolucionar sus sesiones. A partir de la resolución de retos o la gamificación se van arrinconando las clases magistrales, o al menos, se van reduciendo. Como comenta Fanjul (2017), lo que se busca es que el alumno tenga una participación más activa en el proceso de aprendizaje. ‘Esta forma de trabajar fomenta otras habilidades como el trabajo en equipo, la cooperación, la escucha activa, la habilidad comunicativa, etc’ (Calatayud, 2017).

El escritor Fanjul relata algunos colegios e institutos que han puesto en práctica estas metodologías. Por ejemplo, el Liceo Europeo no tiene libro de texto, sino que son los propios alumnos mediante estudios e investigaciones quienes componen sus propios apuntes. La coordinadora de bachillerato de dicho centro, Esther Arama, recalca en que gracias a dicha propuesta, se mejora la responsabilidad y la independencia de los alumnos. Para ello, es necesario una apuesta fuerte en la tecnología, algo a destacar, ya que no todos los colegios e institutos pueden hacerlo. En este centro, eliminan los exámenes clásicos, se evalúa con la presentación de proyectos o mapas conceptuales.

Otra institución que apuesta por cambios innovadores es el colegio público Santo Domingo de Algerete, de infantil, primaria y secundaria. Este colegio impulsa su aprendizaje mediante técnicas audiovisuales, es decir, realizando vídeos o programas de radios entre otros, sobre los temas a estudiar. Oscar Martín, director del Centro, se refiere a que los proyectos presentados para su posterior resolución son sobre situaciones reales a resolver.

Por ello, una de las estrategias empleadas es el aprendizaje cooperativo, donde los alumnos tendrán que unirse por grupos a la hora de trabajar un tema, y así mejorarán la capacidad de aprender y permite mayor actividad en la clase, como según dicen profesores del instituto Salesianos Pamplona (2022). El profesor de biología de educación secundaria y un gran activo de la innovación educativa, Lobato (2018), define el aprendizaje cooperativo como la construcción de conocimientos y la adquisición de competencias y habilidades sociales. Este mismo autor, determina las siguientes características del aprendizaje cooperativo:

- Organización en grupos mixtos y heterogéneos.
- Los objetivos de los participantes deben estar estrechamente vinculados. Un miembro del grupo consigue sus objetivos si y solo si los demás integrantes del grupo consiguen alcanzar los suyos.
- Los alumnos tienen que interactuar de manera organizada y recíproca.

El aprendizaje cooperativo va más allá de aprender. ‘Los alumnos deben adquirir destrezas interpersonales y de trabajo en grupo: Comunicarse, tomar decisiones, resolver conflictos, organizarse y apoyarse entre ellos. La metodología cooperativa fomenta los valores de la tolerancia, el respeto y la igualdad’ (Lobato, 2018).

Si solo nos servimos de las clases magistrales, se provocaría que los estudiantes fueran un simple receptor de conocimiento, entonces estas clases serían muy poco útiles a la hora de hablar de ese desarrollo de competencias mencionadas anteriormente.

Otra de las técnicas usadas dentro de la Unidad Didáctica es el aprendizaje significativo. Este tipo de aprendizaje es muy común dentro de la asignatura de matemáticas. Provoca que los alumnos ‘sepan conectar ideas, argumentar y resolver problemas’ (Morera, 2022). El psicólogo y pedagogo estadounidense, Ausubel (s.f.), definía el aprendizaje significativo como ‘un conocimiento construido y relacionado con

los conocimientos previos'. Los alumnos recogen los contenidos servidos por el profesor, los organiza y comienza a establecer relaciones con conocimientos vistos anteriormente. Esto implica que, el aprendizaje no consiste en retener memorizados los conceptos correspondientes de cara al examen escrito próximo, sino que la finalidad es darle un sentido personal al conocimiento y poder volver a usarlo en otros tipos de situaciones venideras.

El psicólogo Álvarez (2015), distingue dos factores dentro del aprendizaje significativo. El primer factor es la significatividad lógica, es decir, que el conocimiento adquirido sea relevante y con una organización clara. El segundo factor es la significatividad psicológica, que está relacionada con la estructura cognoscitiva.

La sección de educación de la UNIR (2020), destaca las siguientes ventajas sobre el aprendizaje significativo:

- Incrementar los resultados académicos.
- La autoestima del docente se potencia e incentiva por ver el resultado del trabajo realizado.
- Hay mayor motivación en los alumnos porque ven avances rápidos y les motiva.
- Los alumnos son más participativos (ya que son conocimientos relacionados con lo visto anteriormente) y favorecen la dinámica del aula.

Otra de las estrategias utilizadas es el aprendizaje basado en juegos: 'Utilización de juegos como medio de instrucción' (García, 2021). Con este tipo de aprendizaje se procede a buscar otras maneras de propiciar mejoras en el aula, ya que 'estimulan una mayor participación de los estudiantes, dando lugar a un trabajo motivador que estimula el pensamiento creativo e innovador, que potencia su autonomía y facilita el aprendizaje de competencias transversales y profesionales' (González, 2015, p. 1). Se basa en el uso de aspectos lúdicos para motivar a los alumnos en clase.

Este tipo de aprendizaje se usa para repasar conceptos de las clases magistrales y reforzar de cara al examen escrito. 'El objetivo es elevar el rendimiento académico de los estudiantes y complementar la enseñanza tradicional' (Hernández, Monroy et al. 2018, p. 31).

La gamificación es una alternativa a la escuela arcaica e intenta que predomine el diálogo, la divergencia y la comunicación. Según indica López (2022), el maestro debe ser ‘guía, mediador creador de escenas metodológicas y de recursos de materiales’. Hay que darle valor al cómo enseñar y no tanto al qué enseñar.

López, define la gamificación como un ‘tipo de estrategia donde el alumnado participa activamente en la adquisición y creación de conocimiento’. El objetivo de esta forma de aprender es facilitar la formación, haciéndola más incentivadora y conmovedora, provocando la implicación de los alumnos.

La conmoción, ilusión y emoción que se habla e incluso, se define como necesaria en la educación de los jóvenes, ya que, sin todos estos adjetivos calificativos, los alumnos nunca alcanzarán el aprendizaje significativo, ese tan importante que relaciona y recuerda unos conceptos anteriores con los nuevos.

La maestra Pérez (2022) subraya que hay que buscar el equilibrio entre ‘la letra con sangre entra y ser la educación finlandesa’, debido a la obsesión de trabajar con proyectos y gamificar, porque puede derivar al inconveniente de que ‘la actividad extraordinaria se vuelva cotidiana’. Pérez insiste en realizar una programación ‘meticulosa’, para poder trabajar correctamente los proyectos innovadores dentro del aula.

Por último, una de las clases estará dedicada a la iniciación en *GeoGebra*. ‘Las Tecnologías de la Información y Comunicación juegan un papel muy importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas’ (Hernández, Briones et al. 2016, p. 212), además, pueden proporcionar ayudas necesarias para desarrollar los distintos métodos y/o conceptos vistos durante la unidad correspondiente. Después de ver el estudio llevado a cabo en un centro público de enseñanza secundaria de la Región de Murcia en el aula de Matemáticas, se han analizado algunas de las siguientes ventajas de la utilización e incorporación de las TIC en la educación:

- En general, se puede afirmar que la investigación, la experimentación y el descubrimiento han facilitado la comprensión de los contenidos.
- El manejo de las TIC ha provocado un aprendizaje activo, en la mayoría de los alumnos, obligando al alumno a participar de forma activa en el desarrollo de las actividades.

- No se puede afirmar que los alumnos hayan tenido la necesidad de conocimientos previos. Se puede aseverar que el aprendizaje que han adquirido los alumnos ha sido aprendizaje significativo.

III. OBJETIVOS

3. OBJETIVOS

Se definen los objetivos a establecer en nuestro Trabajo Fin de Máster. Se impartirá una enseñanza en la que se mezclen las clases magistrales reforzadas de actividades cooperativas y el uso de las TIC, para que el alumnado adquiriera los conocimientos establecidos notablemente. Por ello, se hará hincapié en mantener la conexión entre las enseñanzas nombradas.

3.1.- Objetivo General

1. Dar a conocer a los alumnos la importancia de la asignatura de matemáticas y de sus conceptos matemáticos, en concreto, de la resolución de ecuaciones, realizando clases dinámicas gracias al apoyo de tareas cooperativas, debatiendo las ideas aprendidas en ejercicios e impulsando las TIC mediante el uso de aplicaciones como *GeoGebra*.

3.2.- Objetivos Específicos

1.1.- Desarrollar las sesiones de la Unidad Didáctica del ‘Laberinto de ecuaciones’ y del ‘Trivial’.

2.1.- Describir experiencias de éxito realizadas con la metodología basada en juegos.

3.1.- Coordinar los conceptos inéditos de las ecuaciones con los conceptos vistos en los temas anteriores de álgebra. Será importante recordar lo dado en lecciones anteriores, ya que ayudará de manera notable a la resolución de algunos tipos de ecuaciones.

4.1.- Desarrollar rúbricas para la evaluación de las actividades lúdicas. Está muy claro la manera de evaluar el examen escrito y el trabajo diario del alumno de clase. Hay que reforzar la rúbrica de evaluación mediante las actividades a realizar durante la unidad. La idea principal es, por el simple hecho de haber trabajado y realizado la tarea, los alumnos irán sumando de cara al

examen. Al ser actividades competitivas, el que quede primero, o los que queden primero, tendrán un extra más con respecto a los compañeros.

5.1- Introducir al alumnado en el mundo de las TIC. Al ver varios tipos de resolución de ecuaciones, una vez finalizada la unidad, ofreceremos una sesión de iniciación en el software *GeoGebra*. *GeoGebra* es una aplicación dedicada a resolución de problemas y a la representación geométrica y gráfica. Tiene un valor importante, ya que, a lo largo de la vida estudiantil de cada alumno, los conceptos algebraicos irán aumentando y esta herramienta servirá para el crecimiento de cada uno.

6.1- Establecer instrumentos de evaluación basados no solo en la nota numérica, sino que también es importante valorar la actitud que muestra el alumno a diario en clase. Es decir, si atiende o no, si realiza la tarea correspondiente, si es un alumno ejemplar y ayuda a otro cuando requiere su ayuda...

IV. MÉTODO

4. MÉTODO

La metodología empleada en esta programación didáctica es variada, se ha servido de una metodología tradicional mezclada de una metodología basada en juegos y una metodología cooperativa, sin olvidar el aprendizaje de significativo.

Durante todas las sesiones, prevalecerá la relación profesor-estudiante. Se dará mucha importancia a la metodología activa, ya que, como comenta Hernando (2020), en la actualidad está surgiendo la necesidad de centrar el aprendizaje no solo en el profesor, sino también en el alumno y por ello, es necesario el desarrollo de su autonomía de su motivación. ‘Las metodologías activas son las que permiten aprender al alumnado de manera activa, haciéndolo protagonista de su aprendizaje y lo más competente, autónomo y crítico posible’ (Fernández, 2020). Las clases serán magistrales para introducir la teoría necesaria para poder resolver los problemas de la unidad, pero eso no implica que vayan a ser unas sesiones aburridas, al contrario, será fundamental la participación de los alumnos en cada una de las clases teóricas impartidas, ya que favorecerá la dinámica de las mismas.

Si se provoca al alumno a participar, se presiona a que experimente el aprendizaje significativo. ‘Si no hacemos que los alumnos piensen sobre aquello que queremos que aprendan, si no focalizamos su atención y hacemos que elaboren información no habrá aprendizaje significativo’ (Pérez y Perales, 2022).

Al producir esa relación profesor-alumno, se fuerza a recordar aquellos conceptos usados en temas anteriores, que sirven precisamente para poder resolver los problemas del tema actual. En eso se basa el aprendizaje significativo, en relacionar lo ya estudiado, con lo nuevo por estudiar y/o comprender.

El aprendizaje cooperativo no puede faltar en la metodología. Profesores de la universidad de Extremadura relacionan la industrialización de la sociedad con la necesidad de buscar nuevas competencias desde las escuelas. Estas competencias se consiguen mediante ‘El aprendizaje cooperativo constituye una metodología activa en la que los/las estudiantes trabajan en grupos reducidos para maximizar su aprendizaje, favoreciendo el desarrollo de su competencia social, la inclusión y la reducción del acoso escolar’ (Juárez et al., 2019, p. 201).

En esta Unidad Didáctica se ha realizado una intervención didáctica cuya parte principal ha sido las dos actividades lúdicas fundamentales del tema, donde una sirve para repasar los primeros conceptos y la otra es más genérica y es la última parte de la unidad. Son tareas preparadas con toda la intención y el ánimo, con el objetivo de mejorar los conocimientos de los alumnos de manera lúdica y entretenida. Estas actividades serán cooperativas ya que servirá para encaminar muchos objetivos. Los alumnos se ayudarán mutuamente con la finalidad de terminar la tarea adquiriendo los conceptos puestos en escena.

Antes de realizar esta primera actividad, se ha servido de la enseñanza magistral para poder impartir los conceptos principales del temario. Haciendo un recordatorio, se está trabajando en la parte de resolución de ecuaciones. Se trabajará diferentes tipos de ecuaciones (primer grado, segundo grado, incompletas, bicuadradas, binómicas, con la incógnita en el denominador y radicales) por lo que es crucial tener una idea clara sobre todos los tipos de ecuaciones a los se enfrentarán los alumnos.

Al ser demasiados tipos de ecuaciones, la primera actividad lúdica servirá de repaso hasta las ecuaciones incompletas. Esta primera intervención, el ‘Laberinto de ecuaciones’, es una actividad que se organizará por grupos, de tal manera que tengan el mismo número de alumnos cada grupo. El Laberinto de ecuaciones consistirá en un laberinto cuyo objetivo es llegar a la salida final. ¿Cómo se distingue el camino? Pues muy sencillo, cada camino que se vaya eligiendo tiene una ecuación de segundo grado, y se avanzará según las soluciones escogidas. No tendrán un tiempo ilimitado para poder resolver el problema. El profesor será el modelador de la tarea y tendrá que contar cada turno. El tiempo estimulado que hay por turno no puede exceder de treinta segundos, porque si se supera ese tiempo, la actividad no tendría atractivo ninguno. Aunque para los últimos caminos del recorrido del laberinto, no se mostrarán las soluciones, por tanto, el grupo correspondiente tendrá más tiempo para resolver la ecuación.

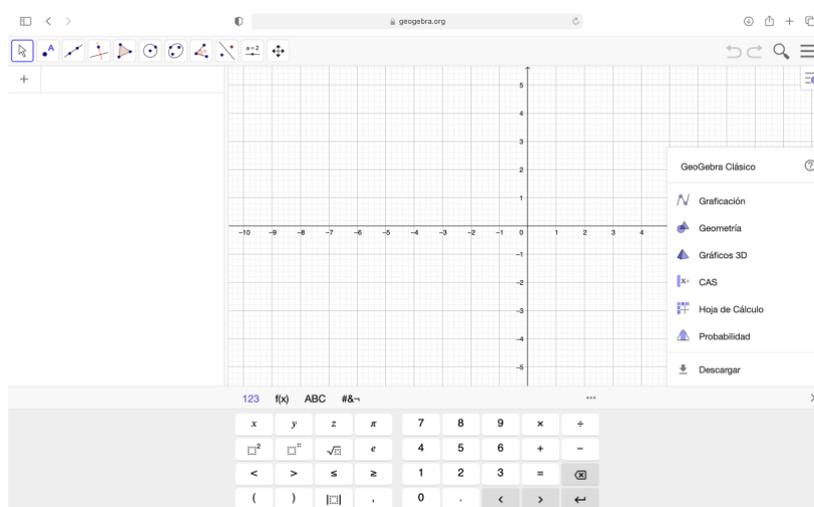
Habrá que emplear estrategias enseñadas durante la unidad para poder deducir las raíces de un polinomio de grado dos, para resolver las ecuaciones del laberinto. El grupo que salga primero del laberinto será el ganador de la actividad, teniendo que acabar todos los grupos de la clase. La actividad está mejor explicada en los anexos del temario.

La segunda intervención didáctica será trabajada en las sesiones finales, una vez que se haya finalizado con los contenidos de la unidad. Esta actividad será el Trivial-Dado de ecuaciones. Es una especie de trivial, pero en vez de cada tipo de ecuación corresponder a un color, corresponderá a un número del dado.

También se formarán grupos heterogéneos. La tarea será por turnos. Al comenzar un turno, se lanzará el dado, y según el número que salga, los alumnos del grupo correspondiente tendrán que realizar la ecuación de manera cooperativa. Si la solución es correcta, el grupo sumará un punto. El grupo ganador será aquel que llegue primero a los ocho puntos. Como ocurre con la primera tarea, esta segunda actividad también está explicada en los anexos.

Una vez finalizado el examen escrito, se pedirá permiso al Centro para poder asistir al aula de Tecnología, para usar los ordenadores, ya que se impartirá una clase de introducción a *GeoGebra*.

GeoGebra es un software matemático que ‘ofrece la posibilidad de asociar objetos geométricos y algebraicos para resolver problemas complejos, relacionando ambas áreas de conocimiento’ (Saldaña, 2017).



Toda la Unidad se sirve de una metodología innovadora, por tanto, hay que anotar todas las observaciones que se puedan percibir en clase, ya sea para bien o para mal. Conservar aquellas que sean positivas al alumno y a la clase y modificar las negativas. En esas nuevas técnicas metodológicas hay que estar en continuo cambio. Favorecerá el bienestar y el dinamismo del aula.

**V. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS
DE LA PROGRAMACIÓN
DIDÁCTICA**

5. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

Se va a presentar la Unidad didáctica a trabajar. En principio, se comienza con la normativa estatal y autonómica. Por consiguiente, se realiza la contextualización del centro donde se han realizado las prácticas y donde se ha trabajado la unidad didáctica. Por último, se realiza la presentación de la programación y su secuenciación.

5.1.- Marco Normativo estatal y autonómico de referencia

Se dispone un repaso a la normativa por la que se rige la asignatura de matemáticas en 3º de la ESO:

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En el anexo I se encuentran las asignaturas troncales. En el apartado correspondiente a Matemáticas orientadas a la enseñanza académica, se recalca que ‘Esta competencia se entiende como habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas; en concreto, engloba los siguientes aspectos y facetas: pensar, modelar y razonar de forma matemática, plantear y resolver problemas, representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticos, comunicarse con las Matemáticas y sobre las Matemáticas, y utilizar ayudas y herramientas tecnológicas. Por otro lado, el pensamiento matemático ayuda a la adquisición del resto de competencias y contribuye a la formación intelectual del alumnado, lo que permitirá que se desenvuelva mejor tanto en el ámbito personal como social.’

Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional.

Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Asimismo, queda

derogado el Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional, en todo lo que se refiera a la Educación Secundaria Obligatoria y, en particular, su capítulo III y los artículos 24 y 26.1.

Hasta aquí se ha mencionado la legislación vigente en el ámbito nacional. A continuación, se hace referencia a las disposiciones legales autonómicas específicas de la Ciudad Autónoma de Ceuta.

La Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas.

La Orden EDU/849/2010, de 18 de marzo, por la que se regula la ordenación de la educación del alumnado con necesidad de apoyo educativo y se regulan los servicios de orientación educativa en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, en las ciudades de Ceuta y Melilla, se podrá flexibilizar en los términos que determina la normativa vigente, de forma que pueda anticiparse un curso el inicio de la escolarización en la etapa o reducirse la duración de la misma, siempre que favorezca el desarrollo de su equilibrio personal y su socialización. Dicha flexibilización podrá incluir tanto la impartición de contenidos y la adquisición de competencias propias de cursos superiores como la ampliación de contenidos y competencias del curso en el que está matriculado.

5.2.- Contextualización del centro educativo

5.2.1.- Carácter del centro

El Colegio San Agustín se encuentra ubicado en la zona centro de la ciudad de Ceuta, ciudad que tiene una población de 85.000 habitantes aproximadamente. Los últimos años estamos viendo que la zona de influencia del Colegio, a la hora de realizar la escolarización, carece de matrimonios cuyos hijos estén en la edad de estar matriculados en un centro educativo.

El Colegio San Agustín tiene un ideario cristiano y agustiniano. Un ideario, conforme a la vida de su patrón, San Agustín, que intenta llevar a cabo en todos los aspectos educativos de la comunidad. El Colegio, fundado en el año 1914, empezó a funcionar como tal en el curso 1915-1916. Lleva en funcionamiento más de 100 años. Un siglo de historia formando a alumnos.

Las características ideológicas del ideario agustiniano se pueden resumir en varias líneas:

Personalmente, tener un corazón inquieto que busque la verdad, el compromiso con la FE, el esfuerzo, la responsabilidad, la constancia, el perdón y el ser agradecidos son otro de los valores que se fomentan.

Socialmente, que fomente la fraternidad el amor y la caridad entre sus iguales para construir una sociedad más solidaria. La libertad, la responsabilidad, la amistad y la cercanía humana son otros de los valores que se intentan que se asuman por parte de toda la comunidad educativa.

5.2.2.- Alumnado

Las características principales de nuestro alumnado son:

Tienen un fácil acceso a actividades culturales al encontrarnos en un entorno urbano: en líneas generales, tienen acceso a nuevas tecnologías, participan en actividades extraescolares por la tarde (idiomas, actividades deportivas y musicales...), disponen de biblioteca, centro cultural, exposiciones.

Sus padres se suelen preocupar por sus estudios, colaborando en su educación. Muchos padres tienen estudios medios o superiores. El 100% del alumnado es de nacionalidad española. Muchos de los padres son nacidos en nuestra misma localidad, con alto porcentaje de padres que son antiguos alumnos del Colegio.

El C.C. San Agustín, atiende en la actualidad a casi 800 alumnos, distribuidos en 2 líneas. Nuestro Colegio tiene las siguientes etapas:

- 2º Grado de Infantil (6 clases)
- Educación Primaria (12 clases)
- Educación Secundaria Obligatoria (8 clases)
- Bachillerato (4 clases)

5.2.3.- Instalaciones

El centro consta de tres edificios:

Edificio Principal: Donde se ubican la mayoría de las aulas de todo el centro.

Planta baja:

- Dos aulas de Infantil 3 años
- Un patio
- Aseos
- 2 vestuarios: unos de chicos y otro de chicas.
- Un gimnasio
- Un aula de psicomotricidad
- Despachos: Dirección, Jefatura de Estudios, Secretaría, Pastoral, Orientación.
- Un almacén para guardar el material de ed. física
- Un patio anexo para infantil 3 años
- Unos aseos anexos para infantil 3 años
- Una sala de usos múltiples
- Un salón de actos

Primera planta:

- Aulas de Primaria
- Aulas de Infantil
- Una sala para el refuerzo educativo
- La sala de profesores
- Aseos de profesores
- Aseos
- Una biblioteca

Segunda planta:

- Todas las aulas de Secundaria y Bachillerato
- Aseos
- Un laboratorio de ciencias

Además de todo lo comentado anteriormente, en la *tercera planta* se ubica la residencia de los padres agustinos y una capilla.

Segundo edificio:

- Las clases de 5° y 6° de Primaria
- Un aula de dibujo técnico
- Un aula de audición y lenguaje.
- Un aula de pedagogía terapéutica
- Un almacén.

Tercer edificio:

- Dos clases de 3°/4° de Primaria
- Un aula de informática

- Un laboratorio.

Todos estos edificios están comunicados entre sí por pasillos.

5.2.4.- Actividades extra académicas y complementarias

El colegio ofrece multitud de actividades extra académicas y complementarias, ya sean deportivas, religiosas o de ocio cultural.

En el apartado deportivo, el colegio tiene tanto equipo de fútbol, baloncesto y balonmano, y su horario es de lunes a viernes de 16.15 a 21.00 horas.

En el apartado religioso, el colegio ofrece la catequesis correspondiente a la primera comunión y a la confirmación.

También existen clases de guitarra, coro y teatro.

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
Teatro	1ª Comunión	Confirmación	Coro	Guitarra
16.15-19.15	18.00-19.00	18.00-19.00	16.15-19.15	16.15-19.15

5.3.- Presentación de la programación didáctica/ módulo de trabajo del centro donde se han realizado las prácticas

Se trata de describir la programación de Matemáticas que se sigue en el centro donde se han realizado las prácticas.

No se trata de pegar y transcribir el documento tal y como se ha facilitado por el centro, sino que se debe extraer la información más importante y significativa, atendiendo a los puntos que debe contener toda programación y que a continuación se detallan:

1. Secuencia de los contenidos y temporalización por trimestres.
2. Competencias y evaluación.
3. Metodología utilizada.
4. Actividades
5. Utilización de las TIC.

6. Atención a la diversidad. Desarrollo de valores relativos a equidad y diversidad. Refuerzo y grupos de atención especial. Actividades de refuerzo y mejora.
7. Actividades Complementarias
8. Participación en proyectos (ABP, APS) y programas interdisciplinares.

1. Secuencias de contenidos y temporalización por trimestres:

La materia de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º de la E.S.O. abarca los siguientes contenidos durante todo el curso escolar, según recoge el Anexo I de la Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas:

• **Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas:**

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.
- Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
- Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:

a) La recogida ordenada y la organización de datos.

b) La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.

c) Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.

d) El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.

e) La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.

f) Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

- **Bloque 2. Números y álgebra.**

- Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso.
- Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica.
- Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones.
- Jerarquía de operaciones.
- Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz.
- Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.
- Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico.
- Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas.
- Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).
- Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios.

- Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.
- Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- **Bloque 3. Geometría.**
 - Geometría del plano.
 - Lugar Geométrico.
 - Teorema de Tales. División de un segmento en partes iguales. Aplicación a la resolución de problemas.
 - Traslaciones, giros y simetrías en el plano.
 - Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.
 - La esfera. Intersecciones de planos y esferas.
 - El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.
 - Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.
- **Bloque 4. Funciones.**
 - Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
 - Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.
 - Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
 - Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
 - Expresiones de la ecuación de la recta.
 - Funciones cuadráticas. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.
- **Bloque 5. Probabilidad y estadística.**
 - Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.

- Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra.
- Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.
- Gráficas estadísticas.
- Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades.
- Parámetros de dispersión.
- Diagrama de caja y bigotes.
- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
- Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Permutaciones, factorial de un número.
- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.

En esta unidad didáctica veremos en concreto el bloque 2, números y álgebra:

UNIDAD DIDÁCTICA. Sistemas de ecuaciones.	
Bloque 2. Números y álgebra.	
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).
	<ul style="list-style-type: none"> - Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables. Operaciones elementales con polinomios.
	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.
	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

2. Competencias y evaluación:

i. Competencias claves.

En el artículo 2 de la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato, consta las competencias claves del Sistema Educativo Español:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

En esta unidad didáctica trabajaremos las siguientes competencias:

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: Como en esta unidad didáctica se estudiarán los sistemas de ecuaciones, se comenzará desde la resolución de ecuaciones de segundo grado, hasta la resolución de ecuaciones con la incógnita en el numerador. Por ello, será vital manejar de manera correcta el lenguaje matemático y los distintos apartados para poder completar con éxito la unidad.
- Competencia digital: Una vez que se realice el examen, habrá un par de sesiones introductorias a alguna programación matemática sencilla, que complementen lo aprendido.
- Aprender a aprender: Se motivará la enseñanza del alumnado a través de una relación de ejercicio donde puedan consolidar lo aprendido día a día, y además ayude de cara al examen escrito a la finalización del temario. Se valorará positivamente la participación en clase, así como la entrega de dicha relación.
- Competencias sociales y cívicas: Se aunarán el interés por profundizar y garantizar la participación en el funcionamiento democrático de la clase a través de la realización de competiciones lúdicas sobre lo estudiado.
- Sentido de experiencia y espíritu emprendedor: Adquirir conciencia de la situación a intervenir o resolver, y saber elegir, planificar y gestionar los

conocimientos, destrezas o habilidades y actitudes necesarios con criterio propio, con el fin de alcanzar el objetivo previsto.

ii. Evaluación

La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación Secundaria Obligatoria, según dicta el Real Decreto, será continua, formativa e integradora. Se establecerán las medidas adecuadas para que las condiciones de realización de las evaluaciones, se adapten a las necesidades del alumnado con necesidades especiales.

Los métodos de evaluación escogidos son los siguientes:

- a) Evaluación inicial: En la primera sesión, se realizará una serie de apartados de resolución de ecuaciones de primer grado y de segundo grado, sin evaluar, simplemente para medir el nivel de conocimiento acerca de ecuaciones que tengan los alumnos.
- b) Evaluación continua: Durante el resto de sesiones, a la vez que el tema va explicando y avanzando, se realizarán una serie de ejercicios que complementen en el estudio del alumno. Los alumnos se servirán de una Relación de ejercicios lo suficientemente amplia, la cual se mandará a diario y que a final de la unidad habrá que entregar, valorando positivamente dicha entrega. Se hará un seguimiento rutinario de las libretas de los alumnos, evaluando el esfuerzo llevado a cabo. También se realizarán competiciones lúdicas por equipo que ayuden a la interrelación de alumnos y al estudio genérico de las ecuaciones.
- c) Examen escrito: Para terminar, se realizará un examen escrito estándar sobre todo lo que se ha trabajado.

La evaluación se especificará en los anexos.

3. Metodología utilizada:

En el artículo 2 de la Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la

evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas, aparecen los siguientes principios metodológicos:

- A lo largo de las dos etapas se favorecerá tanto la interacción de los alumnos y alumnas como la iniciativa personal, la autonomía, la creatividad, el espíritu crítico y la capacidad para comunicar lo aprendido.
- La metodología didáctica adoptada será fundamentalmente comunicativa, activa y participativa, dirigida al logro de los objetivos y a la adquisición y el desarrollo de las competencias clave. Para ello se procurará la integración de los aprendizajes poniendo de manifiesto las relaciones entre las materias y su vinculación con la realidad.
- Las actividades educativas priorizarán las situaciones de aprendizaje que requieran la resolución de problemas o la realización de tareas de complejidad creciente asociadas a situaciones reales o tan contextualizadas como sea posible. En todo momento se promoverá el empleo de fuentes variadas de información. En Bachillerato se programarán actividades que desarrollen los métodos de análisis, indagación e investigación propios de la modalidad elegida.
- En todas las materias se planificarán actividades que fomenten la comprensión lectora, la expresión oral y escrita y el desarrollo de la capacidad para dialogar y expresarse en público, sin perjuicio de su tratamiento específico en las materias del ámbito lingüístico. Los centros deberán garantizar en la práctica docente de todas las materias un tiempo dedicado a la lectura en todos los cursos.
- La comunicación audiovisual y las tecnologías de la información y la comunicación serán igualmente objeto de tratamiento en todas las materias de ambas etapas. Se deberá proporcionar oportunidades al alumnado para mejorar su capacidad de utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación, tanto en sus aplicaciones más generales como en aquellas vinculadas a las modalidades u opciones elegidas.
- La educación en valores deberá formar parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje, con el fin de desarrollar en el alumno y alumna una madurez personal y social que le permita actuar de forma responsable y autónoma.
- En la etapa de Educación Secundaria Obligatoria se pondrá especial énfasis en la atención a la diversidad del alumnado, en la atención individualizada orientada a

que cada alumno y alumna desarrolle al máximo su potencial, y en la pronta respuesta a las dificultades ya identificadas o que puedan surgir a lo largo de la etapa.

- Los centros establecerán las medidas curriculares y organizativas y los procedimientos oportunos para realizar adaptaciones significativas de los elementos del currículo, a fin de atender al alumnado con necesidades educativas especiales que las precise. Dichas adaptaciones se realizarán buscando el máximo desarrollo posible de las competencias y del logro de los objetivos de la etapa.

4. Actividades:

Las actividades propuestas en esta unidad tienen los rasgos magistrales y rasgos actuales. Conforme se avance en la lección, cada contenido explicado es acompañado por una buena cantidad de ejemplos clásicos, además, los alumnos tendrán que complementar esta tarea con los ejercicios de la Relación en casa.

Se introducirá algunas tareas de gamificación online, mediante la página web *Educaplay* donde se pueden realizar distintas actividades como relacionar definiciones, sopas de letras, crucigramas... Servirá de guía para comprobar el nivel medio del alumnado a comienzo de la lección.

Para cambiar y romper con la monotonía clásica, se realizarán actividades lúdicas que serán explicadas claramente en los anexos de la unidad. Este tipo de actividades, mencionándolas, son ‘El laberinto de ecuaciones’, ‘El trivial-dado de ecuaciones’ y otras tareas cooperativas que reforzaran el contenido de ecuaciones.

Los dos últimos días se efectuarán las dos actividades fundamentales del tema. La primera, será la realización en común algún examen de otro año que sirva de ejemplo y ayude a estudiar al alumnado de cara al examen escrito final que valorará lo aprendido por parte del alumno en el temario de ecuaciones. Por último, será la realización de un examen escrito que defina parte de la nota de la unidad.

5. TIC:

El empleo de las TIC es vital a la hora de la maduración del aprendizaje de los alumnos, por tanto, es fundamental aplicarlas en cada temario del curso. Los alumnos se encuentran estudiando el apartado de ecuaciones, por lo que se realizarán varias tareas mediante aplicaciones web, como son *Educaplay* o *Plickers*. *Educaplay*, por ejemplo, valdrá para realizar una evaluación inicial y para tantear el nivel medio de la clase en cuanto a resolución de ecuaciones de primer y segundo grado.

Una vez terminada la unidad, sería necesario una sesión para poder enseñar al alumnado una breve introducción sobre el software *GeoGebra*. *GeoGebra* es un procesador geométrico y algebraico, que permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo, así como la representación gráfica o la resolución de ecuaciones.

Como se está estudiando en el tema de ecuaciones y los alumnos están comenzando a resolver ecuaciones algo más complejas que las ecuaciones de primer y segundo grado, es importante que conozcan este tipo de aplicaciones, o que al menos empiecen a tener un breve contacto y comprueben que hay calculadoras más allá de las básicas, y, además, mucho más completas, que te permiten resolver cualquier tipo de ecuación real (y no real).

6. Atención a la diversidad. Desarrollo de valores relativos a equidad y diversidad. Refuerzo y grupos de atención especial. Actividades de refuerzo y mejora:

Como comenta Delgado (2022), la educación inclusiva no es solo unir a los alumnos con necesidades especiales, sino que también es aquellas adaptaciones que van adquiriendo las escuelas. La UNESCO define la educación inclusiva como ‘un proceso para responder a la diversidad de todos los estudiantes, garantizando su presencia, participación y logros; atendiendo especialmente a quienes, por diferentes razones, están excluidos o en riesgo de ser marginados, por lo que es necesario definir políticas y programas educativos, con el fin de que la educación sea para todos’.

La sociedad avanza, y, conforme avanza, todos los estudiantes tienen el derecho a interactuar con personas de grupos étnicos diferentes, diversas nacionalidades o con

alguna discapacidad, entre otros. Por ello, la importancia de integrar en las escuelas los temas de diversidad e inclusión desde temprana edad.

En Ceuta, la Orden de medida de atención a la diversidad es la siguiente:

Orden EDU/849/2010, de 18 de marzo, por la que se regula la ordenación de la educación del alumnado con necesidad de apoyo educativo y se regulan los servicios de orientación educativa en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, en las ciudades de Ceuta y Melilla (y su modificación dada en la Orden ECD/563/2016). La presente orden como su modificación dada en la Orden ECD/563/2016 establecen la normativa a cumplir en cuanto al alumnado que presenta necesidades educativas especiales del tipo que sea. Por lo tanto, se acogerá a ella en el caso de que se disponga en nuestra aula de algún alumno o alumna con estas características.

Según la responsable del Departamento de Orientación del centro donde las prácticas fueron realizadas, en su plan de atención a la diversidad, destaca los objetivos que quiere conseguir relacionado con los siguientes ámbitos:

- Desarrollo personal y social.
- Desarrollo cognitivo.
- Mejora de la convivencia.

Estos ámbitos se desarrollan en la vertiente alumno, profesor y familia.

La diferencia entre los alumnos con NEE y alumnos con NEAE, según la psicóloga Couñago (2022) es la siguiente:

Los alumnos NEE son aquellos que cuentan con algún tipo de discapacidad, mientras que los NEAE es un grupo más genérico, que incluye alumnos con dificultades específicas de aprendizaje, alumnos con trastorno de déficit de atención (con o sin hiperactividad), alumnos de incorporación tardía al sistema educativo y alumnos de altas capacidades intelectuales, además de a los alumnos con necesidades educativas especiales.

La enseñanza debe de ser inclusiva y garantizar la igualdad y la equidad, para poder velar por los alumnos con necesidades específicas.

Los alumnos con NEAE y NEE tienen unos criterios de escolarización diferentes. Por ejemplo, los alumnos con NEAE necesitan un informe psicopedagógico y los

alumnos con NEE necesitan un dictamen de escolarización. Los alumnos con NEAE comparten una escuela ordinaria, pero los alumnos con NEE, pueden estar en una convencional o en una especial. A la hora de la promoción de alumnos, los niños NEAE lo hacen al ritmo de sus compañeros, en cambio, los alumnos con NEE ‘dependerá de si le beneficia por su inclusión social o de si una proyección permite determinar que alcanzará los objetivos eventualmente’ Couñago (2022).

Existe un protocolo a la hora de la inclusión. Este protocolo consta de cuatro fases:

- Prevención.
- Detección.
- Identificación.
- Respuesta educativa.

En la clase hay a dos alumnos con Trastorno de déficit de atención. Uno con hiperactividad y el otro sin hiperactividad. Si hablamos del alumno con hiperactividad hablamos de un chico intranquilo, que le cuesta quedarse quieto y concentrado en la materia. En el caso del alumno con trastorno de déficit de atención sin hiperactividad, es un niño el cual le supone un gran esfuerzo atender y comprender los conceptos que se imparten. Leyendo a la pedagoga y terapeuta Peláez (2020), se pueden anotar varios apartados que favorezcan en la inclusión de estos chicos.

Tanto uno como otro es necesario que sus asientos estén cerca de la mesa del profesor. Es importante incentivar a que participen en clase, porque de esa manera se podrá captar su atención. Para la integración será fundamental la implantación de tareas cooperativas, donde los grupos formados sean totalmente heterogéneos y los respectivos compañeros ayuden a la mejora de cada uno, tanto en la comunicación como en lo educativo.

Las evaluaciones son totalmente personalizadas. Habrá que adaptarse a las necesidades de cada uno. Como les cuesta comprender la lección, en caso de realizar una tarea en un determinado tiempo, a la hora de la finalización, es posible que a estos chicos les falte tiempo para acabarla, por lo que habrá que optar por la opción de ofrecer más minutos a ambos, o, por el contrario, en la evaluación tener en cuenta su déficit y compensar con el esfuerzo.

No estaría de más, ofrecer otros tipos de caminos a la hora de su aprendizaje, es decir, distintos esquemas llamativos de la unidad, que atraigan su atención, mediante colores vivos.

Es importante la comunicación con los padres, estar a la orden del día de sus respectivos comportamientos en casa, ver si están a gustos en las clases... Para poder mejorar o seguir con la dinámica establecida

Las medidas a tomar van un poco en relación con lo comentado:

- Mantener a los alumnos cerca de la mesa del profesor.
- Provocar su participación en clase.
- Motivar a los alumnos dándoles autoconfianza, apoyándoles en cada tarea realizada.
- Integrar a los alumnos mediante tareas cooperativas con grupos heterogéneos, para que se vean reforzados trabajando y aprendiendo con otros compañeros.
- Dar suficiente tiempo a la hora de la entrega de la Relación de Ejercicios. Si no pueden entregar en la fecha fijada para la clase, darle mayor amplitud de días.
- Enseñanza a través de canales auditivos o visuales.
- En el caso del alumno con hiperactividad, dejadle que camine o que salga de la clase en caso de necesitarlo.
- En el caso del alumno sin hiperactividad, proporcionarle toda la ayuda que necesite en caso de dudas sobre algún concepto.
- Estar siempre pendiente de ambos alumnos, en caso de cometer fallos de despiste.
- Mantener reuniones semanales con los padres de cada alumno para comentar su comportamiento en casa.
- Mantener reuniones con el resto de profesores para ver el comportamiento en otras asignaturas y para anotar cualquier otra medida necesaria para la mejora de sus respectivas inclusiones.

7. Actividades Complementarias

El día 14 de marzo es el día mundial de las matemáticas (se celebra como el Día del Pi porque π , una de las constantes matemáticas más conocidas del mundo, puede redondearse a 3,14). La UNESCO (2022) define este día como:

El Día Internacional de las Matemáticas tiene por objeto destacar el papel fundamental que desempeñan las ciencias matemáticas en el logro de los Objetivos de Desarrollo Sostenible de las Naciones Unidas y en el fortalecimiento de las dos prioridades de la UNESCO: África y la igualdad de género. El Día nos invita a celebrar la alegría de las matemáticas y la plétora de vocaciones que ofrece a niñas y niños a través de actividades festivas y diversas en todo el mundo.

Una de las actividades propuestas la semana del 14 de marzo es la de visualizar en clase la película *Descifrando Enigma*. Para ello, se hablará con el tutor de 3º de ESO para que la pongan en clase.

El protagonista de la película es Alan Turing, cuyo cometido era descifrar los mensajes de los nazis. Lo consiguió gracias a la máquina *Bombe*, con la que llegaron a descifrar cerca de 40000 mensajes al comienzo del año 1942. Estos mensajes se duplicaron en apenas un mes. Según el *premier* británico *Winston Churchill*, el trabajo realizado por Turing ayudó a reducir entre dos y cuatro años la guerra en Europa, salvando, de este modo, catorce millones de vidas.

Es una película muy interesante, que puede ayudar a los alumnos a entender la importancia que tienen las matemáticas en nuestras vidas.

8. Participación en proyectos (ABP, APS) y programas interdisciplinares.

Durante el periodo de prácticas, no se ha visto ningún aprendizaje basado en proyectos. Una idea a plasmar en el aula, sería para el siguiente tema del curso, donde se verá sistemas de ecuaciones lineales, y no para este, donde los alumnos estudian resolución de ecuaciones.

En sistemas de ecuaciones, en el tipo de solución compatible determinado, se verá sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas. Por supuesto, para los tres métodos; sustitución, igualación y reducción.

Una vez vista la teoría y algunos que otros ejemplos, se integrará el aprendizaje basado en proyectos. El objetivo será plantear problemas reales a través de un sistema de ecuaciones.

Cada alumno tendrá un par de días para plantear su enunciado y su respectiva solución. Podrá relacionar la edad de sus padres con sus hermanos o la compra de cualquier producto en el supermercado, entre otros muchos ejemplos prácticos existentes.

La idea es que, una vez llevado a clase, se entregue al profesor, y este, dictará algunos de ellos (tendrá que estar atento a aquellos que estén enunciados y resueltos correctamente), para poder resolverlos de manera individual.

Después de que los alumnos hayan dispuesto del tiempo suficiente para resolverlo, el alumno autor del problema lo resolverá en la pizarra.

Otros de los objetivos a buscar es que los alumnos sepan traducir correctamente un problema matemático real y de ámbito cotidiano.

Otro proyecto a proponer sería relacionado con el bloque de Estadística. Reagrupar a los alumnos en grupos de cinco. Cada grupo trabajará recopilando datos familiares.

- a) Altura de padres y de madres (o tutor).
- b) Media de la altura de padre/tutor.
- c) Moda de altura de padre/tutor.
- d) Media de altura de madre/tutora.
- e) Moda de altura de madre/tutora.
- f) Números de hermanos por alumno.
- g) Media del número de hermanos.
- h) Moda del número de hermanos.
- i) Edad de padres y de madres.
- j) Media de edad de padre.
- k) Media de edad de madre.

Una vez recogidos estos datos y haberlos resueltos, tendrán que pasarlo a Word, a libre formato debido a la poca experiencia en ordenadores de los alumnos.

Con esta tarea, los alumnos podrán manejar los conceptos básicos de la estadística con ejemplos sencillos y útiles. Además, al entregarlo en Word, se provoca que los alumnos comiencen a tener contacto con las nuevas tecnologías y sus aplicaciones.

5.4.- Análisis crítico de la programación presentada y propuestas de innovación y mejora.

La experiencia vivida en el centro de prácticas, Colegio Concertado San Agustín de Ceuta, ha provocado mi sentir y mi vocación por la docencia. Ha servido para contactar de manera directa con otros profesores de otros departamentos donde se ha analizado semejanzas entre asignaturas, y para comunicar con otros profesores del mismo departamento distintos aspectos del campo de las matemáticas, confrontar técnicas a la hora de enseñar y educar los conocimientos matemáticos.

A la hora de impartir clases con mi tutor del centro, he podido apreciar distintas cualidades de él, como la organización del contenido a impartir o la temporalización de sus unidades. Pero es cierto que existen ciertos aspectos los cuales mejoraría en caso de ser yo el docente principal. También, hay que tener en cuenta las infraestructuras del centro, ya que tiene más de cien años y pertenece a una Orden Sacerdotal humilde, por lo que el número de ordenadores y otros aparatos tecnológicos son algo escaso en comparación con otros centros.

La principal propuesta de mejora en mi unidad es el aprendizaje de distintos softwares. Estas aplicaciones son esenciales en el futuro académico de cada alumno, ya que las tecnologías de la información y comunicación están a la orden del día en la educación y formación.

La Unidad trabajada es el tema de Resolución de ecuaciones, por lo que la aplicación a enseñar es *GeoGebra*, que prácticamente es una calculadora que sirve, además, para la representación de gráfica de funciones y figuras geométricas. La forma de evaluar estas sesiones sería formativa y no sumativa, ya que el principal objetivo será que el alumno sepa iniciarse en esta aplicación.

Hay otras aplicaciones de gran interés como es *Excel*, que podría ser muy válido para el bloque de Estadística.

Tabla 1

ANÁLISIS CRÍTICO DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

Aspectos de la programación analizados	Propuestas de mejora
Cumplimiento de la legislación actual	<p>La legislación actual en la educación española está cambiando. Esto implica que la situación escolar de cara al año próximo es incierta. Por lo que respecta a la legislación del curso, funciona como tal.</p> <p>En concreto, mi tutor lleva muchos años en la docencia y en el mismo colegio, por lo que su manejo de la programación y legislación es sensacional, dentro de las posibilidades existentes en el Centro.</p>
Temporalización	<p>La temporalización es uno de los aspectos que más impresión me ha dado. Fruto de la experiencia, domina muy bien el campo del tiempo dentro de las sesiones. Por lo que aquí hay poco que mejorar.</p>
Utilización de las TIC	<p>Es uno de los puntos que mejoraría. Después de finalizar los estudios de grado universitario, uno se da cuenta de lo realmente importante que es la familiarización con las TIC. Cuando terminé el bachillerato y comencé el grado, mi punto débil era la programación, dado que mi base era nula.</p> <p>Hay que acostumbrar a los alumnos a que trabajen en ordenador. Esto no quiere decir que de un día para otro hay que pasar de 0 a 100, pero sí que poco a poco ir introduciendo las nuevas tecnologías y aplicaciones al hábitat de aula. De ahí, a mi propuesta de trabajar GeoGebra. O también, en el bloque de estadística, estudiar Excel.</p> <p>Hablo de grado universitario porque es mi caso personal, pero no solo en los grados universitarios hay que tener una pequeña base de uso de TIC, sino que, en grados medio y superior también, debido a sus altas horas de prácticas.</p>
Atención a la diversidad	<p>Las mejoras que implantaría en atención a la diversidad serían servirme de mayor apoyo</p>

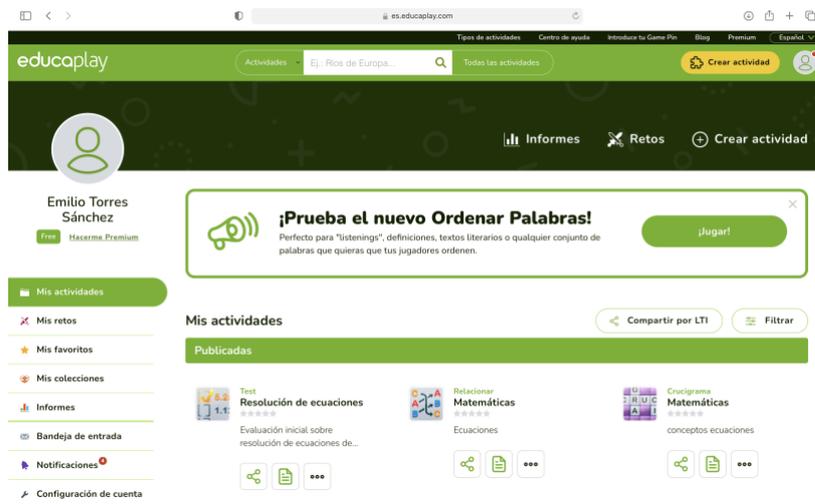
5. Presentación y Análisis de la Programación Didáctica

	<p>audiovisual para captar su atención y motivar a los alumnos celebrando sus logros y progresos.</p> <p>En caso de tener facilidad de distracción, pues errores provocados por ello, no restarlo, sino intentar comunicarle la mejora con tacto.</p>
--	---

**VI. DESARROLLO DE LA UNIDAD
DIDÁCTICA / UNIDAD DE TRABAJO
PROPUESTA**

6. PROPUESTA DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA / UNIDAD DE TRABAJO

La Unidad Didáctica que se presenta estará formada por trece sesiones. Se comienza realizando una evaluación inicial mediante la aplicación de *Educaplay*, para poder tener una idea del nivel de la clase.



A continuación, se mezclará entre clases magistrales y clases basadas en juego. Cuando haya que introducir algún concepto, se usará la enseñanza tradicional, mientras que cuando se termine algún apartado, o se quiera repasar algún contenido del tema, se realizará alguna actividad cooperativa.

Los alumnos podrán reforzar lo aprendido mediante una Relación de ejercicios, que sirva para repasar lo estudiado en clase. Esta Relación de ejercicios incluirá exámenes de otros años para que los alumnos puedan ensayar de cara al examen final. Justo la sesión anterior al examen, se hará algún examen anterior, para que los alumnos tengan un ejemplo tipo resuelto.

Para finalizar la Unidad, se dedicará una sesión a que los alumnos aprendan a iniciarse en *GeoGebra*. Esta sesión es fundamental, ya que *GeoGebra* es un software muy aplicable en el resto de cursos académicos, tanto en el instituto como en el grado universitario. Aprenderán, fundamentalmente, a resolver cualquier tipo de ecuación que le planteen al software.

Tabla 2

PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

TÍTULO U.D: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES.			
C u r s o : 3 º E S O	Bloque contenidos: ÁLGEBRA	UD:	Trimestre: 2
			Sesiones: 13
Justificación: Una vez visto el bloque de operaciones algebraicas, donde especialmente se ha trabajado la simplificación de fracciones algebraicas y la realización de operaciones algebraicas, los alumnos están en el momento oportuno para poder familiarizarse con la resolución de ecuaciones.			
Objetivos didácticos: (extraídos de los criterios de evaluación y simplificados)			
<ol style="list-style-type: none"> 1. Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre personas y grupos. 2. Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo. 3. Valorar y respetar la diferencia de sexo y la igualdad de derechos de oportunidades entre ellos. 4. Rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos. 5. Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. 6. Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas. 7. Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades. 8. Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana. 			
Contenidos:			
<ol style="list-style-type: none"> 1. Resolución de ecuaciones de primer grado. 2. Resolución de ecuaciones de segundo grado. 3. Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas. 4. Resolución de ecuaciones bicuadradas y binómicas. 5. Resolución de ecuaciones radicales. 6. Resolución de ecuaciones con incógnita en el denominador. 			
Temporalización (Descripción de las sesiones)		Tipo de Sesión	
Sesión 1: 55 minutos		Introductoria	
Sesión 2: 55 minutos		Desarrollo	
Sesión 3: 55 minutos		Desarrollo	
Sesión 4: 55 minutos		Desarrollo	
Sesión 5: 55 minutos		Desarrollo	

Sesión 6: 55 minutos Sesión 7: 55 minutos Sesión 8: 55 minutos Sesión 9: 55 minutos Sesión 10: 55 minutos Sesión 11: 55 minutos Sesión 12: 55 minutos Sesión 13: 55 minutos		Desarrollo Desarrollo Desarrollo Desarrollo Desarrollo Culminativa Evaluación Lúdica						
Evaluación								
Criterios de evaluación: extraídos del Decreto Curricular.								
Evaluación inicial: EDUCAPLAY								
Instrumentos de evaluación/ Criterios de calificación	Indicadores de logro/Estándares de aprendizaje	Contribución a las Competencias Clave						
		CCLI	CMCT	CD	CAA	CSC	SIEE	C
Resolución de 5 ecuaciones de primer grado	Realizar las 5 ecuaciones correctamente. Las ecuaciones de grado 1 se comienzan a ver en 1º ESO, luego deben de saber realizarlas correctamente.		x	x	x			x
Resolución de 5 ecuaciones de segundo grado	Las ecuaciones de segundo grado son trabajadas en 2º ESO. Deben de tener correctas un mínimo de 3.		x	x	x			x
Evaluación diaria alumno/a: El profesor seguirá diariamente la evolución del alumno en la Unidad. Para ello, se realizarán ejercicios tanto en casa como en clase, además de un seguimiento exclusivo de la libreta y la actitud del alumno.								
Actividades de ampliación evaluables: Las propuestas de actividades de ampliación son las dos tareas cooperativas descritas a continuación.								
Metodología								
Feedback: Se prestará atención a las sensaciones de los alumnos, para ver si las sesiones llevan el camino					Modelo Pedagógico/ Estilos: La base será la clase magistral, reforzada de ejercicios prácticos y tareas cooperativas. Al final, se le dará			

correcto o si hay algo que modificar sobre la metodología.	importancia a una clase práctica sobre el software GeoGebra.
Distribución grupo – clase: La distribución será la corriente de un aula. En caso de ser una tarea cooperativa entonces se agruparán en mesas cada grupo.	Participación: El alumno debe de tener una función principal en cada sesión, a través de debates sobre el contenido o la resolución de ejercicios en pizarra.
Posición del profesor: Ayudar, apoyar y estar en constante comunicación con el alumnado.	
Atención a la diversidad	
Actividades de Refuerzo	Actividades de Ampliación
Las actividades de la Relación contienen una gran cantidad de ejercicios, por lo que no le hará falta más para reforzar. Como siempre, el profesor estará atento a todos sus pasos y tareas para poder ayudarle y complementarle en la enseñanza de refuerzo	Siempre que sea necesario, se le dará más tiempo a la hora de entregar la tarea mandada para casa.
Posibles adaptaciones individualizadas: Los alumnos con trastorno por déficit de atención, estarán cerca de la mesa del profesor y se adaptarán a todas sus necesidades fundamentales	
Material didáctico: Pizarra, tiza, bolígrafos, dado, cuaderno de seguimiento, relación de ejercicios, ordenador portátil y proyector.	
Instalaciones: Colegio San Agustín Ceuta.	
Herramientas TIC: Ordenadores.	
Transversales / Interdisciplinariedad:	
Bibliografía/Webgrafía:	

También se adjunta en la siguiente hoja un modelo para desarrollar cada una de las sesiones de que consta la Unidad Didáctica presentada:

Tabla 3

SESIÓN 1 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones.		Sesión n°:	
1 / Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Evaluación inicial		Duración: 55 minutos	
Tipo Sesión: Evaluación inicial			
Instalaciones:			
Clase		Material: Estándar	Nº
Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Medir el nivel del alumnado sobre ecuaciones, tanto de primer grado como segundo grado. - Comprender los dos criterios de equivalencia aplicados a la ecuación (suma y producto). - Diferenciar el grado de la ecuación a la hora de resolver. - Aplicar la norma general para la resolución de ecuaciones de segundo grado. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de ecuaciones de primer grado. - Resolución de ecuaciones de segundo grado. 			
Justificación de la Metodología: Es importante saber el nivel inicial de los alumnos, para partir de una base a la hora de explicar el contenido de la lección. Por ello, se efectuará una breve evaluación inicial mediante la aplicación <i>Educaplay</i> y a continuación se repasará la resolución de ecuaciones de segundo grado mediante su fórmula.			
Estilo Enseñanza: ABJ		Estrategia: ABJ	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Se explicará rápidamente lo que va a consistir la clase. Se realizará una evaluación inicial rápida y sencilla, que constará de 5 ecuaciones de primer grado y 5 ecuaciones de segundo grado mediante <i>Educaplay</i> . En el anexo se explica mejor como será esta parte de la evaluación inicial. Una vez finalizada la evaluación inicial, se hará un breve repaso de la fórmula para la resolución de ecuaciones de segundo grado, ya que se producirá la corrección de dicha evaluación inicial.		5

Parte principal	Evaluación inicial: Resolución de cinco ecuaciones de primer grado y otras cinco ecuaciones de segundo grado. Una vez finalizada dicha evaluación, se realiza la corrección. Se preguntan las dudas que hayan surgido durante el examen y se hará un breve repaso para la resolución de ecuaciones de segundo grado, ya que es por donde dará comienzo la unidad en la siguiente sesión.		40
V. Calma	Habrá unos 10 minutos restantes para que los alumnos pregunten algún tipo de duda sobre lo visto en la clase y sobre lo que vendrá en las siguientes sesiones.		10
Actividades de Refuerzo:			
Actividades de Ampliación:			
Observaciones:			

Una vez finalizada la primera sesión, para la segunda se entra de lleno en los contenidos del tema de ecuaciones. Se inicia repasando de nuevo la fórmula del discriminante de las ecuaciones de segundo grado para poder dar paso a la resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas.

Tabla 4

SESIÓN 2 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones. nº: 2 / Curso: 3º ESO Trimestre: 2º Trimestre		Sesión	
Nombre de la Sesión: Ecuaciones de segundo grado incompletas			
Duración: 55 minutos		Tipo Sesión: Estándar	
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Comprender los miembros de una ecuación de segundo grado, los términos y las variables. - Diferenciar ecuaciones de segundo grado completas e incompletas. - Aprender cuando las ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro b tienen solución. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 2 completas. - Parámetros e incógnitas de una ecuación. - Ecuaciones de grado 2 incompletas. - Resolución de ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro b. 			
Justificación de la Metodología:			
Se parte del inicio, es decir, de la fórmula general de las ecuaciones de segundo grado, diferenciando los parámetros y la incógnita en una ecuación. Por consiguiente, se verá que puede ocurrir que algún parámetro su valor sea nulo por lo cual a la hora de resolver habrá que aplicar métodos totalmente diferentes a la fórmula general de ecuaciones de segundo grado, aunque es totalmente cierto que si se aplica esta fórmula mencionada, el ejercicio sigue siendo correcto.			
Estilo Enseñanza: Magistral		Estrategia: Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	Min.
Calentamiento	Se volverá a hacer hincapié en la fórmula general de resolución de ecuaciones de grado 2, visto en el curso anterior.		5

Parte principal	<p>Exposición magistral: Como diferenciar ecuaciones de grado 2 completas e incompletas.</p> <p>Para ello, hay que tener en cuenta que la ecuación general de segundo grado es:</p> <p style="text-align: center;">- $ax^2 + bx + c = 0$.</p> <p>Donde a, b y c son parámetros. La variable x es la incógnita de la ecuación.</p> <p>Exposición magistral: Ecuaciones de grado 2 incompletas, faltando el parámetro b.</p> <p>Se harán varios ejemplos de la Relación de ejercicios para poder reforzar a los alumnos sobre las ecuaciones incompletas faltando el parámetro b.</p>		40
V. Calma	<p>Se dejarán unos 10 minutos restantes para que los alumnos pregunten algún tipo de duda sobre lo visto en la clase y se deja constancia de los ejercicios a realizar en casa.</p>		10
<p>Actividades de Refuerzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Actividad 1 (apartados c, e, g y j): Realización de ejemplos sobre ecuaciones de grado 2 y de grado 2 incompletas faltando el parámetro b. El alumno debe de saber cuándo estas ecuaciones tienen solución, ya que si se fija en la forma general de las ecuaciones de grado 2 ($ax^2 + bx + c = 0$), si falta el parámetro b, la ecuación tendrá solución si y solo si $x^2 = c/a$, tal que $c/a \geq 0$. <p>Actividades de Ampliación: Los alumnos tendrán que hacer en casa parte de estos ejercicios, que están contenidos en la relación de ejercicios</p>			
<p>Observaciones:</p>			

Para la sesión tres, se pone el foco de atención en las ecuaciones incompletas de grado 2, faltando el parámetro c. Cuando se hayan visto los tres tipos de ecuaciones de grado 2, se realizará una serie de ejercicios que mezclen todos los casos, y así concluir con esta parte del contenido de ecuaciones.

Tabla 5

SESIÓN 3 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°: 3	
/ Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Ecuaciones de segundo grado incompletas			
Duración: 55 minutos		Tipo Sesión: Estándar	
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. - Entender que las ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c, siempre tendrá dos soluciones, de las cuales una de ellas siempre será $x=0$. - Resolver ecuaciones de grado 2 completas e incompletas 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. - Resolución de ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. - Resolución de ecuaciones de grado 2 completas e incompletas. 			
Justificación de la Metodología:			
Se estudiarán las ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. Se finaliza con las ecuaciones de grado 2 tanto completas como incompletas, por lo cual se resolverán ejercicios de la Relación para terminar esta parte de la unidad.			
Estilo Enseñanza: Magistral		Estrategia: Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Se parte de la ecuación de grado 2, y se identifica cuando es incompleta faltando el parámetro c.		5

Parte principal	Exposición magistral: Ecuaciones de grado dos incompletas, faltando el parámetro c. Se llevan a cabo varios ejemplos de la resolución de ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. Cuando quede totalmente claro este apartado, se resuelve todo tipo de ecuación de grado 2, tanto completas como incompletas, para poder solucionar cualquier tipo de dudas del alumnado.		40
V. Calma	Se dejan unos 10 minutos restantes para que los alumnos pregunten algún tipo de duda sobre lo visto en la clase y se deja constancia de los ejercicios a realizar en casa.		10
<p>Actividades de Refuerzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Actividad 1 (finalizar): Realización de ejemplos sobre resolver ecuaciones de grado 2 incompletas faltando el parámetro c. Es importante que el alumnado comprenda que en este tipo de ecuaciones, se tendrá que sacar factor común la incógnita x. Además, habrá dos soluciones y una de ellas siempre será $x=0$. Habrá que realizar en casa los ejercicios de la relación sobre este tipo de ecuaciones. - Actividad 2: Una vez dado las ecuaciones de segundo grado completas e incompletas, se da paso a resolver cualquier tipo de ecuación de segundo grado, viendo todo tipo de ejemplos y peculiaridades que se puedan presentar. <p>Actividades de Ampliación: Completar en casa los ejercicios de la Relación sobre este apartado.</p> <p>Observaciones:</p>			

Se deja por concluida la parte de resolución de ecuaciones de grado 2 completas e incompletas. En el siguiente apartado del tema, se cambia de tercio, y se dedicará a la descomposición en factores de los polinomios de grado 2.

Tabla 6

SESIÓN 4 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°: 4	
/ Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Descomposición en factores los polinomios de grado 2.			
Duración: 55 minutos		Tipo Sesión: Estándar	
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Comprender la descomposición de polinomios de grado 2. - Estudiar la fórmula de descomposición. - Recordar los métodos de descomposición: <ul style="list-style-type: none"> i. Sacar factor común. ii. Cuadrado de una suma. iii. Cuadrado de una diferencia. iv. Diferencia de cuadrados. - Ejecutar la descomposición en polinomios de grado mayor que dos. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Descomposición de polinomios de grado 2. - Métodos de descomposición. - Descomposición de polinomios de grado mayor que dos. 			
Justificación de la Metodología:			
Se estudiará la descomposición en factores de polinomios de grado 2. Este apartado será importante para resolver ecuaciones de grado 2, ya que las raíces que salen en la descomposición son solución de la ecuación de ese polinomio de grado 2. Se recordará también los distintos métodos de descomposición.			
Estilo Enseñanza: Magistral		Estrategia: Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	Min.
Calentamiento	Se hace un breve cambio, y se pasa de las ecuaciones a los polinomios por un instante.		5

Parte principal	Exposición magistral: Descomposición en factores un polinomio de grado 2. Siendo x_1 y x_2 las raíces de un polinomio de grado 2, tenemos que la descomposición será: $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$ Realización de ejemplos de descomposición en factores de polinomio de grado 2. Ejemplos de descomposición en factores de polinomios de grado mayor que 2.		40
V. Calma	Se dejan unos 10 minutos restantes para que los alumnos pregunten algún tipo de duda sobre lo visto en la clase y se deja constancia de los ejercicios a realizar en casa.		10
Actividades de Refuerzo: - Actividad 3: Después de haber realizado unos pocos de ejemplos de la Relación de ejercicios sobre la descomposición de factores de polinomios de grado 2 y de recordar los distintos métodos de descomposición empleados en Unidades Didácticas anteriores, los alumnos continuarán en casa los ejercicios de la Relación que complementen lo dado en clase Actividades de Ampliación: Completar en casa los ejercicios de la Relación sobre este apartado.			
Observaciones:			

Una vez dado en estas sesiones la resolución de ecuaciones de grado 2 (completas e incompletas) y la descomposición en factores de polinomio de grado 2, se pondrá en práctica una de las estrategias ejecutadas en la sesión 4. Esa estrategia es el siguiente:

Sea nuestro polinomio de segundo grado, $ax^2 + bx + c$, y sean x_1 y x_2 las raíces del polinomio. La descomposición como bien se ha visto será:

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2).$$

Esta descomposición será correcta si se cumplen las condiciones siguientes:

- El producto de las raíces x_1 y x_2 da como resultado nuestro parámetro c .

- Cambiando el signo a la suma de ambas raíces x_1 y x_2 , se obtiene el parámetro b .

Siempre se cumplirá si y solo si nuestro parámetro a es 1, $a=1$. Si $a \neq 1$, se debe de sacar factor común a , al polinomio que se trabaja, para que se cumpla la regla mencionada. Un par de ejemplos:

- $x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$. Nuestro parámetro $a=1$, por lo que no hace falta que se saque factor común a , para que se pueda cumplir la regla. Las condiciones que obedecen a la regla son las siguientes. Si se multiplican nuestras raíces:

$$(-1) \cdot (-2) = 2,$$

Se obtiene el parámetro $c=2$, luego cumple la primera condición. A ver la segunda.

Si se suma nuestras raíces y se le cambia el signo:

$$-(-1-2) = 3,$$

Vuelve a cumplir, ya que se tiene $b=3$.

- $3x^2 + 7x + 2 = 3(x+2)(x+1/3)$. Aquí el parámetro $a \neq 1$, luego se tendrá que sacar factor común 3:

$$3x^2 + 7x + 2 = 3(x^2 + 7/3x + 2/3).$$

Las raíces son $-1/3$ y -2 . Si se multiplican ambas raíces, se obtiene el parámetro $c=2/3$, y si se comprueba la segunda condición, es decir, cambiarle el signo a la suma de ambas raíces, se consigue $c=7/3$.

En la sesión 5, se llevará a cabo una actividad lúdica para reforzar esta última aplicación sobre la descomposición. Es una aplicación muy útil ya que también puede valer para comprobar las soluciones de ecuaciones de grado 2.

Tabla 7

SESIÓN 5 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión nº: 5 /	
Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Laberinto lúdico.		Duración: 55 minutos	
Tipo Sesión: Estándar			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Mejorar las relaciones afectivas entre compañeros. - Aumentar la comunicación entre compañeros. - Solucionar las ecuaciones de grado 2 de manera rápida y efectiva. - Zanjar la descomposición en factores de polinomios de segundo grado. - Recordar los métodos de descomposición ya visto anteriormente. - Repasar la simplificación de fracciones algebraicas. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de ecuaciones de grado 2. - Descomposición en factores de polinomio de grado 2. - Distintos métodos de descomposición. - Simplificación de fracciones algebraicas. 			
Justificación de la Metodología:			
<p>Después de realizar varias sesiones magistrales, en la que el desarrollo de la clase ha sido muy monótono, para repasar de manera adecuada y dinámica las ecuaciones de grado 2, se realizará un laberinto lúdico. Servirá para captar la atención de los chicos y para que además vuelvan a repasar la resolución de ecuaciones de grado 2 pero visto desde otra perspectiva.</p> <p>Para que no sea toda la clase lúdica, se dedicará parte de ella para repasar la simplificación de fracciones algebraicas, que ya se seguirá avanzando el siguiente día.</p>			
Estilo Enseñanza: Lúdica/Magistral		Estrategia: Lúdica/Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	Min.
Calentamiento	Se explicará con detalle en qué consistirá el laberinto lúdico.		5

Parte principal	Laberinto lúdico: Servirá de repaso tanto para la descomposición de polinomios como para la resolución de ecuaciones de segundo grado.		40
V. Calma	Los últimos diez minutos se tratará de hacer un breve repaso de la simplificación de fracciones algebraicas.		10
Actividades de Refuerzo:			
<ul style="list-style-type: none"> - Actividad 3 (bis): el ‘Laberinto de ecuaciones de grado 2’. <p>El juego consistirá en salir de un laberinto compuesto de ecuaciones de grado 2. Cada hueco tendrá dos o tres salidas, las cuales se efectuarán según la decisión del alumnado. Al ser una clase de 25 alumnos, se agruparán a los chicos en grupos de 5, para que sea más dinámico. Estas salidas llevarán consigo dos soluciones cada salida, y según la resolución que elija el grupo, irá por un camino u otro. Al haber visto el pequeño ‘truco’ para comprobar las soluciones de las ecuaciones de grado 2, los grupos no tendrán más de 20 segundos para poder responder y en caso de fallar, habrá penalización. El grupo ganador será aquel que consiga llegar primero a la salida del laberinto.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Antes de comenzar en las ecuaciones de grado mayor que 2, se hará un breve repaso sobre las operaciones algebraicas y la simplificación de fracciones algebraicas. Importante recordar los métodos de descomposiciones vistos: <ol style="list-style-type: none"> a. Sacar factor común. b. Cuadrado de una suma o cuadrado de una diferencia. c. Diferencia de cuadrados. d. Fórmula general para descomposición de polinomios de segundo grado. <p>Se realizarán unos pocos de ejemplos y a posteriori se organizan grupos de 5. Se aplicará una enseñanza cooperativa para dejar bien reforzado estos conceptos básicos a la hora de resolver ecuaciones. Se pondrá una serie de ejercicios y por grupos tendrán que resolverlo en el resto de la clase</p>			
Actividades de Ampliación:			
Observaciones: En el anexo se especifica más sobre la actividad			

Tabla 8*SESIÓN 6 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA*

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión nº: 6	
/ Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Simplificación de fracciones algebraicas, realización de operaciones algebraicas y tarea cooperativa		Duración: 55 minutos	Tipo Sesión:
Estándar			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Recordar los métodos de descomposición visto anteriormente. - Repasar la simplificación de fracciones algebraicas. - Revisar las operaciones algebraicas. - Diferenciar correctamente una operación algebraica de una ecuación. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Simplificación de fracciones algebraicas. - Realización de operaciones algebraicas. 			
Justificación de la Metodología:			
Se repasará profundamente la simplificación de fracciones algebraicas teniendo bien presente nuestras técnicas de descomposición. También se verá la realización de operaciones algebraicas, ya estudiadas anteriormente.			
Para dejar ejecutado estos dos conceptos, se hará una tarea cooperativa entre los alumnos.			
Estilo Enseñanza: Magistral/Cooperativa		Estrategia: Magistral/Cooperativa	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Sigue el repaso entre simplificación de fracciones algebraicas, y a posteriori la realización de operaciones algebraicas.		15

Parte principal	<p>Actividad 5: Tarea cooperativa. Se formará grupos de 5 alumnos, y cada grupo tendrá que resolver una serie de operaciones algebraicas que se enunciarán en la pizarra. En caso de duda de algún miembro de grupo, otro miembro del mismo podrá ayudarlo.</p> <p>Si la duda la tiene el grupo entero, podrán consultar al profesor.</p>		40
V. Calma			
<p>Actividades de Refuerzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Actividad 4: Realizar el ejercicio de simplificación de fracciones. Se terminan en casa. - Actividad 5: Tarea cooperativa. Antes de comenzar con las ecuaciones bicuadradas y binómicas, es importante dar una vista atrás a todos los pasos que se dan para la simplificación de fracciones algebraicas y la realización de operaciones algebraicas. Por tanto, se procederá a la realización de una actividad cooperativa, de 5 grupos, donde cada uno tendrá que resolver las distintas operaciones algebraicas expuestas en la pizarra. En caso de que algún grupo no sepa dar algún paso, podrán preguntar al profesor. <p>Actividades de Ampliación:</p>			
<p>Observaciones:</p>			

Para la sesión séptima se estudiarán las ecuaciones bicuadradas y binómicas.

Tabla 9

SESIÓN 7 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
7 / Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Ecuaciones bicuadradas y binómicas Duración: 55 minutos			
Tipo Sesión: Estándar			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Detectar cuando una ecuación es bicuadrada. - Efectuar bien el cambio de variable en una ecuación bicuadrada. - Rechazar las no soluciones correctamente. - Diferenciar los posibles tipos de soluciones de las ecuaciones binómicas. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones bicuadradas. - Ecuaciones binómicas. 			
Justificación de la Metodología:			
Se estudiará en esta sesión las ecuaciones bicuadradas y binómicas, por tanto, habrá que realizar una metodología magistral para poder enseñar estos dos tipos de ecuaciones.			
Estilo Enseñanza: Magistral		Estrategia: Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Se introduce de manera breve las ecuaciones bicuadradas y binómicas, que son los dos tipos de ecuaciones que se estudian en esta sesión.		5

Parte principal	<p>Exposición magistral: Ecuaciones bicuadradas. Las ecuaciones bicuadradas son aquellas de grado 4, y que los monomios de grado 3 y 1 no aparecen. Es decir, tienen la siguiente forma:</p> $ax^4 + bx^2 + c = 0.$ <p>Para la resolución hay que aplicar el cambio de variable:</p> $x^2 = t.$ <p>Exposición magistral: Ecuaciones binómicas. Son de la forma:</p> $x^n = a,$ <p>donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $n \geq 2$. - Si n es par $\Rightarrow x = \pm \sqrt[n]{a}$, $a \geq 0$. - Si n es impar $\Rightarrow x = \pm \sqrt[n]{a}$, $a \in \mathbb{R}$. <p>Realización de varios ejemplos de la Relación.</p>		40
V. Calma	<p>Resolver las dudas sobre estos dos conceptos. Reorganizar la tarea de la Relación que tienen que seguir en casa.</p>		10
<p>Actividades de Refuerzo: Resolver los distintos apartados de la Relación de ejercicios sobre ecuaciones bicuadradas y binómicas. (Actividades 6 y 7)</p> <p>Actividades de Ampliación: Seguir realizando los ejercicios en casa.</p>			
<p>Observaciones:</p>			

Finalizada la sesión sobre ecuaciones bicuadradas y binómicas, se procede al estudio de las ecuaciones con incógnita en el denominador y las ecuaciones radicales, que son los últimos tipos que quedan.

Tabla 10

SESIÓN 8 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°: 8	
/ Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Ecuaciones con la incógnita en el denominador y ecuaciones radicales			
Duración: 55 minutos		Tipo Sesión: Estándar	
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ejecutar correctamente el mínimo común múltiplo en las ecuaciones con la incógnita en el denominador. - Comprobar aquellas soluciones finales que anulen el denominador y eliminarlas. - Despejar el término raíz en las ecuaciones radicales. - Efectuar bien los pasos al elevar al cuadrado ambos miembros. - Comprobar que las soluciones obtenidas cumplan la igualdad. Eliminar aquellas soluciones que no cumplan la igualdad. Esta comprobación se puede hacer en cualquier ecuación equivalente a la que debemos de resolver, pero debe de estar aún el término radical. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones con la incógnita en el denominador. - Ecuaciones radicales. 			
Justificación de la Metodología:			
Se entra en la última parte del tema. Siguen las exposiciones magistrales, que sirvan para explicar los conceptos de ecuaciones con la incógnita en el denominador y ecuaciones radicales.			
Estilo Enseñanza: Magistral		Estrategia: Magistral	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Se introducen los dos tipos de ecuaciones que se verán en la sesión.		-

Parte principal	<p>Exposición magistral: Ecuaciones con la incógnita en el denominador.</p> <p>Para este tipo de ecuaciones, habrá que quitar denominadores para poder resolverla, por ello, hay que aplicar el mínimo común múltiplo.</p> <p>Una vez que se obtienen las soluciones, se tendrá que comprobar cuales son las que anulan el denominador. Aquellas soluciones que anulen el denominador, no son solución de la ecuación.</p> <p>Exposición magistral: Ecuaciones radicales.</p> <p>Para este tipo de ecuaciones, hay que aislar el término que lleve $\sqrt{\quad}$, y luego, elevar los dos miembros al cuadrado.</p> <p>También hay que comprobar cuales son las soluciones correctas. Así que, una vez que se tiene la solución, se va a una de las igualdades en las que siga manteniendo la $\sqrt{\quad}$, y se comprueba si se cumple dicha igualdad.</p> <p>Continúa la realización de ejemplos de este tipo de ecuaciones visto en clase</p>		45
V. Calma	<p>Resolver las dudas sobre estos dos conceptos.</p> <p>Reorganizar la tarea de la Relación que tienen que seguir en casa.</p>		10
<p>Actividades de Refuerzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Resolver los distintos apartados de la Relación de ejercicios sobre ecuaciones con incógnita en el denominador y ecuaciones radicales. (Actividades 8 y 9) <p>Actividades de Ampliación: En casa seguirán avanzando en la Relación de ejercicios.</p> <p>Observaciones:</p>			

Para la novena sesión, como ya se ha visto todos los tipos de ecuaciones que entran en la Unidad Didáctica, se divide la sesión en dos partes. Para la primera parte se realiza una serie de apartados sobre todo tipo de ecuaciones que se han visto.

Para la segunda parte, se vuelve al aprendizaje cooperativo. Se forman grupos de cinco, y tendrán que ir resolviendo una Relación de ejercicios en la que vienen incluidos todos los tipos de ecuaciones que caen en el examen escrito.

Cuando algún grupo no sepa resolver algún apartado, pueden preguntar sin ningún tipo de problemas al profesor.

Tabla 11

SESIÓN 9 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
9 / Curso: 3º ESO		Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Repaso de resolución de ecuaciones		Duración: 55 minutos	
Tipo Sesión: Estándar			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Diferenciar todos los tipos de ecuaciones visto en la unidad: <ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 1. - Ecuaciones de grado 2. - Ecuaciones de grado mayor que 2. - Ecuaciones bicuadradas. - Ecuaciones binómicas. - Ecuaciones con incógnita en el denominador. - Ecuaciones radicales. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de todos los tipos de ecuaciones visto. 			
Justificación de la Metodología:			
Una vez finalizado todos los contenidos del temario, se realiza una actividad cooperativa que sirva de repaso para que refuercen los alumnos todo lo dado sobre resolución de ecuaciones.			
Estilo Enseñanza: Cooperativa		Estrategia: Cooperativa	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Repaso general de toda la Unidad. Se atenderá todo tipo de dudas acerca de resolución de ecuaciones antes de iniciar la tarea cooperativa.		15

Parte principal	<p>Actividad 10: Aprendizaje cooperativo.</p> <p>Se repartirá la clase en grupos de cinco, y tendrán que ir resolviendo una Relación de ejercicios en la que habrá todo tipo de ecuaciones. Será una tarea que favorecerá a la puntuación final de la evaluación, siempre y cuando se entregue correctamente.</p>		40
V. Calma			
<p>Actividades de Refuerzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Actividad 10: Tarea cooperativa. Se volverá a distribuir a los alumnos en grupos de 5, y para poder repasar todo lo visto en la unidad, realizaran una serie de ejercicios para distinguir correctamente los distintos tipos de ecuaciones que hemos dado. <p>Actividades de Ampliación: En casa seguirán avanzando en la Relación de ejercicios.</p> <p>Observaciones:</p>			

Para las últimas sesiones, la programación está muy clara. Se distribuirá en una sesión lúdica y complementaria a la enseñanza, otra que sirva de ejemplo para el examen escrito al que los alumnos se enfrentarán y la última que será el examen escrito. Después del examen escrito, se programará una sesión dedicada exclusivamente a corregir el examen hecho.

Para la sesión 10, se realizará un trivial-dado sobre ecuaciones, en el que se asignará cada tipo de ecuaciones que se ha visto (ecuaciones de grado 2, ecuaciones de grado mayor de dos, ecuaciones bicuadradas, ecuaciones binómicas, ecuaciones con incógnita en el denominador y ecuaciones radicales), con algún número del dado. La tarea será por grupos, así que por turnos tirarán el dado, y según el número que toque, tendrán que resolver la ecuación correspondiente. Para la resolución de la ecuación no tendrán más de

2-3 minutos. Si aciertan sumarán un punto, y en caso de fallar no sumarán nada. En el anexo se explicará detenidamente la tarea.

Tabla 12

SESIÓN 10 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
10 /	Curso: 3º ESO	Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Trivial de ecuaciones		Duración: 55 minutos	Tipo
Sesión: Lúdica			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Aprender y repasar de manera dinámica y atractiva todos los tipos de ecuaciones visto en la unidad. - Interrelacionar a todos los alumnos de la clase. - Mejorar la comunicación entre compañeros. - Motivar a los alumnos a competir de manera sana a través del aprendizaje. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de ecuaciones. 			
Justificación de la Metodología:			
Ya terminado todo tipo de repaso y la actividad cooperativa en la sesión anterior, se dedicará la sesión a realizar una actividad lúdica a través del Trivial de ecuaciones.			
Estilo Enseñanza: Lúdica		Estrategia: Lúdica	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	Se explica en qué consistirá el Trivial Dado de ecuaciones.		10

Parte principal	Actividad 8: Trivial de ecuaciones.		45
V. Calma			
Actividades de Refuerzo: <ul style="list-style-type: none"> - Actividad 8: TRIVIAL-DADO DE ECUACIONES. 			
Actividades de Ampliación: En casa seguirán avanzando en la Relación de ejercicios.			
Observaciones:			

Para la sesión número once, Se realizará una especie de simulacro, para que los alumnos se pongan en la situación en la que se encontrarán el día del examen.

Tabla 13

SESIÓN 11 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
11 /	Curso: 3º ESO	Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Simulacro examen		Duración: 55 minutos	Tipo
Sesión: Repaso			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Repasar todo el contenido de la unidad. - Ambientar al alumnado a la prueba escrita. - Aclarar todo tipo de dudas. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 1. - Ecuaciones de grado 2. - Simplificación de fracciones algebraicas. - Realización de operaciones algebraicas. - Ecuaciones de grado mayor que 2. - Ecuaciones bicuadradas. - Ecuaciones binómicas. - Ecuaciones con la incógnita en el denominador. - Ecuaciones radicales. 			
Justificación de la Metodología:			
Se ensayará este simulacro para que los alumnos el día del examen se encuentren relajados y tranquilos. También, puede servir de repaso, ya que se efectuará un examen escrito del año anterior			
Estilo Enseñanza: Estándar		Estrategia: Estándar	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	Min.
Calentamiento	Se preguntará si hay algún tipo de duda sobre los ejercicios de la Relación.		15

Parte principal	Actividad 9: Simulacro		40
V. Calma			
Actividades de Refuerzo: Resolver el examen escrito del año anterior.			
Actividades de Ampliación: En casa seguirán avanzando en la Relación de ejercicios.			
Observaciones:			

La última sesión será el examen escrito.

Tabla 14

SESIÓN 12 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
12/	Curso: 3º ESO	Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Examen		Duración: 55 minutos	Tipo Sesión:
Repaso			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión:			
<ul style="list-style-type: none"> - Expresar todo lo aprendido en la unidad. 			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 1. - Ecuaciones de grado 2. - Simplificación de fracciones algebraicas. - Realización de operaciones algebraicas. - Ecuaciones de grado mayor que 2. - Ecuaciones bicuadradas. - Ecuaciones binómicas. - Ecuaciones con la incógnita en el denominador. - Ecuaciones radicales. 			
Justificación de la Metodología: -			
Estilo Enseñanza: Estándar		Estrategia: Estándar	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	<u>Min.</u>
Calentamiento	-		-

Parte principal	Examen escrito.		55
V. Calma	-		-
Actividades de Refuerzo: Actividades de Ampliación:			
Observaciones:			

Una vez terminado el examen escrito, la siguiente sesión será la dedicada al aprendizaje mediante *GeoGebra*.

Tabla 15

SESIÓN 13 DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Título Unidad Didáctica: Resolución de ecuaciones		Sesión n°:	
13/	Curso: 3º ESO	Trimestre: 2º Trimestre	
Nombre de la Sesión: Examen		Duración: 55 minutos	Tipo Sesión:
Repaso			
Instalaciones: Clase		Material: Estándar	
Nº Alumnos/as: 25			
Objetivos didácticos de la sesión: Será una sesión totalmente lúdica, así que el objetivo fundamental y prioritario es que el alumno tenga unos conceptos muy básicos sobre el software, y aprendan a poder plantear una ecuación y resolverla.			
Contenidos desarrollados:			
<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones de grado 1. - Ecuaciones de grado 2. - Simplificación de fracciones algebraicas. - Realización de operaciones algebraicas. - Ecuaciones de grado mayor que 2. - Ecuaciones bicuadradas. - Ecuaciones binómicas. - Ecuaciones con la incógnita en el denominador. - Ecuaciones radicales. 			
Justificación de la Metodología: Es importante motivar al alumnado de cara a su aprendizaje diario. Con el uso de las nuevas tecnologías se incita a que quieran seguir aprendiendo y estudiando la asignatura. También, hay que destacar la importancia de <i>GeoGebra</i> a la hora de resolver ecuaciones o realizar representaciones geométricas y gráficas.			
Estilo Enseñanza: Estándar		Estrategia: Estándar	
Agrupación:			
Posición Profesor:		Tipo Feedback	
Parte	Descripción	Descripción gráfica	Min.
Calentamiento	Se usarán 10 o 15 minutos para explicar el software. A continuación, se entra en materia y se dará los pasos importantes para poder resolver una ecuación cualquiera, ya que es el objetivo de la unidad.		10

Parte principal	El resto del tiempo será trabajando en la aplicación realizando ecuaciones. De menos a más. Si sobra tiempo, también se verá como poder representarlas en el eje OX.		45
V. Calma	-		-
Actividades de Refuerzo:			
Actividades de Ampliación:			
Observaciones:			

Se realiza la sesión introductoria a GeoGebra. Los alumnos podrán comenzar a entrar en contacto con esta aplicación y lo harán resolviendo ecuaciones de los tipos visto en el tema.

VII. CONCLUSIONES

7. CONCLUSIONES

Después de la finalización de la unidad, se ha comprobado si los objetivos marcados al comienzo de la misma se han cumplido, o, por el contrario, no se han alcanzado.

A la hora de la introducción de los nuevos conceptos, el apoyo de la clase magistral se ha combinado con la creación de debates dentro del alumnado, provocando la participación de los mismos, dándole un énfasis a la concentración en la explicación. La Relación de ejercicios ha sido completada con éxito por la mayoría del alumnado. La idea siempre es la misma. Se realizan algunos apartados en pizarra, se propone turno de preguntas y consultas sobre los ejemplos hechos y, a continuación, se mandaba para casa los restantes. Durante la semana, los alumnos podían preguntar a cerca de los ejercicios, y en caso de duda, se realizaba en pizarra.

El aprendizaje significativo es vital a la hora de conocer las nuevas ideas que se plasman en el temario. Este aprendizaje refuerza y recuerda lo visto anteriormente.

Las sesiones donde se realizan las actividades evaluables cooperativas son muy positivas en el alumnado. Se repasan los conceptos vistos en la unidad, se mejora la comunicación e interrelación entre ellos y se estimula la competitividad. También, los propuestos para repasar y reforzar los conocimientos, se usan para que los alumnos se acostumbren a estas tareas cooperativas.

La clase dedicada al impulso de las TIC, mediante la introducción al software GeoGebra es fundamental para que los alumnos reconozcan la importancia de la resolución de ecuaciones. El hecho de analizar y comentar ciertos ejemplos y/o proposiciones también ayudan a mejorar el dinamismo de la clase, y, por tanto, a captar la atención de los alumnos.

Se ha motivado al alumnado haciéndole creer que la nota numérica del examen escrito no es lo más importante dentro de una asignatura, sino que hay otros indicios como la participación, la actitud y la capacidad de comprender los nuevos conceptos que tienen aún más relevancia para la comprensión de una materia.

**VIII LIMITACIONES Y
POSIBILIDADES DE PROYECTOS DE
INVESTIGACIÓN EDUCATIVA**

8 LIMITACIONES Y POSIBILIDADES DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA.

Debido a las infraestructuras del colegio, hubo ciertos problemas a la hora de proponer la clase introductoria a GeoGebra, ya que no hay ordenadores suficientes para todos los alumnos. Aun así, formando grupos de dos, se realizó la clase sin ningún tipo de incidencias, aunque no se vio toda la sesión prevista.

Por ello, la propuesta de mejora será realizar más sesiones de GeoGebra para aumentar la carga de este tipo de clases a los alumnos.

El hecho de aprender GeoGebra, o cualquier otra aplicación, tendrá muchas consecuencias positivas en el alumnado. Realizar sesiones organizadas y atractivas con el ordenador acrecentará la atención de los jóvenes, pondrán mayor atención en la asignatura y su rendimiento mejorará. Hay que hacerles ver que los programas como GeoGebra pueden ser muy beneficioso a lo largo de sus trayectorias académicas, debido a la naturalidad que presentan a la hora de resolver problemas. Son máquinas muy capaces que pueden solucionar ecuaciones (ya que es la Unidad presentada) con una complejidad mayor que las vistas en clase. Lo mismo sucede a la hora de ver otro estilo de programa, como los que se plantearán a continuación.

Al finalizar las prácticas, la clase finalizaba el bloque de Álgebra y comenzaba el de Funciones, por lo que ni vi finalizar el bloque de Funciones, ni el de Estadística.

Uno de los proyectos a proponer, era la introducción a Wolfram Alpha, una aplicación muy apta para representar funciones. Aunque en 3º de ESO no se llega a más de la representación de funciones polinómicas de 2º grado, no estaría de más que los alumnos ya comenzaran a manejar esta página web para conocer algo más sobre la representación de funciones.

Como el último bloque es el de Estadística, una vez visto los buenos resultados obtenidos a través de GeoGebra, uno de los proyectos para ofrecer a los alumnos sería comenzar a utilizar Excel. Esta aplicación está adquiriendo importancia por sus altos

dotes tanto en cálculo como en estadística, por lo que sería conveniente que los alumnos iniciaran a familiarizarse con él.

IX REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

9 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Lobato Villagrà, P. (24 de enero de 2018).  Qu  es el aprendizaje cooperativo? Definición y elementos esenciales. *EdInTech*. <https://edintech.blog/2018/01/24/aprendizaje-cooperativo-definicion-elementos-esenciales/>
- Profesores CEU San Pablo Montepríncipe (6 de noviembre de 2018). El uso de las TIC en las aulas: beneficios para el aprendizaje. *CEU San Pablo Montepríncipe*. <https://www.colegioceumontepincipe.es/blog/el-uso-de-las-tic-en-las-aulas/>
- Benavides Criollo, G., Benavides Criollo, N. y Jumbo Sandoval, C. (26 de junio de 2021). Uso de GeoGebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula. <https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf>
- Torres Menárguez, I. (13 de julio de 2017). ‘Hay que. Recuperar la disciplina y la autoridad en la escuela’. *El País*. https://elpais.com/economia/2017/07/10/actualidad/1499687476_336740.html
- Moreno, S. (15 de febrero de 2022). Antonio Pérez, mejor profesor de Secundaria: ‘Un padre me pidió que diera clase como Dios manda’. *El Mundo*. <https://www.elmundo.es/papel/2022/02/15/620a7683fc6c834d7d8b45a1.html>
- Fangul, S. (13 de marzo de 2017). Así es el aprendizaje por proyectos que evoluciona las escuelas. *El País*. https://elpais.com/economia/2017/03/12/actualidad/1489333447_073406.html
- Profesores del Colegio Salesianos Pamplona. (6 de junio de 2022). Paneles interactivos para personalizar el método de enseñanza y aprendizaje. *Educación 3.0*. <https://www.educaciontrespuntocero.com/empresas/salesianos-pamplona-paneles-interactivos/>
- EFE (11 de mayo de 2022).  Una nueva forma de dar matemáticas? Se acabó la memorización en clase. *Heraldo*. <https://www.heraldo.es/noticias/ocio-y->

cultura/2022/05/11/nueva-forma-dar-matematicas-fin-memorizacion-clase-1573448.html

Sanfeliciano, A. (31 de mayo de 2019). Aprendizaje significativo: definición y características. *La mente es maravillosa*. <https://lamenteesmaravillosa.com/aprendizaje-significativo-definicion-caracteristicas/>

Álvarez Carneros, P. (5 de septiembre de 2015). Aprendizaje significativo: dotando de significado a nuestros progresos. *Psicología y Mente*. <https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo>

Área de Educación. (8 de abril de 2020). El aprendizaje significativo: ¿por qué introducirlo en el aula?. *Unir*. <https://www.unir.net/educacion/revista/aprendizaje-significativo/>

García-Bullé, S. (25 de junio de 2021). Gamificación y aprendizaje basado en juegos. *Observatorio IFE*. <https://observatorio.tec.mx/edu-news/gamificacion-aprendizaje>

González González, C. S. (2015). Estrategias para trabajar la creatividad en la Educación Superior: pensamiento de diseño, aprendizaje basado en juegos y en proyectos. *Revista De Educación a Distancia (RED)*, (40). <https://revistas.um.es/red/article/view/234291>

Hernández-Horta, I., Monroy-Reza, A. & Jiménez-García, M. (2018). Aprendizaje mediante Juegos basados en principios de gamificación en instituciones de Educación Superior. *Scielo*, (11), 31-40.

López A. (7 de junio de 2022). La gamificación en el aula. *La opinión de Murcia*. <https://www.laopiniondemurcia.es/pequeopi/2022/06/07/gamificacion-aula-66982763.html>

Pérez Blanes C. (30 de mayo de 2022). Oportunidades y riesgos de innovar en educación. *Magisnet*. <https://www.magisnet.com/2022/05/oportunidades-y-riesgos-de-innovar-en-educacion/>

- Hernández Gómez, E., Briones Peñalver, A.J., Serdeira Azevedo, P. & Medina Vidal, F. (2016). Geogebra y TIC en matemáticas de enseñanza secundaria. *Universidad Politécnica de Cartagena*, (9), 212-215.
- Hernando Romero, S. (14 de diciembre de 2020). Metodologías activas: Hacia un cambio en la enseñanza del siglo XXI. *Issuu*. https://issuu.com/espiral/docs/entera20_8_asoc_espiral/s/11493992
- Mosquera Gende, I. (24 de febrero de 2020). ¿Qué son las metodologías activas? Cuatro docentes nos lo explican. *Unir*. <https://www.unir.net/educacion/revista/que-son-las-metodologias-activas-cuatro-docentes-nos-lo-explican/>
- Pérez Lima, S. y Perales Pons, J. (13 de enero de 2022). Los distintos tipos de memoria y su papel en el aprendizaje. *The Conversation*. <https://theconversation.com/los-distintos-tipos-de-memoria-y-su-papel-en-el-aprendizaje-174076>
- Juárez-Pulido, M., Rasskin-Gutman, I., & Mendo-Lázaro, S. (2019). El aprendizaje cooperativo, una metodología activa para la educación del siglo XXI: una revisión bibliográfica. *Revista Prisma Social*, (26), 200-210.
- Saldaña Acosta, R. (6 de junio de 2017). GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas. *IFE*. <https://observatorio.tec.mx/edu-bits-blog/2017/6/6/geogebra-para-la-enseanza-de-las-matematicas>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3, de 3 de enero de 2015.
- Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional. *Boletín Oficial del Estado*, 275, de 17 de noviembre de 2021
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado*, 76, de 30 de marzo de 2022.

- Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas. *Boletín Oficial del Estado*, 163, de 9 de julio de 2015.
- Orden EDU/849/2010, de 18 de marzo, por la que se regula la ordenación de la educación del alumnado con necesidad de apoyo educativo y se regulan los servicios de orientación educativa en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, en las ciudades de Ceuta y Melilla. *Boletín Oficial del Estado*, 83, de 6 de abril de 2010.
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 25, de 29 de enero de 2015.
- Delgado, P. (14 de junio de 2022). La educación inclusiva: Un proceso complicado pero necesario. *Observatorio TEC*. <https://observatorio.tec.mx/edu-news/educacion-inclusiva-necesaria>
- Nogueras Belmonte, E. (Septiembre de 2021). Plan de Atención a la Diversidad. *Departamento de Orientación, Colegio Concertado San Agustín de Ceuta*.
- Couñago, A. (24 de mayo de 2022). Diferencias entre alumnos con NEE y NEAE. *Eres Mamá*. <https://eresmama.com/diferencias-alumnos-nee-alumnos-nea/>
- Peláez, V. (17 de septiembre de 2020). 10 medidas para ayudar a alumnos con TDAH dentro de clase. *Red Cenit*. <https://www.redcenit.com/10-medidas-para-ayudar-a-alumnos-con-tdah-dentro-de-clase/>
- Sadurní, J.M. (17 de febrero de 2021). Alan Turing, el arma secreta de los aliados. *National Geographic*. https://historia.nationalgeographic.com.es/a/alan-turing-arma-secreta-aliados_16352
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (14 de marzo de 2022). Día Internacional de las Matemáticas. *Unesco*. <https://es.unesco.org/commemorations/mathematics>

García López, L. (9 de marzo de 2021). Recursos para trabajar y repasar las ecuaciones en Secundaria. *Educación* 3.0.
<https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/ecuaciones-en-secundaria/>

González, A. (Octubre de 2013). Ejercicios de ecuaciones y sistemas, 3º ESO. *I.E.S. Fernando de Mena, Dpto. de Matemáticas*. <https://eloisaramirez.iescla.org/wp-content/uploads/2013/10/3º-ESO-ECUACIONES-DE-SEGUNDO-GRADO1.pdf>

Valencia, M.A. (Septiembre de 2021). Ejercicios de ecuaciones, 3º ESO. *Colegio Concertado San Agustín de Ceuta, Dpto. de Matemáticas*.

X ANEXO

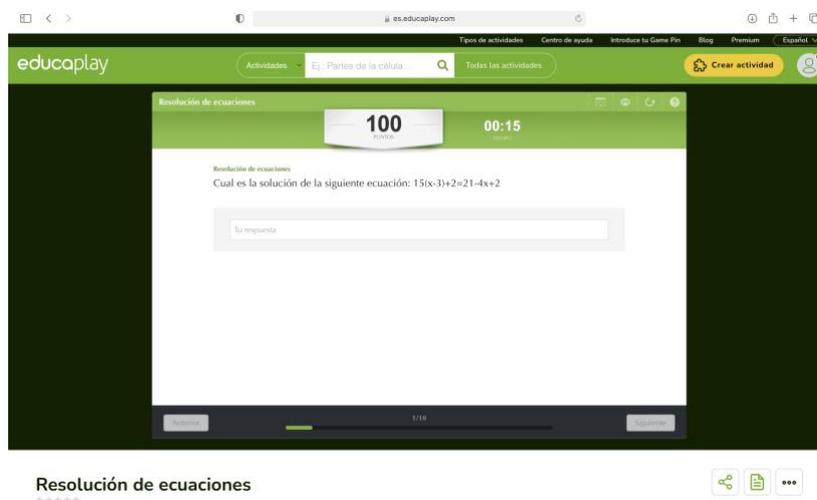
10 ANEXO

Anexo I: Evaluación inicial por Educaplay

Se proviene del temario de polinomios y resolución de operaciones algebraicas. Antes de comenzar la unidad, se realiza una prueba de evaluación inicial para ver el nivel de la clase sobre ecuaciones.

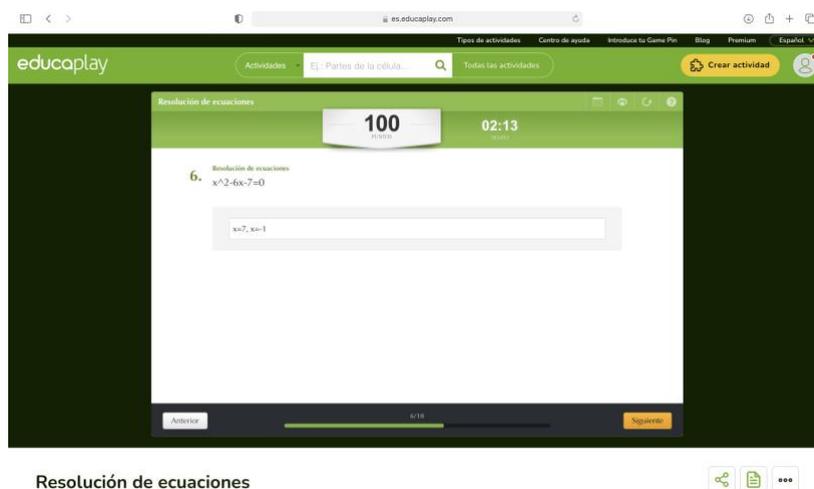
Para que sea una evaluación sencilla y atractiva, se pedirá permiso para poder desplazarnos al aula de tecnología y realizar la prueba mediante el ordenador, con la aplicación *Educaplay*.

Una vez que estén los alumnos con su correspondiente ordenador, se explica en qué consistirá la evaluación, dando las instrucciones básicas de la página web de *Educaplay*. Se proporcionará el enlace: https://es.educaplay.com/recursos-educativos/12267319-resolucion_de_ecuaciones.html



Al haber ecuaciones de segundo grado, la ecuación puede tener hasta dos soluciones, por lo que hay que explicar a los alumnos que para marcar la solución correcta, sería por ejemplo:

$$- \quad x=1, x=2$$



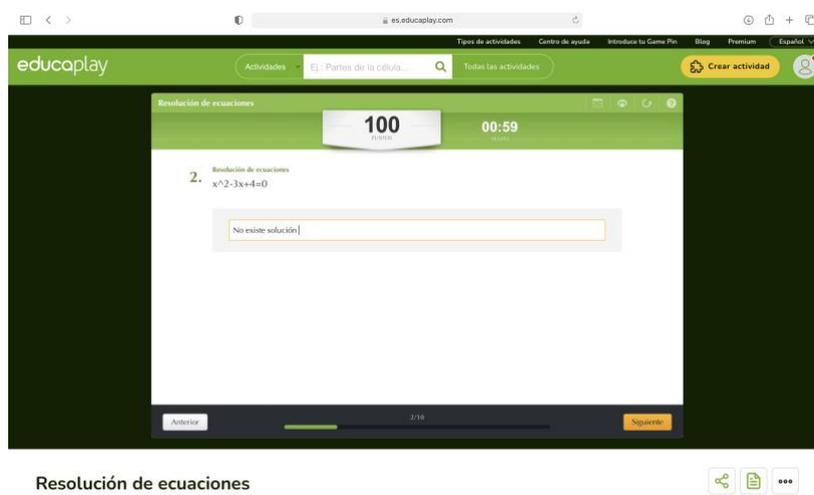
El orden no importará, ya que está correctamente ajustado para que dé correcto sea cual sea la colocación de las soluciones.

En caso de ser doble:

$$- \quad x=1, x=1$$

Y en caso de no existir (esto vale para primer y segundo grado):

- No existe solución



La evaluación será sobre 100 puntos. Son 10 ecuaciones a resolver, por lo que cada ecuación pesa 10 puntos. Una vez que se le pulse al finalizar, el programa te da la puntuación obtenida.

Anexo II: Evaluación

Antes de comenzar a nombrar los criterios, hay que recalcar que la evaluación inicial de cada temario no se evaluará. Simplemente es para tener una idea del nivel medio de la clase, y para saber si es necesario repasar algún concepto del curso anterior

Como se ha comentado a lo largo de la programación, se hará especial hincapié a la actitud diaria del alumno tanto en clase como en casa. A la vez que se explica los conceptos teóricos, se complementará con ejercicios y/o ejemplos de la Relación.

Por día, se mandará una serie de ejercicios para que los alumnos vayan completando en casa. En caso de no comprender algún apartado, los alumnos pueden preguntarlo en clase cuando lo requieran.

La Relación de ejercicios se entregará justo el mismo día del examen escrito. Se supervisará y se calificará según la disposición mostrada por el alumno en su Relación. Si hay algún apartado o un par de apartados los cuáles estén mal, no implicará una bajada de esta parte de la nota. Es decir, adquiere importancia la limpieza, realizar todos los apartados de cada ejercicio, la metodología empleada...

Durante la explicación de la teoría en las clases magistrales, habrá que realizar varias anotaciones en la libreta. Ya sean definiciones, proposiciones o los ejemplos expuestos en la pizarra. Todo este material es importante de cara al estudio diario del alumnado, por lo que, al finalizar la evaluación, se recogerán y se evaluarán todas las libretas.

El trabajo mostrado de cada alumno en su libreta, irá acompañado, en el tanteo de la nota, del comportamiento en clase. Esto no significa que el alumno desarrolle la clase callado, sino que se definirá como un comportamiento positivo aquel en el que el alumno presente una actitud emprendedora en la clase, que participe en debates, que pregunte en caso de cualquier duda surgida en ejemplo o concepto teórico...

La Relación de ejercicios, la libreta y la actitud en clase tendrá un peso del 20% de la nota.

A continuación, presentamos una rúbrica de la Relación, la libreta y la actitud.

Tabla 16

RÚBRICA I DE LA EVALUACIÓN.

	Suspense	5-6	7-8	9-10
ACTITUD	Molesta a los compañeros de clase. No atiende ni trabaja.	La participación es muy poco frecuente.	La participación y el comportamiento en clase es excelente. Ayuda a sus compañeros para cualquier cosa que necesiten.	La participación y el comportamiento en clase es excelente. Ayuda a sus compañeros para cualquier cosa que necesiten.
LIBRETA	No presenta un orden preciso. No es una libreta muy completa, o incluso llegan a faltar hojas o material.	Tiene una limpieza correcta, aunque presenta mucho desorden en algunas partes del temario.	La limpieza y el orden presentado es muy bueno. Suele tener todo lo expuesto en clase copiado, aunque hay proposiciones, definiciones o ejemplos que no.	Es una libreta completa, tanto en orden como limpieza. Mantiene todo lo visto en la pizarra copiado. Se puede estudiar perfectamente en ella
RELACIÓN	No presenta la relación nunca.	Presenta parte de lo mandado en clase, aunque suelen faltar muchos apartados, o algunos de ellos están muy incompletos o mal resueltos.	Presenta siempre la Relación. Suelen estar todos los apartados mandados y muy bien resueltos.	La relación entregada es excelente. Completa todos los apartados y expone la teoría vista en clase.

No hay que dejar escapar las tareas cooperativas. Estas tareas, en su inmensa mayoría, ocupan la sesión completa de la clase, por lo que también tendrán una importancia en la nota de la evaluación.

Las tareas no solo están pensadas para la comprensión de los conceptos, sino que también tienen como objetivo mejorar la actitud competitiva de cada alumno y la relación personal entre ellos. Entonces no solo se evalúa quien acaba primero cada actividad, sino que será muy importante terminarla y que todos queden satisfechos con el trabajo realizado.

Las actividades cooperativas valdrán un 5% en la nota final.

Tabla 17

RÚBRICA II DE LA EVALUACIÓN.

	Suspenso	5-6	7-8	9-10
ACTIVIDADES COOPERATIVAS	El alumno decide no participar en ella. No hace por trabajar ni por ayudar los compañeros.	Ha tenido alguna falta no justificada en algunas de las tareas. A la tarea asistida, su esfuerzo y trabajo ha sido mínimo.	Ha realizado muy buenas tareas cooperativas. Ha ayudado a los compañeros cuando lo han necesitado y se ha dejado ayudar cuando lo ha requerido. Su grupo ha hecho un muy buen papel.	Las tareas realizadas han sido excelentes. Además de realizar una extraordinaria participación en cada una de ellas.

Por último, hay que recalcar que la media de los exámenes escritos tendrá un peso importante en la nota final de la evaluación. Ese peso será del 75%.

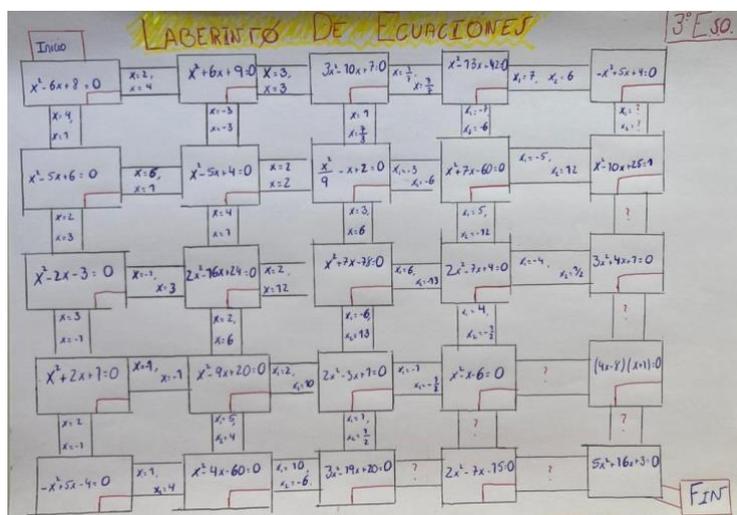
Anexo III: Laberinto de ecuaciones de segundo grado

Esta actividad se desarrollará en la sesión número 5. En la clase hay 25 alumnos, por lo que se formarán grupos de 5, todos heterogéneos. La actividad es bastante sencilla. Después de haber visto la metodología para hallar las raíces de un polinomio de grado dos y así poder descomponerlo, se resolverán ecuaciones de grado dos basándose en ella.

Se implantará un tablero en la pizarra, ya sea mediante el proyector y ordenador o escribiéndolo directamente (para ello, la clase tiene que ser seguida de un recreo, y durante el recreo el profesor escribirá el tablero para ahorrar tiempo).

Todos los grupos salen del mismo cuadro, donde habrá una ecuación. Las salidas del cuadro son posibles soluciones, que el grupo tendrá que resolver en un periodo breve de veinte o treinta segundos. No hay número ilimitado de fallo, es decir, si se falla, se sigue por el camino elegido, pero si ese grupo falla de nuevo, tendrá que volver al inicio del tablero. Para añadir algo de dificultad, los últimos caminos no vienen las soluciones, pero el tiempo para responder pasará a un minuto en lugar de treinta segundos.

El grupo ganador será aquel que llegue primero a la meta.



Anexo IV: Trivial-Dado de ecuaciones

El Trivial-Dado de ecuaciones será una actividad a desarrollar en las últimas sesiones de la unidad, concretamente en la sesión 8. Se volverá a formar grupos de 5, todos ellos heterogéneos.

La actividad le debe el nombre a que es una mezcla entre trivial basándose en un dado, es decir, se sustituyen los colores del trivial, por el dado clásico, donde cada número definirá a un tipo de ecuación:

- Número 1: Ecuaciones de grado 2 (completas e incompletas)

- Número 2: Ecuaciones de grado mayor que 2.
- Número 3: Ecuaciones binómicas.
- Número 4: Ecuaciones bicuadradas.
- Número 5: Ecuaciones con la incógnita en el denominador.
- Número 6: Ecuaciones radicales.

Cada tipo de ecuación tendrá almacenada una serie de 15-20 ecuaciones, para que sea una actividad completa.

La actividad es bastante sencilla de realizar. El grupo que le corresponda su turno, tendrá que lanzar el dado y según el número que toque, tendrá que realizar una ecuación de ese tipo. Por acierto es un punto, y el equipo ganador será aquel que llegue a 8 puntos.

Anexo V: Clase de Geogebra

Para esta clase de introducción a GeoGebra, cada alumno se colocará en un ordenador. El inicio de la sesión será sencillo, se comenta a los chicos a que página hay que conectarse en internet y se indican las primeras acciones en la aplicación. Se enseñará como abrir una nueva ventana, como guardarla, como comenzar de cero y como serán los comandos para resolver ecuaciones.

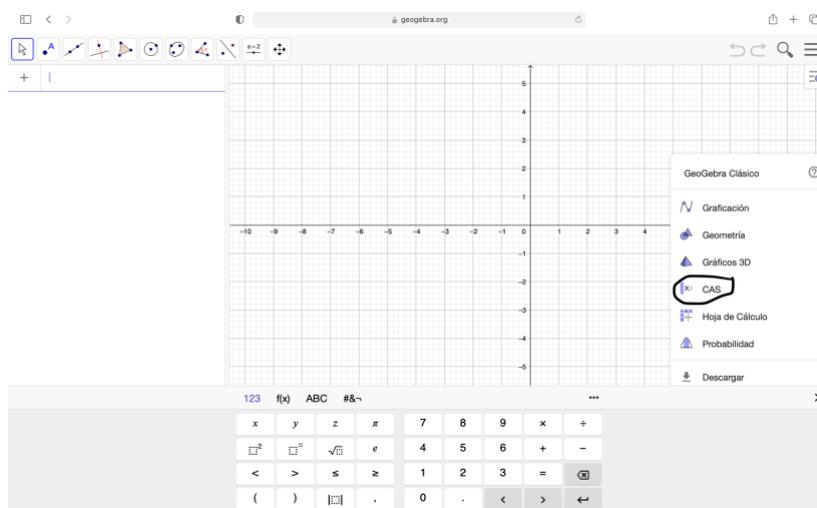
Antes de nada, es importante que los alumnos sepan un par de abreviaturas matemáticas traducidas en internet. Estas abreviaturas son:

- x^2 : x al cuadrado.
- x^n : x elevado a n.
- $x^{(1/n)}$: x elevado a 1 partido n, o raíz enésima de x.
- \sqrt{x} : raíz cuadrada de x.

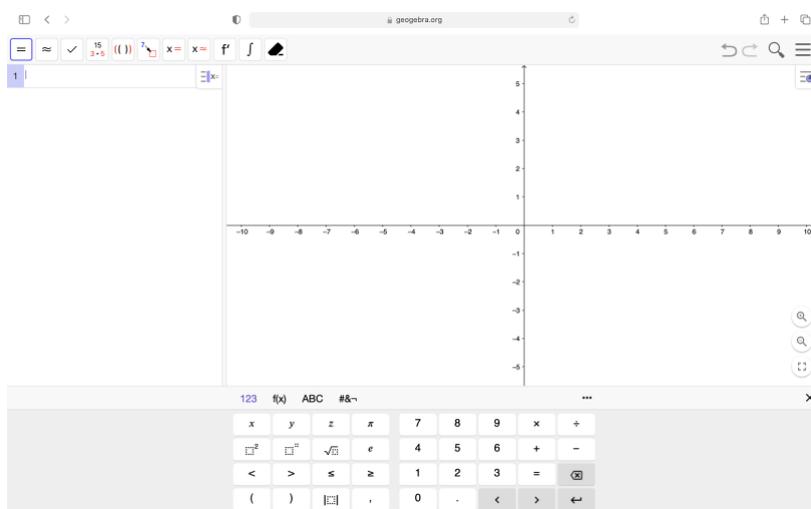
Es importante que las conozcan, ya que les puede ser útil en la aplicación GeoGebra o a la hora de expresarse en cualquier conversación vía whatsapp o semejantes. Para la aplicación GeoGebra no es obligatorio conocer estos términos pues ya viene un teclado específico para el lenguaje matemático.

Abrimos la aplicación online GeoGebra, mediante <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>. Aparecerá una columna de comando, una

gráfica, un teclado y un tablón que nos guía el tipo de problema a realizar. Nosotros, como estamos en el tema de resolución de ecuaciones, se pulsa a CAS.



Una vez que se pulsa en CAS, aparecerá la tabla comando donde se realizan las ecuaciones correspondientes.

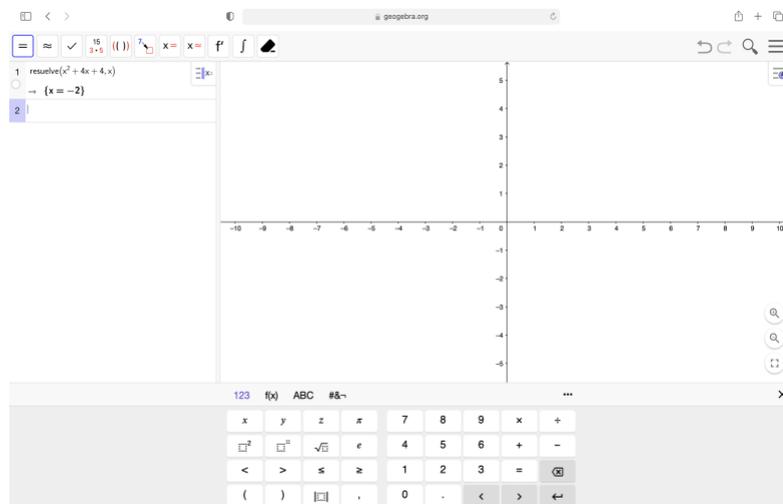


La aplicación es muy sencilla y para resolver cualquier ecuación siempre hay que hacer lo mismo. Según la instantánea segunda, estamos en la ventana 1, que es donde se escribe la ecuación a resolver. Supongamos que se quiere resolver la ecuación $X^2+4X+4=0$, pues habrá que escribir en nuestra ventana:

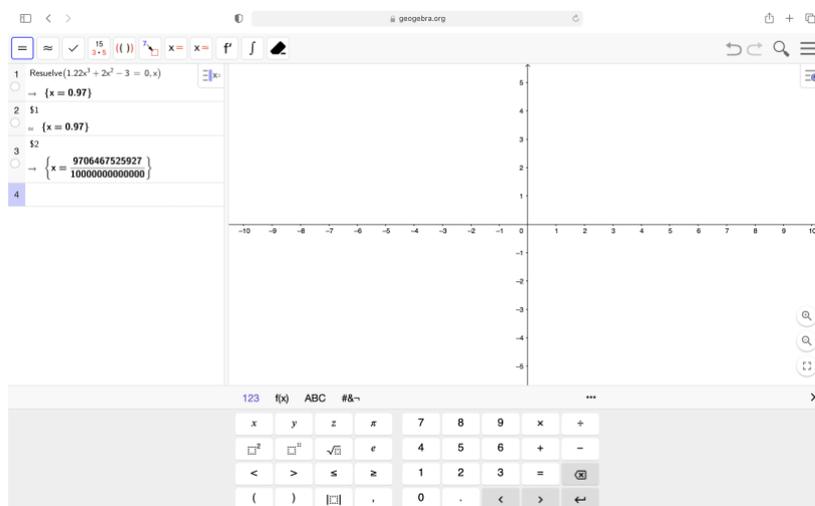
$$\text{Resuelve}(X^2+4X+4=0, X).$$

Se teclea en Intro y se obtiene la solución. Una vez dado a la tecla Intro, el sistema pasa a la siguiente ventana, para poder seguir resolviendo ecuaciones.

Hay que tener en cuenta, que el algoritmo es *Resuelve (ecuación que queremos resolver, incógnita a resolver)*. Por ello, cuando hemos escrito la ecuación $X^2+4X+4=0$, le ha seguido la X.



Justo arriba de la ventana de trabajo, se tiene una serie de otras ventanas, donde se puede obtener un cálculo simbólico (=) o un cálculo numérico (\approx) de la solución que se busca.



Como se puede apreciar, la primera entrada ha sido pulsando la tecla de cálculo simbólico (=), y la segunda entrada ha sido con la tecla de cálculo numérico (\approx).

Una vez visto este pequeño tutorial, lo siguiente sería ir realizando ecuaciones de manera conjunta mediante la aplicación.

Anexo VI: Relación de ejercicios

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 = 32x$

b) $3(1 - a)(a + 1) = 3$

c) $\frac{(t-1)(t+1)}{2} - \frac{t-5}{6} = \frac{2}{3}(t+1)$

d) $(3x+1)(3x-1) + \frac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x$

e) $3(x^2 - 2) = 21$

f) $\frac{p^2+2}{3} - \frac{p^2+1}{4} = 1 - \frac{p+7}{12}$

g) $(3a+2)(3a-2) = 12$

h) $\frac{5 - (x-5)(x-1)}{5} = 0$

i) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{3} + \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{3x+4}{6} + \frac{x^2}{3}$

j) $3(x^2 - 2) = 9$

Solución: a) $x = 0, x = 32$ b) $a = 0$ c) $t = 2, t = -1/3$ d) $x = 0$ e) $x = 3, x = -3$ f) $p = 0, p = -1$ g) $a = 4/3, a = -4/3$ h) $x = 0, x = 6$ i) $x = 0, x = 6/5$ j) $x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x^2-1}{3} + (x-2)^2 = \frac{x^2+2}{2}$

b) $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$

c) $7(2x+11)(3x-1) = 0$

d) $(x+3)^2 = 3$

e) $\frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x+2)}{4} = \frac{(3x-2)^2}{8} + 1$

f) $\frac{x(x-2)}{4} + \frac{x-4}{3} = \frac{x-3}{2} + \frac{x+1}{6}$

g) $0'5(x-1)^2 - 0'25(x+1)^2 = 4 - x$

h) $\frac{a^2-2a+5}{2} - \frac{a^2+3a}{4} = \frac{a^2-4a+15}{6}$

$$\text{i) } (0,5x - 1)(0,5x + 1) = (x + 1)^2 - 9 \quad \text{j) } \frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$$

$$\text{k) } \frac{3y^2-1}{4} + \frac{1}{2}(y^2-2-\frac{1}{2}y) = \frac{y^2-5}{4} \quad \text{l) } \frac{x(2x-5)}{4} - 3x = (x+2)(x-2) + 7$$

Solución: a) $x = 4, x = \frac{4}{5}$ b) $x = 2, x = -2$ c) $x = -11/2, x = 1/3$ d) $x = -3 + \sqrt{3}, x = -3$

$- \sqrt{3}$ e) *No tiene solución* f) $x = 0, x = \frac{10}{3}$ g) $x = 5, x = -3$ h) $a = 0, a = 13$ i) $x = 2, x$

$= \frac{-14}{3}$ j) $x = 0, x = \frac{4}{9}$ k) $y = 0, y = \frac{1}{4}$ l) $x = \frac{-17}{4} + \frac{\sqrt{193}}{4}, x = \frac{-17}{4} - \frac{\sqrt{193}}{4}$

3. Descompón en factores los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 2x^2 - 8x$

b) $2y^3 - 50y$

c) $2a^2 + 14a - 16$

d) $3k^2 - 10k + 3$

e) $x^3 - 2x^2 - 15x$

f) $3x^2 + 9x + 9$

g) $-4x^2 - 4x - 1$

h) $m^3 - 81m$

i) $2x^2 + 24x + 72$

j) $6a^3 - a^2 - 2a$

k) $x^4 + x^3 + x^2$

l) $2x^3 - 2x^2 + 4x$

m) $A^4 + 4A^2$

n) $-2x^2 - 20x - 50$

ñ) $x^6 - 9x^4$

o) $4x^3 + 7x^2 - 2x$

p) $81x^2 - x^6$

q) $8x^2 - 4x + 2$

r) $12x^3 - 7x^2 + x$

s) $21x^3 + 35x^2 - 14x$

t) $x^2 - \sqrt{2}x - 4$

u) $2y^5 - 3y^4 - 2y^3$

v) $-24x^4 - 14x^3 - 2x^2$

w) $a - 4a^3$

x) $x^2 - \sqrt{3}x - 6$

y) $2a^3 - a^2 - a$

Solución: a) $x(x-2)(x+4)$ b) $2y(y+5)(y-5)$ c) $2(a-1)(a+8)$ d) $(k-3)(3k-1)$

e) $x(x-5)(x+3)$ f) $3(x^2+3x+3)$ g) $(-1)(2x+1)^2$ h) $m(m+9)(m-9)$ i) $2(x+6)^2$

j) $a(3a-2)(2a+1)$ k) $x^2(x^2+x+1)$ l) $2x(x^2-x+2)$ m) $A^2(A^2+4)$ n) $-2(x+5)^2$

ñ) $x^4(x+3)(x-3)$ o) $x(4x-1)(x+2)$ p) $x^2(9+x^2)(3+x)(3-x)$ q) $2(4x^2-2x+1)$

r) $x(3x-1)(4x-1)$ s) $7x(3x-1)(x+2)$ t) $(x-2\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ u) $y^3(y-2)(2y+1)$

4. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{3x^2 + x - 2}{9x^2 - 4}$

b) $\frac{3x^3 - 4x^2 + x}{9x^2 - 6x + 1}$

c) $\frac{2x^2 + 5x - 3}{(4x - 2)^2}$

d) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + 3x + 1}$

e) $\frac{6x-6x^3}{3x^2-2x-1}$

f) $\frac{x^4-1}{x^4+x^2}$

g) $\frac{4x^2-x^4}{2x^2-8x+8}$

h) $\frac{10a^2-7a+1}{a-4a^3}$

i) $\frac{a^3-2a^4}{2a^3+a^2-a}$

j) $\frac{6y^2-y-1}{y-9y^3}$

Solución: a) $\frac{x+1}{3x+2}$ b) $\frac{x^2-x}{3x-1}$ c) $\frac{x+3}{8x-4}$ d) $\frac{2x+1}{x+1}$ e) $\frac{-6x-6x^2}{3x+1}$ f) $\frac{x^2-1}{x^2}$ g)

$$\frac{-x^3-2x^2}{2x-4}$$

h) $\frac{-5a+1}{a+2a^2}$ i) $\frac{-a^2}{a+1}$ j) $\frac{2y-1}{y-3y^2}$

5. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas: (Tarea cooperativa en pizarra)

a) $(\frac{1}{y} + y)(\frac{1}{y+1} - 1)(\frac{1}{y} - y)$

b) $1 + \frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{2x}$

c) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y-1} - \frac{y}{y^2-3y+2}$

d) $(\frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2+x-12})(x+4)$

Solución: a) $\frac{y^3-y^2+y-1}{y}$ b) $\frac{2x^2-x+3}{2x^2-2x}$ c) 0 d) $\frac{5}{x-3}$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $\frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^4 - 8}{2} + 2 = 0$

b) $3x^4 - 5x^2 = 2$

c) $x^4 + 21x^2 = 100$

d) $\frac{1}{6}x^4 = \frac{5}{3}x^2 - \frac{3}{2}$

e) $x^2(2x^2 - 5) = 3$

f) $x^4 = -3x^2 - 2$

g) $0 = x^4 - 9x^2 + 8$

Solución: a) $x = 2, x = -2$ b) $x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$ c) $x = 2, x = -2$ d) $x = 3, x = -3, x = 1, x = -1$ e) $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$ f) *No tiene solución* g) $x = 1, x = -1, x = 2\sqrt{2}, x = -2\sqrt{2}$

7. Resuelve las siguientes **ecuaciones de grado mayor que dos**:

a) $(x^2 - 8)(x - 8) = 0$

b) $x^3 + 9x = 10x^2$

c) $a^3 - 32a = 0$

d) $(x^2 - 3)(x + 3)^2 = 0$

e) $2(3x + 1)(x^3 + 8) = 0$

f) $x^6 + 64x = 0$

g) $7x^3 - 5x^2 = 0$

h) $2(y + 1)^2(y - 3) = 0$

i) $27x^4 + 16x = 0$

j) $(3x - 1)(x^4 + 16)(x^3 + 16) = 0$

k) $-8x^2 - x^3 = 0$

l) $2a^4 - 5a^2 = 3$

m) $\frac{x^4 - 9}{90} = 0$

n) $2(x^2 + 3)(x^5 + 3)x = 0$

o) $(5 - x^2)(x^5 + 7)(x^2 + x + 1) = 0$

p) $2x(x^4 - 3x^2 - 4) = 0$

Solución: a) $x = 2\sqrt{2}, x = -2\sqrt{2}, x = 8$ b) $x = 0, x = 9, x = 1$ c) $a = 0, a = 4\sqrt{2}, a = -4\sqrt{2}$ d) $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}, x = -3$ e) $x = -1/3, x = -2$ f) $x = 0, x = -2\sqrt[5]{2}$ g) $x = 0, x = 5/7$ h) $y = -1, y = 3$ i) $x = 0, x = -2\sqrt[3]{2}/3$ j) $x = 1/3, x = -2\sqrt[3]{2}$ k) $x = 0, x = -8$ l) $a = \sqrt{3}, a = -\sqrt{3}$ m) $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$ n) $x = \sqrt[5]{-3}, x = 0$ o) $x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}, x = \sqrt[5]{-7}$ p) $x = 0, x = 2, x = -2$

8. Resuelve las siguientes **ecuaciones con la incógnita en el denominador**:

a) $\frac{(x-2)^2}{x^2} - \frac{1}{2x} = \frac{8+3x}{2x^2} - \frac{2}{x}$

b) $\frac{x-2}{3} - \frac{8}{3} = \frac{3}{x-2}$

c) $\frac{6-x}{3} - \frac{3(x-4)}{6+x} = \frac{x-2}{3}$

d) $\frac{3y-16}{y} = \frac{5}{3}$

e) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$

f) $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$

g) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3}$

h) $x+2 = \frac{5}{x}$

i) $\frac{a-2}{a+1} - \frac{1}{a^2-1} = 1$

j) $\frac{x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x+3}{x-1} + 3$

k) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

l) $\frac{2(2x+1)}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{2x+1} + 5 = 0$

m) $\frac{5}{4x^2} + \frac{3}{6x^2} = \frac{1}{3}$

Solución: a) $x = 4$ b) $x = 11, x = 1$ c) $x = 4, x = -21/2$ d) $y = 12$ e) $x = 3 + \sqrt{6}, x = 3 - \sqrt{6}$ f) $x = -3 + 2\sqrt{3}, x = -3 - 2\sqrt{3}$ g) $x = -1, x = -6$ h) $x = -1 + \sqrt{6}, x = -1 - \sqrt{6}$ i) $a = 2/3$ j) $x = 0, x = 5/4$ k) $x = 3$ l) $x = 1/4, x = -3/2$

9. Resuelve las siguientes **ecuaciones radicales**:

a) $x - \sqrt{7-3x} = -7$

b) $x - \sqrt{25-x^2} = 1$

c) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$

d) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x} = 7$

e) $\sqrt{3x-5} + 1 = x - 2$

f) $\sqrt{x} = 2 - \sqrt{x-4}$

g) $\sqrt{x-1} + x = 7$

Solución: a) $x = -3$ b) $x = 4$ c) $x = 3$ d) $x = 9$ e) $x = 7$ f) $x = 4$ g) $x = 5$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $-9x(3x-1)(2x+5) = 0$

b) $\frac{5x^2-7x}{-2} = \frac{3}{2}$

c) $-x^2 - \sqrt{7}x = 0$

d) $\frac{x}{2} + \sqrt{x} = 12$

e) $3x^5 - 5x^3 = 2x$

f) $3x(x^4 + 4)(x^3 + 24) = 0$

g) $\frac{x^6}{8} - 8x = 0$

h) $x^3 + 9x = 8x^2$

i) $\frac{-x(1+x)}{2} = 5 - \frac{(2x-4)^2}{8}$

j) $(3x-1)(x^3+32)(x^6+16) = 0$

k) $x^2(10x+3) = x$

l) $(2x^3+3x)(x^5+3) = 0$

m) $4x^4 - 16x^3 = 9x^2$

n) $9x^3 = 32x$

o) $3x(x^2-3)(x+3)^2 = 0$

p) $\sqrt{2-5x} + x\sqrt{3} = 0$

q) $(2x-3)^2 = 2$

r) $\frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{x} = \sqrt{5}x$

s) $5(x-2) - \frac{13x-17}{2} = \frac{3}{2}(x+1)$

t) $x + \sqrt{7-3x} = 1$

u) $x^2(3-x) + (3-x) = 0$

v) $\frac{3}{2} \left[x^2 - \left(1 - \frac{x-1}{2} \right) \right] + 2 = x - \frac{1}{4}$

w) $(2x + \sqrt{5})(2x - \sqrt{5}) = (-x-2)^2 - 4x$ x) $\frac{x-1}{a} = \frac{x-2}{2} - \frac{x+2}{a^2}$

y) $\frac{3-x}{2} - \frac{2(x-1)}{4+x} = \frac{3-x^2}{2x}$

z) $\sqrt{6-4x} + x\sqrt{2} = 0$

Solución:

a) $x = 0, x = 1/3, x = -5/2$ b) No tiene solución c) $x = 0, x = -\sqrt{7}$ d) $x = 16$

e) $x = 0, x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$ f) $x = 0, x = -2\sqrt[3]{3}$ g) $x = 0, x = 2\sqrt[5]{2}$ h) $x = 0, x = 4 + \sqrt{7}$

, $x = 4 - \sqrt{7}$ i) $x = -6/5$ j) $x = 1/3, x = -2\sqrt[3]{4}$ k) $x = 0, x = 1/5, x = -1/2$ l) $x = 0, x = -$

$\sqrt[5]{3}$ m) $x = 0, x = 9/2, x = -1/2$ n) $x = 0, x = 4\sqrt{2}/3, x = -4\sqrt{2}/3$ o) $x = 0, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}, x = -3$ p) $x = -2$ n) $x = (3 + \sqrt{2})/2, x = (3 - \sqrt{2})/2$ r) $x = \sqrt{5}/2, x = -\sqrt{5}/2$

s) $x = -1$ t) $x = -3$ u) $x = 3$ v) $x = 0, x = 1/6$ w) $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$ x) $x = \frac{-2a^2 + 2a - 4}{-a^2 + 2a + 2}$

y) $x = 12, x = 1$ z) $x = -3$