



**Universidad  
Europea** MADRID

**Universidad Europea de Madrid**

Escuela de Arquitectura, Ingeniería y Diseño

---

**Generación y detección de ondas de  
Lamb acopladas por aire en células  
solares para Ensayos No Destructivos  
en el rango 0.25 – 1.2 MHz**

---

Erik Pérez Barreras

Dirigido por: Dr. Jose Manuel López López

Grado en Física

Trabajo Fin de Grado

Curso 2024-2025

**TÍTULO:** Generación y detección de ondas de Lamb acopladas por aire en células  
solares para Ensayos No Destructivos en el rango 0.25 – 1.2 MHz

**AUTOR:** Erik Pérez Barreras

**TITULACIÓN:** Grado en Física

**DIRECTOR/ES:** Dr. Jose Manuel López López

**FECHA:** Mayo 2025

# RESUMEN

La demanda global de energía fotovoltaica crece rápidamente. Con el objetivo de asegurar el suministro y facilitar el mantenimiento se demandan técnicas de inspección no destructiva (END) rápidas y altamente sensibles, capaces de detectar de forma temprana defectos como microgrietas, prevenir fallos y facilitar el mantenimiento. En este trabajo se busca validar el uso de ondas de Lamb acopladas por aire a frecuencias de hasta 1.2 MHz como END para la inspección de células solares de silicio. El objetivo principal es medir experimentalmente las curvas de dispersión en el rango de frecuencias de 250 kHz a 1.2 MHz.

Se desarrolló un montaje experimental robusto para dos métodos de excitación de ondas de Lamb (usando un tren sinusoidal y pulso de banda ancha) y un flujo completo de trabajo en Python para el procesamiento de señales, obtención de velocidades de fase y grupo, estimación de parámetros mecánicos efectivos y análisis de la relación señal-ruido. El proyecto se realizó en el Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información “Leonardo Torres Quevedo” (ITFI-CSIC), donde se contó con todo el equipo y material necesarios para llevar a cabo este trabajo.

Se consiguió extraer velocidades (de fase y de grupo) para siete frecuencias distintas y estimar el módulo de Young efectivo para dos células solares distintas y una placa de aluminio que sirvió como referencia. La identificación de modos se llevó a cabo por comparación de los datos velocidad vs frecuencia con las curvas de dispersión calculadas teóricamente.

Los resultados demostraron la viabilidad tanto de las estrategias experimentales como del análisis, así como del uso de ondas de Lamb acopladas por aire a frecuencias del orden de 1 MHz para su aplicación en inspección no destructiva.

**Palabras clave:** ondas de Lamb, END, células solares, transductores acoplados por aire, energía fotovoltaica.

# ABSTRACT

Global demand for photovoltaic energy is growing rapidly, requiring fast and highly sensitive nondestructive testing (NDT) techniques capable of early detection of defects such as microcracks. This work aims to validate the use of air-coupled Lamb waves at frequencies up to 1.2 MHz for NDT inspection of silicon solar cells. The main objective is to experimentally measure the dispersion curves in the frequency range from 250 kHz to 1.2 MHz.

A robust experimental setup was developed for two Lamb wave excitation methods (using a sinusoidal wave train and a broadband pulse) and a complete Python workflow for signal processing, extraction of phase and group velocities, estimation of effective mechanical parameters, and signal-to-noise ratio analysis. The project was carried out at the “Leonardo Torres Quevedo” Institute of Physical and Information Technologies (ITFI-CSIC), where all the necessary equipment and materials were available to perform this work.

Phase and group velocities were successfully extracted for seven different frequencies, and the effective Young’s modulus was estimated for two distinct solar cells and for an aluminum plate used as a reference.

The results demonstrated the feasibility of both the experimental and analytical strategies, as well as the use of air-coupled Lamb waves at frequencies on the order of 1 MHz for application in nondestructive testing.

**Keywords:** Lamb waves, NDT, solar cells, air-coupled transducers, photovoltaic energy.

## TABLA RESUMEN

	<b>Datos</b>
<b>Nombre y apellidos:</b>	Erik Pérez Barreras
<b>Título del proyecto:</b>	Generación y detección de ondas de Lamb acopladas por aire en células solares para Ensayos No Destructivos en el rango 0.25 – 1.2 MHz
<b>Directores del proyecto:</b>	Dr. Jose Manuel López López
<b>Proyecto en colaboración con empresa:</b>	Sí
<b>Implementación de un producto:</b>	No
<b>Investigación o innovación:</b>	Sí
<b>Objetivo general:</b>	Medir experimentalmente las curvas de dispersión del modo fundamental antisimétrico de Lamb en el rango de 250 kHz–1.2 MHz

# Índice general

<b>RESUMEN</b>	<b>2</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>3</b>
<b>TABLA RESUMEN</b>	<b>4</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	11
1.2. Contexto y justificación . . . . .	19
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	20
<b>2. OBJETIVOS</b>	<b>22</b>
2.1. Objetivos generales . . . . .	22
2.2. Objetivos específicos . . . . .	22
2.3. Objetivo opcional . . . . .	23
2.4. Beneficios del proyecto . . . . .	23
<b>3. DESARROLLO</b>	<b>24</b>
3.1. Planificación del trabajo fin de grado . . . . .	24
3.2. Descripción de la solución, metodologías y herramientas . . . . .	25
3.3. Recursos requeridos . . . . .	30
3.4. Resultados y discusión del TFG . . . . .	31
<b>4. CONCLUSIONES</b>	<b>45</b>
4.1. Conclusiones del trabajo . . . . .	45

---

4.2. Conclusiones personales . . . . .	46
<b>REFERENCIAS</b>	<b>48</b>

# Índice de figuras

1.1.	Tendencia prevista del espesor mínimo <i>as-cut</i> en obleas de silicio monocristalino. Tomado de ( <i>International Technology Roadmap for Photovoltaics — 15th Edition, 2024</i> ). . . . .	12
1.2.	Propagación de ondas longitudinales (a) y transversales (b). Tomado de Lammering et al. (2018) . . . . .	15
1.3.	Diagrama de dispersión para la velocidad de fase calculada usando el proyecto de GitHub de Rotea (2020). Se representa la velocidad de fase ( <i>Phase Velocity</i> ) en <i>m/s</i> en función del producto frecuencia-espesor ( <i>Frequency × thickness</i> ) en <i>kHz · mm</i> para los tres primeros modos simétricos y antisimétricos de Lamb. . . . .	16
1.4.	Diagrama de dispersión para la velocidad de grupo calculada mediante el código de Rotea (2020). Se representa la velocidad de grupo ( <i>Group Velocity</i> ) en <i>m/s</i> en función del producto frecuencia-espesor ( <i>Frequency × thickness</i> ) en <i>kHz · mm</i> para los tres primeros modos simétricos y antisimétricos de Lamb. . . . .	16
1.5.	Componentes de desplazamiento en los modos fundamentales de ondas de Lamb. (a) Onda simétrica $S_0$ . (b) Onda antisimétrica $A_0$ . Tomado de Lammering et al. (2018). . . . .	17
1.6.	Diagrama del principio de coincidencia. Elaboración propia. . . . .	18
3.1.	Cronograma de la planificación del proyecto. . . . .	25
3.2.	Diagrama del montaje experimental para generación y detección de ondas de Lamb. (1) Transductores. (2) Célula solar. (3) Carril de precisión. (4) Plataformas goniométricas. (5) Plataforma tijera. Elaboración propia. . . . .	26

3.3. Velocidades de grupo y fase calculadas sobre las curvas de dispersión teóricas del aluminio ( $E = 69$ GPa, $\nu = 0.33$ ). Curvas de dispersión creadas usando el código de Lammering et al. (2018) y las velocidades con <code>threshold_group_velocity_all</code> y <code>cc_phase_velocity</code> . . . . .	32
3.4. Distribución de las estimaciones de módulo de Young $E$ y coeficiente de Poisson $\nu$ obtenidas en múltiples repeticiones del ajuste para las diferentes configuraciones experimentales. Cada punto representa un par $(E, \nu)$ y está coloreado según el percentil de la suma de cuadrados de residuales (SSR): verde indica SSR bajo, naranja SSR medio y rojo SSR alto. Elaboración propia. . . . .	37
3.5. Pico de voltaje en función del ángulo para (a) la oblea de silicio y (b) la célula tipo n. Para completar la representación se replicaron los datos hasta $180^\circ$ . Elaboración propia. . . . .	38
3.6. Foto de la parte trasera de la célula tipo n donde se pueden observar los <i>fingers</i> . . . . .	39
3.7. Relación señal-ruido (SNR en dB) frente a frecuencia central (MHz). Se usan los mismos colores en las tres gráficas: rojo para el transductor centrado en 250 kHz, azul para 500 kHz y verde para 1 MHz. Elaboración propia. . . . .	40
3.8. Señales y regresiones para aluminio excitado con tren de ondas. <b>Filas 1–3.</b> Velocidad de grupo ( <code>threshold_group_velocity_all</code> ). <b>Fila 4.</b> Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase ( <code>cc_phase_velocity</code> ). <b>Filas 5–7.</b> Velocidad de fase. Paquetes de onda y fases alineados horizontalmente. Elaboración propia. . . . .	41
3.9. Señales y regresiones para célula $p$ excitada con pulso de banda ancha. <b>Filas 1–3.</b> Velocidad de grupo ( <code>cc_group_velocity</code> ). <b>Fila 4.</b> Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase ( <code>cc_phase_velocity</code> ). <b>Filas 5–7.</b> Velocidad de fase. Elaboración propia. . . . .	42
3.10. Señales y regresiones para célula $p$ excitada con tren de ondas. <b>Filas 1–3.</b> Velocidad de grupo ( <code>cc_group_velocity</code> ). <b>Fila 4.</b> Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase ( <code>cc_phase_velocity</code> ). <b>Filas 5–7.</b> Velocidad de fase. Elaboración propia. . . . .	43

---

3.11. Señales y regresiones para célula  $n$  excitada con tren de ondas **Filas 1–3**.  
Velocidad de grupo (`cc_group_velocity`). **Fila 4**. Panel izquierdo: velo-  
cidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase (`cc_phase_velocity`).  
**Filas 5–7**. Velocidad de fase. Elaboración propia. . . . . 44

# Índice de cuadros

3.1. Frecuencias seleccionadas para cada transductor. . . . .	27
3.2. Relación resumida del equipamiento y materiales empleados. . . . .	31
3.3. Resultados de las velocidades para la placa de aluminio (tren de ondas). BP = ancho del filtro <i>band-pass</i> aplicado. Resultados calculados con la función <code>full_analisis</code> . . . . .	32
3.4. Resultados de las velocidades para la célula solar tipo p excitada con pulso de banda ancha. BP = ancho del filtro <i>band-pass</i> aplicado. Resultados calculados con la función <code>full_analisis</code> . . . . .	33
3.5. Resultados de las velocidades para la célula solar tipo p excitada con tren de ondas. BP = ancho del filtro <i>band-pass</i> aplicado. Resultados calculados con la función <code>full_analisis</code> . . . . .	34
3.6. Resultados de las velocidades para la célula solar tipo n excitada con tren de ondas. BP = ancho del filtro <i>band-pass</i> aplicado. Resultados calculados con la función <code>full_analisis</code> . . . . .	35
3.7. Media y desviación estándar estimadas para el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, obtenidas mediante <code>shgo</code> ( <i>simplicial homology global optimization</i> ) incluido en SciPy, para cada función de velocidad de grupo. . . . .	36
3.8. Valores estimados de $E$ para un rango de $\nu$ dado. . . . .	37
3.9. Relación señal-ruido promedio (dB) obtenida con tren de ondas para cada muestra y frecuencia. Calculado con <code>SNR_data</code> . . . . .	39

# Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Estado del arte

### Células solares

Las células solares fotovoltaicas son dispositivos que transforman la radiación solar en corriente eléctrica continua mediante el efecto fotovoltaico. Su elemento base es una oblea de silicio dopado con una unión pn, una capa antirreflectante para mejorar la captación de luz y contactos metálicos para recoger los portadores generados.

Durante la última década, la industria fotovoltaica ha reducido el espesor de las obleas de silicio usadas para reducir costes. Las obleas monocristalinas, que llevaban años sin avanzar en su espesor, han estado teniendo un gran progreso en la reducción de su tamaño desde el 2020 (*International Technology Roadmap for Photovoltaics — 15th Edition, 2024*) y se espera que siga en esta dirección durante la próxima década, como se puede ver en la figura 1.1. Este adelgazamiento aumenta la flexibilidad de las células, pero también las hace más frágiles, aumentando la probabilidad de rotura por microdefectos.

Las obleas utilizadas en células solares se pueden distinguir por su estructura cristalina como silicio monocristalino (*mono-Si*) y policristalino (*poli-Si*), siendo las primeras las predominantes. Mientras que en 2015 constituían un 35 % de los envíos, en 2023, han llegado a cubrir 98 % (Feldman et al., 2024). El silicio monocristalino presenta anisotropía, causando que tenga propiedades mecánicas diferentes que dependen de la orientación ( $E \approx 130\text{--}170$  GPa según la dirección cristalina).

Al silicio se le añaden impurezas para cambiar sus propiedades eléctricas por un proceso conocido como dopaje. Este proceso puede cambiar las propiedades mecánicas de la oblea, pero en cantidades normalmente despreciables. Para altos niveles de dopaje, la interacción eléctrica típicamente causa que el módulo de Young decrezca en el rango de 1%-3% (Hopcroft et al., 2010). Las células solares de tipo n tienen una fina capa de silicio tipo p y otra más grande tipo n, mientras que en las tipo p ocurre lo inverso.

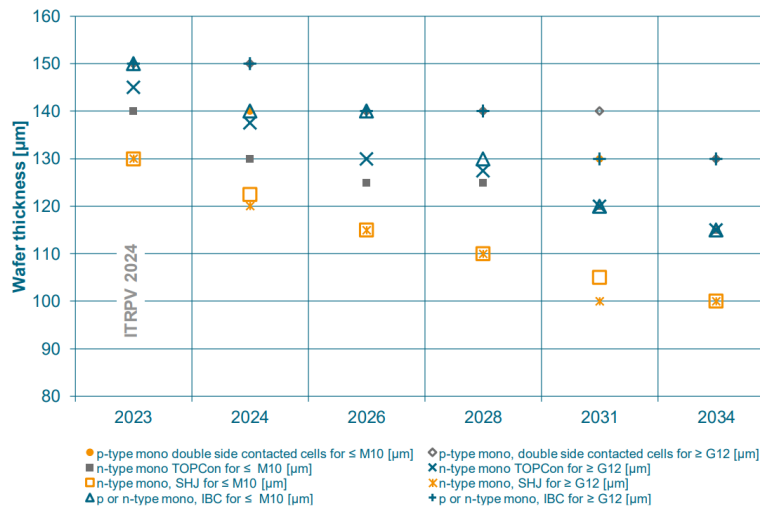


Figura 1.1: Tendencia prevista del espesor mínimo *as-cut* en obleas de silicio monocristalino. Tomado de (*International Technology Roadmap for Photovoltaics — 15th Edition, 2024*).

## Defectos críticos y su impacto en el rendimiento

Las células y los módulos fotovoltaicos están sometidos a esfuerzos mecánicos, térmicos y eléctricos desde la fabricación de la oblea hasta la operación en campo, lo que puede causar diferentes tipos de defectos. A continuación se resumen algunos de los más comunes, con especial énfasis en las grietas, por ser el objetivo principal de esta investigación.

Tipos de defectos más comunes (Al Mahdi et al., 2024):

### 1. Micro/macro-grietas en las células:

- Debido a la fragilidad de las obleas finas durante fabricación, transporte o servicio.
- Cuando inutilizan más del 8% de la célula pueden generar *hot-spots*.
- Las grietas pueden propagarse y generar nuevas fisuras, acelerando el envejecimiento de la célula.

### 2. *Hot-spots*:

- Zonas de una célula que se calienta muy por encima de la temperatura del resto que producen pérdida de potencia, degradación acelerada e incluso la posibilidad de incendiarse el módulo.

### 3. *Snail trails*:

- Líneas oscuras que aparecen en la superficie asociadas a la presencia de grietas.

- Pueden llegar a provocar pérdidas de potencia de hasta el 40 %.

#### 4. *PID (Potential-Induced Degradation)*:

- Degradación inducida por diferencias de potencial entre el marco del módulo fotovoltaico y las células.
- Degrada las células y produce *hot-spots*.

#### 5. Desconexión de *busbars* o *ribbons*:

- Ocurre como un defecto de fabricación o por sombra parcial extendida.
- La potencia de salida típicamente decrece en un 35 % que progresivamente disminuye al 46 %.

Dhimish et al. (2017) detectaron grietas en el 84 % de los módulos examinados y, en el 60 % de ellos, estas causaban pérdidas de potencia significativas. Esto junto al resto de problemas que pueden causar a la con el tiempo, muestran la importancia de tener un método que sea capaz de detectar estas grietas y microgrietas de forma temprana.

## Técnicas de Ensayo No Destructivo (END) establecidas

A continuación se describen las principales ventajas y contras de las técnicas END más importantes según Du et al. (2017).

- **Electroluminiscencia (EL).**

*Ventajas:* destaca defectos prácticamente invisibles, incluso extrayendo Voc y curvas I-V con un tiempo de adquisición muy rápido (1 ms).

*Contras:* técnica de contacto, solo es aplicable a células terminadas.

- **Fotoluminiscencia (PL).**

*Ventajas:* es una técnica de no contacto rápida con alta sensibilidad y resolución espacial.

*Contras:* dependencia de condiciones de iluminación y no penetra capas opacas.

- **Termografía *lock-in* (LIT/ULIT).**

*Ventajas:* imagen de alta resolución de defectos sin contacto.

*Contras:* largo tiempo de adquisición, LIT sufre por difusión térmica y el equipamiento necesario para ULIT es caro.

- **Electronic speckle pattern interferometry (ESPI):** *Ventajas:* mide a tiempo real y sin contacto. *Contras:* poca precisión y profundidad de detección.
- **Vibraciones ultrasónicas de resonancia (RUV).**  
*Ventajas:* alta velocidad y sin contacto, aplicable *in-line*. *Contras:* baja sensibilidad en la longitud de las grietas y no las localiza.
- **Ondas de Lamb acopladas por aire (LAC-UT).**  
*Ventajas:* técnica rápida, sin contacto, con buena sensibilidad en grietas y potencial de escaneado automático.  
*Contras:* la sensibilidad depende de la frecuencia utilizada.

En este contexto, las ondas de Lamb acopladas por aire se presentan como una técnica rápida, sin contacto, con buena sensibilidad y un gran potencial para su aplicación *in-line*. Sin embargo, su resolución está limitada por la longitud de onda de los ultrasonidos, lo que obliga a operar a altas frecuencias. El aumento en la frecuencia lleva a una mayor atenuación de la onda, lo que empeora la relación señal-ruido y exige un compromiso entre sensibilidad y alcance de inspección.

## Fundamentos de las ondas de Lamb

Las ondas de Lamb son ondas guiadas que se propagan en placas de espesor finito y superficies libres de tracción, generando dos familias infinitas de modos simétricos y anti-simétricos. Partiendo de las ecuaciones de Lamé-Navier e imponiendo las condiciones de contorno, se obtendrán las ecuaciones de Rayleigh-Lamb y relaciones de dispersión.

En sólidos infinitos se desacoplan las ecuaciones de Lamé-Navier mediante el teorema de descomposición de Helmholtz, obteniendo velocidades de fase longitudinal y transversal, tal que

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad y \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (1.1)$$

siendo  $\rho$  la densidad y  $\lambda$  y  $\mu$  las constantes de Lamé que se pueden calcular usando el módulo de Young y la constante de Poisson mediante

$$\lambda = \frac{vE}{(1+v)(1-2v)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+v)}. \quad (1.2)$$

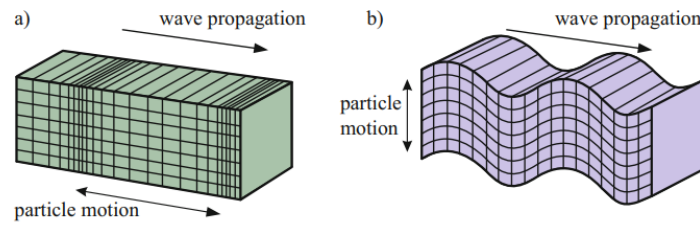


Figura 1.2: Propagación de ondas longitudinales (a) y transversales (b). Tomado de Lammering et al. (2018)

Para el caso de propagación en placas se usan las condiciones de contorno de superficies libres para obtener la solución a las ecuaciones de Lamé-Navier. Las reflexiones causadas por las superficies libres del sólido producen un nuevo tipo de onda, las ondas de Lamb. A diferencia del caso de un sólido infinito donde solo se propagan dos modos de onda (longitudinal y transversal) existen un número infinito de modos de Lamb.

Los modos guiados satisfacen las ecuaciones de Rayleigh-Lamb:

$$\frac{\tan(q d/2)}{\tan(p d/2)} = -\frac{4 k^2 p q}{(q^2 - k^2)^2} \quad (\text{modos simétricos } S_m), \quad (1.3)$$

$$\frac{\tan(q d/2)}{\tan(p d/2)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4 k^2 p q} \quad (\text{modos antisimétricos } A_m), \quad (1.4)$$

donde,

$$p^2 = \left(\frac{\omega}{c_L}\right)^2 - k^2 \quad y \quad q^2 = \left(\frac{\omega}{c_T}\right)^2 - k^2 \quad (1.5)$$

y  $\omega$  es la frecuencia de excitación. Con esto y  $v_f = \omega/k$  se pueden computar las curvas de dispersión para los modos de Lamb, como se puede ver en la figura 1.3, en función del producto frecuencia-espesor ( $f \cdot b$ ). Estas curvas de dispersión van a depender de la densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson del material.

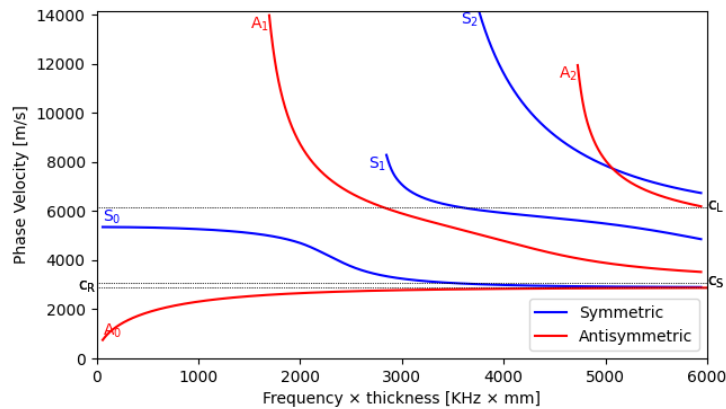


Figura 1.3: Diagrama de dispersión para la velocidad de fase calculada usando el proyecto de GitHub de Rotea (2020). Se representa la velocidad de fase (*Phase Velocity*) en *m/s* en función del producto frecuencia-espesor (*Frequency × thickness*) en *kHz · mm* para los tres primeros modos simétricos y antisimétricos de Lamb.

La velocidad de grupo depende de la derivada de la frecuencia angular  $\omega$  en función del número de onda  $k$  permitiéndonos calcular la relación de dispersión de esta visible en la figura 1.4.

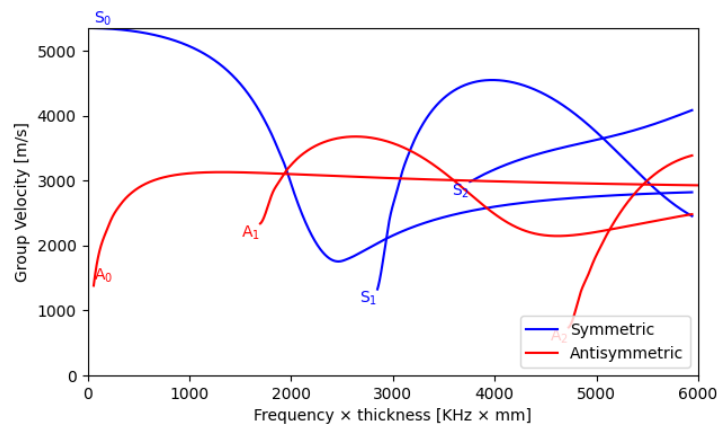


Figura 1.4: Diagrama de dispersión para la velocidad de grupo calculada mediante el código de Rotea (2020). Se representa la velocidad de grupo (*Group Velocity*) en *m/s* en función del producto frecuencia-espesor (*Frequency × thickness*) en *kHz · mm* para los tres primeros modos simétricos y antisimétricos de Lamb.

Como es visible en los diagramas de dispersión, los modos fundamentales ( $S_0$  y  $A_0$ ) son los únicos que aparecen desde el origen, mientras que el resto tiene un producto frecuencia-espesor de corte. Esto causa que, generalmente, a bajas frecuencias o a espesores pequeños (como puede ser el caso de una célula solar) solo sean visibles los modos fundamentales.

El modo  $A_0$  destaca por su gran componente de desplazamiento perpendicular al plano, lo

que maximiza la generación de fugas acústicas (*leaky Lamb waves*) facilitando su detección mediante transductores acoplados por aire.

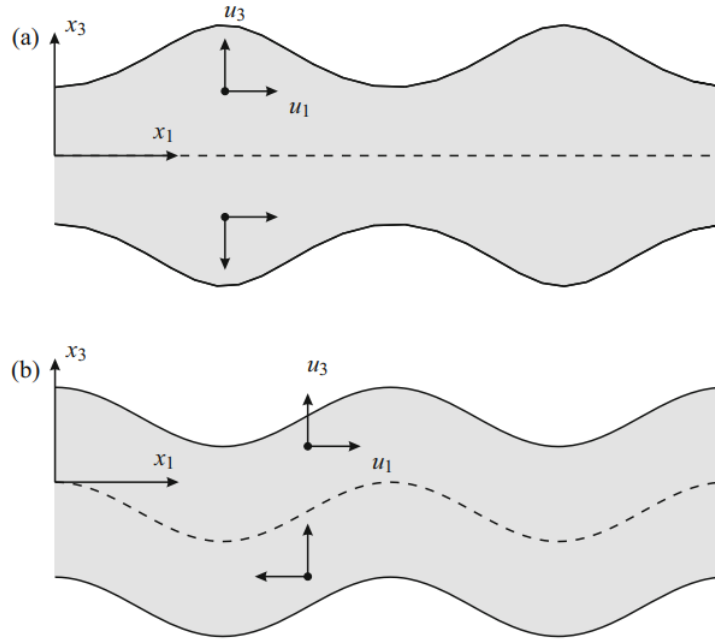


Figura 1.5: Componentes de desplazamiento en los modos fundamentales de ondas de Lamb. (a) Onda simétrica  $S_0$ . (b) Onda antisimétrica  $A_0$ . Tomado de Lammering et al. (2018).

## Principio de coincidencia

El principio de coincidencia establece que la proyección sobre la placa del número de onda en el medio acoplante  $k_{ac}$  tiene que ser igual al número de onda de Lamb en la placa  $k_{Lamb}$ . Para un ángulo de incidencia  $\theta$ , se tiene que cumplir

$$k_{ac} \sin(\theta) = k_{Lamb}, \quad (1.6)$$

$$\sin(\theta) = \frac{v_{ac}}{v_f}. \quad (1.7)$$

Como la velocidad de fase depende de la frecuencia, la ecuación 1.7 fija el ángulo de incidencia para un modo y frecuencia dados. En la práctica, esto permite seleccionar la frecuencia a la que se quiere transmitir cambiando el ángulo de los transductores.

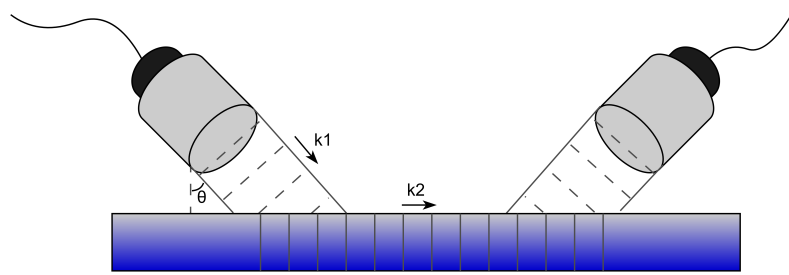


Figura 1.6: Diagrama del principio de coincidencia. Elaboración propia.

## Transductores

Los transductores son un elemento clave en la inspección con ultrasonidos, porque convierten señales eléctricas en ondas mecánicas y viceversa. El diseño del transductor determinará el espectro de emisión (frecuencia central y ancho de banda), la focalización del haz y la eficiencia de acoplamiento. Estas características van a condicionar la resolución, el alcance de inspección y la relación señal-ruido.

## Solución del problema inverso

Como ya se ha comentado en los fundamentos de las ondas de Lamb, las curvas de dispersión dependen de los parámetros mecánicos del material. El objetivo del problema inverso es estimar estos parámetros ajustando las curvas teóricas a las mediciones experimentales de las velocidades de fase ( $v_f$ ) y de grupo ( $v_g$ ).

En el caso de las células solares hay que tener en cuenta que no están formadas por un único material uniforme e isotrópico. El silicio monocristalino es anisótropo y las células presentan capas antirreflectantes, capa de aluminio, contactos frontales, etc. Esto hace que al estimar parámetros mecánicos ajustando las curvas se obtengan parámetros elásticos efectivos. Entonces, de ahora en adelante, siempre que se hable de módulo de Young y coeficiente de Poisson en células solares será como valores efectivos.

## Relación señal-ruido

La relación señal-ruido (o SNR) se define como la proporción existente entre la potencia de la señal que se transmite y la potencia del ruido

$$SNR = \frac{P_{señal}}{P_{ruido}}, \quad (1.8)$$

donde la potencia es:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt. \quad (1.9)$$

Cuanto mayor es la SNR, más fácil es distinguir la información real de la señal de las perturbaciones.

## 1.2 Contexto y justificación

La industria solar opera ya en cifras que hace una década parecían inalcanzables, solo en 2024 se añadieron 554,1 GW de nueva potencia fotovoltaica a la red y los mercados solares globales han mantenido tasas de crecimiento de dos dígitos durante los últimos cinco años (*Snapshot of Global PV Markets 2025, 2025*). Este rápido crecimiento en el mercado señala un claro incremento en la demanda de sistemas fotovoltaicos de alta calidad y fiabilidad, lo que exige mejores y más eficientes controles de calidad, lo cual se traduce en técnicas de ensayo no destructivo (END) cada vez más sensibles, rápidas y automatizables para garantizar la mayor consistencia del producto, máximo rendimiento y durabilidad.

Como dato revelador, Dhimish et al. (2017) hallaron grietas en el 84,4 % de los módulos fotovoltaicos que analizaron, y en el 60 % de ellos, dichas fisuras reducían significativamente el rendimiento, lo que subraya la necesidad de técnicas capaces de detectar y caracterizar defectos con precisión, mejor aún si es antes del ensamblado de los paneles, ya que la detección temprana de defectos puede permitir descartar componentes con fallos, con el consecuente ahorro económico. Sin embargo, la fragilidad de las celdas de silicio complica su manejo y ensayo. El uso de ondas de Lamb acopladas por aire evita el contacto, elimina riesgos de contaminación, minimiza el riesgo de introducir defectos y puede integrarse fácilmente en líneas de producción para conseguir un ensayo del 100 por 100 de la producción en tiempo real.

Las ondas de Lamb son ondas guiadas que se propagan por una placa de espesor finito formando una familia infinita de modos simétricos ( $S_0, S_1, \dots$ ) y antisimétricos ( $A_0, A_1, \dots$ ). Exceptuando los modos  $S_0$  y  $A_0$ , el resto tiene una frecuencia de corte dependiente del producto frecuencia-espesor (Dhimish & Hu, 2022). Si trabajamos con una placa muy delgada o a bajas frecuencias, los únicos modos que vamos a excitar son los fundamentales, entre los cuales el modo  $A_0$  puede ser especialmente interesante para END porque, en igualdad de frecuencia, posee menor longitud de onda y es más fácil de detectar con transductores acoplados por aire al generar grandes desplazamientos fuera del plano (Padiyar et al., 2010). Li et al. (2019) sugieren que, excitando el modo fundamental antisimétrico de las ondas de Lamb mediante transductores acoplados por aire a 200 kHz, es posible localizar grietas en células de silicio monocristalino.

Sin embargo, pese a que la posibilidad de generar, propagar y recibir ondas de Lamb en células solares de silicio empleando ondas de Lamb ya ha sido sugerida (ver referencia anterior), no ha sido posible, hasta la fecha, reconstruir, experimentalmente, las curvas de dispersión del modo  $A_0$ , necesarias para una correcta identificación del modo de Lamb, ni el uso de frecuencias mayores que puedan permitir una mejor resolución espacial en la detección de defectos.

Por tanto, el objetivo de este trabajo es verificar la posibilidad de medir las curvas de dispersión del modo  $A_0$  en el rango de frecuencia 200-1200 kHz, y comparar estos resultados experimentales con la predicción teórica. Los mayores inconvenientes al uso de frecuencias más altas, ya mencionados en Li et al. (2019), y que limitaron los trabajos previos a 200 kHz se refieren al potencial aumento de la atenuación de la onda de Lamb, a la caída de sensibilidad de los transductores acoplados al aire y al aumento de la atenuación en el aire. Estos pretenden minimizarse en este trabajo empleando la tecnología de transductores acoplados al aire de alta sensibilidad y ancho de banda del CSIC, reduciendo el tramo de propagación en aire entre transductores y placas y empleando varias estrategias de excitación. De esta forma se espera una completa identificación del modo de Lamb observado y la verificación de la posibilidad de usar frecuencias más altas, lo cual abre la puerta a un uso efectivo de esta tecnología en el control de calidad de células solares.

### 1.3 Planteamiento del problema

La energía fotovoltaica cada vez se vuelve una parte más grande del mix energético global, mientras que uno de los componentes más importantes de los módulos, las células solares, se hace cada vez más delgado y frágil.

Las grietas no solo producen bajadas en el rendimiento de los módulos, sino que también aumentan la probabilidad de rotura y, con el tiempo, pueden propagarse, generar más fisuras y causar otros problemas como *hot-spots*. Lo que hace que sea muy importante detectarlas rápido y de forma fiable.

En este contexto se hacen necesarias técnicas de ensayo no destructivo sin contacto, rápidas, con alta sensibilidad y con aplicación *in-line*. Aquí, la inspección ultrasónica con ondas de Lamb acopladas por aire se presenta como una opción atractiva que cumple con todos los requisitos necesarios, con especial potencial para la aplicación *in-line*.

Li et al. (2019) sugieren que es posible localizar grietas en el silicio monocristalino excitando el primer modo antisimétrico de Lamb mediante transductores acoplados por aire a 200 kHz. Sin embargo, es necesario recrear experimentalmente las curvas de dispersión del modo  $A_0$  para poder identificarlo correctamente. Además, como la sensibilidad del mé-

todo está acotada por la longitud de onda, se vuelve importante poder medir este modo a frecuencias mayores, pero esto trae la dificultad de que a menores longitudes de onda esta se atenúa más rápido, haciendo más difícil conseguir medidas con buena relación señal-ruido.

# Capítulo 2. OBJETIVOS

## 2.1 Objetivos generales

El objetivo de este trabajo es verificar la posibilidad de medir las curvas de dispersión del modo  $A_0$  de Lamb en el rango de frecuencia 200-1200 kHz, y comparar estos resultados experimentales con la predicción teórica.

## 2.2 Objetivos específicos

1. Preparar un montaje experimental que permita generar, propagar y detectar ondas de Lamb transmitidas a través de una célula solar a diferentes distancias, frecuencias.
2. Tomar medidas de la señal de leakage de la onda de Lamb en las células solares a diferentes distancias de propagación en la célula, de tal forma que permitan seguir la evolución de la fase.
3. Comparar dos estrategias experimentales diferentes para la excitación de la onda de Lamb: a) uso de un tren de ondas, b) uso de un pulso de banda ancha.
4. Desarrollar *pipeline* completo en python para procesamiento de datos, obtención de velocidades, comparación con curvas experimentales y estimación de parámetros.
5. Obtener velocidad de fase, velocidad de grupo y relación señal-ruido para cada una de las frecuencias de medida.
6. Comprobar que las señales medidas se ajustan a las curvas de dispersión características de las ondas de Lamb e identificar cuál es el modo que se está midiendo.

7. Solución del problema inverso: estimación de parámetros de la célula solar.

## 2.3 Objetivo opcional

Se propone como objetivo opcional usar ondas de Lamb para medir y hacer un análisis preliminar de la anisotropía en una célula solar y una oblea de silicio como referencia.

## 2.4 Beneficios del proyecto

Este proyecto aporta beneficios en ámbitos científicos, industriales y tecnológicos. Se realizó por primera vez la caracterización experimental completa del modo fundamental antisimétrico ( $A_0$ ) de las ondas de Lamb acopladas por aire en células solares de silicio, a frecuencias de hasta 1.2 MHz. Además, los resultados y metodologías desarrollados se presentarán en el prestigioso congreso internacional IEEE International Ultrasonics Symposium ([IEEE-IUS 2025](#)).

Desde el punto de vista industrial, este proyecto demuestra que el modo fundamental antisimétrico puede excitarse y detectarse de forma fiable en células solares, mediante acoplamiento por aire, a frecuencias de hasta 1.2 MHz. Esto dispone su uso como técnica de END rápida y completamente sin contacto, capaz de inspeccionar el 100 % de la producción en tiempo real, y descartar aquellas células con una respuesta anómala que revele defectos que podrían mermar la eficiencia o la vida útil.

Finalmente, se ha desarrollado un flujo de trabajo completo en Python que incluye filtrado, cálculo de velocidades, estimación de parámetros mecánicos efectivos, análisis de la relación señal-ruido, representación gráfica de resultados y más. Esta herramienta está disponible públicamente en GitHub, lo que facilita reproducir y ampliar los resultados.

## Capítulo 3. DESARROLLO

### 3.1 Planificación del trabajo fin de grado

#### 1. Revisión bibliográfica y estado del arte (1 semana)

- Localizar artículos clave sobre END en células solares y ondas de Lamb.
- Resumir frecuencias, transductores y parámetros de células.
- Fijar rango 250 kHz–1.2 MHz y criterios de éxito del experimento.

#### 2. Modelado rápido y planificación experimental (1-2 semana)

- Calcular curvas de dispersión usando Lammering et al. (2018).
- Decidir distancias emisor–receptor y número de frecuencias.
- Elaborar metodología experimental.

#### 3. Montaje experimental (1-3 semanas)

- Instalar transductores y soportes.
- Configurar generador de pulsos, osciloscopio, amplificador y generador de tren de onda.

#### 4. Calibración y primeras pruebas en células (1-2 semanas)

- Probar a medir ondas de Lamb en una placa de aluminio de referencia.
- Determinar método sistemático para el resto de medidas.

#### 5. Medidas sistemáticas (2-3 semanas)

- Barrer las frecuencias seleccionadas (ej. 250, 500, 800, 1 200 kHz).
- Usar un pulso de banda ancha y tren de ondas para las medidas.

#### 6. Procesado y análisis de datos (2-3 semanas)

- Crear *pipeline* en python.
- Extraer velocidad de fase, velocidad de grupo y atenuación.
- Comparar con curvas teóricas y asignar modo Lamb.
- Comparar métodos de excitar modos de Lamb.

### 7. Discusión y validación (1-2 semanas)

- Analizar compromiso resolución/atenuación a frecuencias altas.
- Identificar limitaciones experimentales y posibles mejoras.
- Redactar conclusiones preliminares.

### 8. Redacción final y preparación de la defensa (3 semanas)

- Completar memoria: introducción, metodología, resultados, anexos.
- Formatear bibliografía, figuras y tablas según normas.
- Preparar presentación y ensayar preguntas.

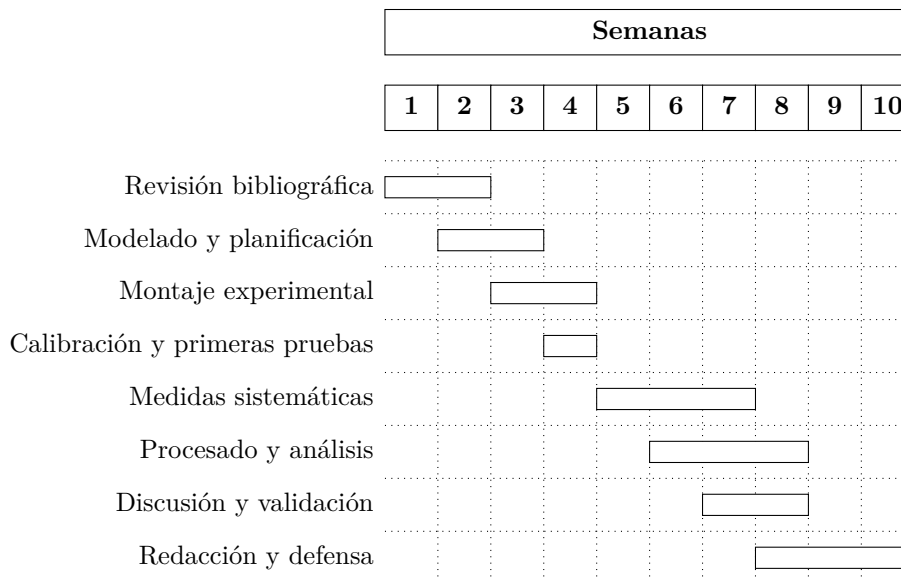


Figura 3.1: Cronograma de la planificación del proyecto.

## 3.2 Descripción de la solución, metodologías y herramientas

El montaje principal está formado por dos transductores acoplados por aire (uno frente al otro y con un ángulo determinado de incidencia respecto a la muestra), la célula solar

o muestra delgada, un carril de precisión, plataformas goniométricas y una plataforma tijera (figura 3.2). A partir de esto, se completa el montaje para las dos formas distintas de excitar las ondas de Lamb, mediante un pulso de banda ancha y un tren de ondas.

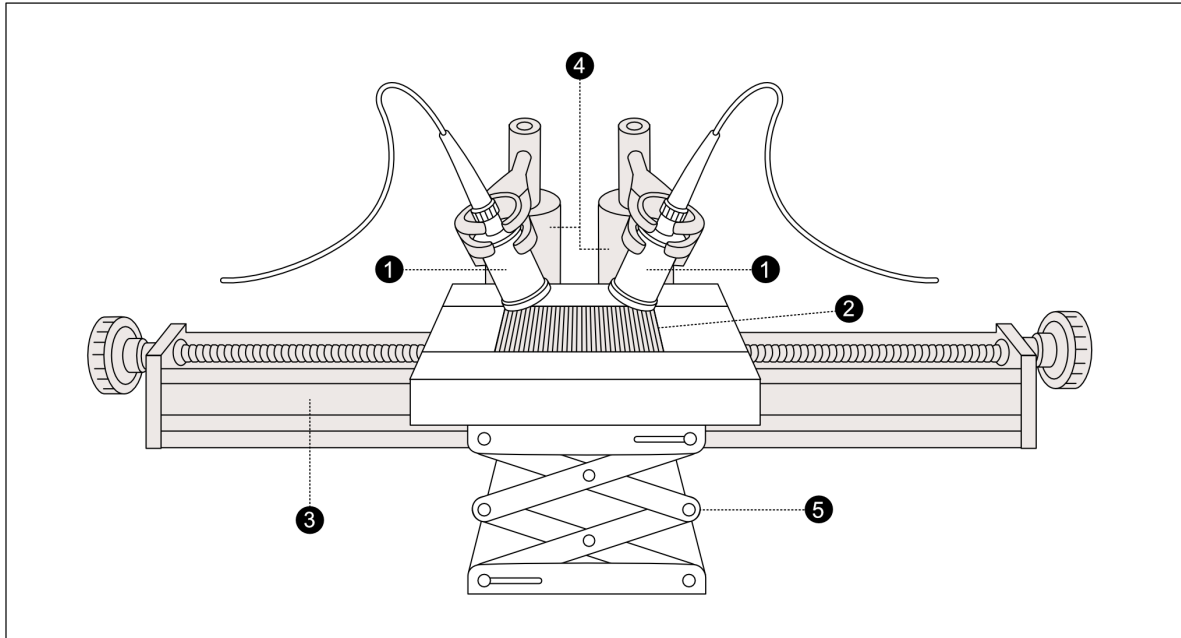


Figura 3.2: Diagrama del montaje experimental para generación y detección de ondas de Lamb. (1) Transductores. (2) Célula solar. (3) Carril de precisión. (4) Plataformas goniométricas. (5) Plataforma tijera. Elaboración propia.

Para cada muestra y frecuencia se realizaron tandas de medidas de dos fases:

- Barrido largo: 14 pasos de 2.25 mm, pensado para estudiar la atenuación a mayores distancias y aportar más puntos al cálculo de la velocidad de grupo.
- Barrido corto: 20 pasos de 0.5 mm, señales muy cercanas en el tiempo que permiten estimar la velocidad de fase sin ambigüedad entre picos.

Cada tanda de medidas se almacena en MATLAB como una matriz  $N \times 36$ , donde  $N$  es el número de muestras por medida y las 36 columnas son: columna del tiempo (1) + medida inicial (1) + pasos largos (14) + pasos cortos (20).

A partir de esta matriz se extraen las velocidades de fase y grupo analizando cómo varía la señal con la distancia. Usando los pares de puntos  $(v_f, fb)$  y  $(v_g, fb)$  calculados, se ajustan las curvas teóricas correspondientes a estos y se estiman los parámetros mecánicos efectivos de cada muestra. Se realizan ajustes siguiendo dos métodos, optimización global usando `scipy.optimize.shgo` (*Simplicial Homology Global Optimization*) cuando se buscan mínimos en dos dimensiones ( $E$  y  $\nu$ ) y ajuste local con `scipy.optimize.least_squares` cuando se fija uno de los parámetros y sólo se busca el otro.

**Pulso.** Para el pulso de banda ancha, se conectan los transductores a un *pulser/receiver* que se encarga de enviar el pulso al receptor y recibir la señal del emisor, pasándola por un filtro de *band-pass* inicial y enviándola a un osciloscopio, que está, a su vez, conectado a un ordenador que recibe y almacena las medidas.

El pulso de banda ancha se utilizó, además, para determinar las frecuencias de trabajo: al excitar los transductores con un pulso corto, estos emiten todo su espectro. Variando el ángulo se localizan los máximos de señal que, haciendo la FFT, determinan los picos espectrales característicos de cada transductor. A partir de esto se fijaron las frecuencias de trabajo, resumidas en la tabla 3.1.

Transductor	Frecuencias de medida
250 kHz	250 kHz
500 kHz	340 kHz, 500 kHz, 640 kHz
1 MHz	840 kHz, 1 MHz, 1.2 MHz

Cuadro 3.1: Frecuencias seleccionadas para cada transductor.

**Tren.** En el montaje para el tren de onda, se conecta un generador de funciones al transductor que emite, pasando la señal por un amplificador. La señal generada va a ser un tren sinusoidal de 10 ciclos. Este montaje permite seleccionar la frecuencia que queremos emitir, en vez de excitar todo el espectro de los transductores. El receptor sigue conectado igual que en el caso anterior.

**Anisotropía.** Se usa el mismo montaje que en el tren de ondas, pero colocando la célula sobre una plataforma rotativa motorizada que se controla desde el ordenador. Se recorren 180 grados de dos en dos, tomando medidas de la señal y extrayendo el valor máximo.

## Flujo de trabajo en Python

Para el tratamiento y análisis de los datos se ha desarrollado un repositorio específico en GitHub ([https://github.com/eriknbd/Lamb\\_wave\\_analisis](https://github.com/eriknbd/Lamb_wave_analisis)) que implementa un *pipeline* completo en *Python*. El flujo incluye: filtrado de señales, cálculo de velocidades de grupo y fase (experimentales y teóricas), representación gráfica de resultados, estimación de parámetros mecánicos, análisis de relación señal ruido y estudio de la atenuación en función de la distancia.

El repositorio contiene el módulo *lambmath.py* donde se definen las funciones creadas para el proyecto, entre ellas destacan:

- **max\_frecuency** (data\_in, plot=False, db=True)  
Calcula la frecuencia de máxima amplitud (pico) de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) de las señales contenidas en data\_in.  
  
**data\_in** Matriz  $N \times (M+1)$  donde la primera columna es el tiempo y las restantes las  $M$  señales.  
**plot** Si se activa (True) se dibuja el espectro obtenido.  
**db** Representa la magnitud en dB cuando plot=True.  
  
**Devuelve:** frecuencia máxima (Hz).
  
- **bandpass** (data\_in, bp\_w, bp\_c=None, bp\_order=4)  
Aplica un filtro *band-pass* de Butterworth a cada señal de data\_in.  
  
**bp\_w** Ancho de banda (Hz).  
**bp\_c** Frecuencia central (Hz). Si vale None se toma la frecuencia pico que devuelve max\_frecuency.  
**bp\_order** Orden del filtro Butterworth.  
  
**Devuelve:** matriz filtrada con igual formato que data\_in.
  
- **cc\_tau** (time, signal\_1, signal\_2)  
Obtiene el desplazamiento temporal  $\tau$  entre dos señales mediante correlación cruzada máxima.  
  
**time** Vector de tiempos.  
**signal\_1, signal\_2** Señales a comparar.  
  
**Devuelve:**  $\tau$  (s).
  
- **cc\_group\_velocity** (data\_in, d, bp\_w=None, bp\_c=None, bp\_order=4, plot=False, offset=None)  
Calcula la velocidad de grupo de las medidas en data\_in. Calcula la envolvente mediante el módulo de la transformada de Hilbert y se estima el retardo  $\tau_i$  entre cada par de medidas seguidas. Mediante regresión lineal  $d_i = v_g t_i + b$  se obtiene la velocidad de grupo  $v_g$ .  
  
**d** Array con las distancias entre fuentes/receptores (m).  
**bp\_w, bp\_c, bp\_order** Parámetros del posible filtro *band-pass* (bandpass).  
**plot** Dibuja (1) señales alineadas y (2) regresión  $d-t$ .

**offset** Separación vertical para la representación; por defecto se toma el máximo de la primera señal.

**Devuelve:**  $[v_g, b, R^2]$ .

- **cc\_group\_velocity\_all** (data\_in,d,bp\_w=None,bp\_c=None,bp\_order=4,plot=False,offset=None)

Funciona igual que `cc_group_velocity`, pero en vez de usar solo pares de señales consecutivas, toma todos los pares  $(i, j)$  tal que  $d_i < d_j$ .

Parámetros análogos a los de `cc_group_velocity`.

**Devuelve:**  $[v_g, b, R^2]$ .

- **cc\_phase\_velocity** (data\_in,d,type\_dist="inv",bp\_w=None,bp\_c=None,plot=False,offset=None)

Estima la velocidad de fase  $v_f$  alineando las fases mediante la correlación cruzada. Toma parejas de medidas seguidas, calcula el retardo acumulado y obtiene la velocidad de fase mediante una regresión lineal.

Parámetros iguales a `cc_group_velocity`.

**Devuelve:**  $[v_f, b, R^2]$ .

- **threshold\_group\_velocity** (data\_in,d,thr\_frac=None,bp\_w=None,bp\_c=None,bp\_order=4,plot=False,offset=None,title=None)

Análogo a `cc_group_velocity` pero calculando los retardos mediante un franco. Los parámetros son iguales con la inclusión de:

**thr\_frac** fracción del máximo de la señal, que se tiene que superar.

**Devuelve:**  $[v_g, b, R^2]$ .

- **threshold\_group\_velocity\_all** (data\_in,d,bp\_w=None,bp\_c=None,bp\_order=4,plot=False,offset=None)

Análogo a `cc_group_velocity_all` pero con `threshold_group_velocity`.

**Devuelve:**  $[v_g, b, R^2]$ .

- **full\_analisis** (data\_in, d, type\_dist, bp\_c=None, bp\_w=None, plot=True, print\_data=True, round\_to=4)

Pipeline completo de velocidades: (1) frecuencia pico  $f_{\text{máx}}$ , (2) velocidad de grupo  $v_g$ , (3) velocidad de fase  $v_f$ .

**type\_dist** Pasado a `cc_phase_velocity`.

**plot** Propaga la opción de dibujar las gráficas.

**print\_data** Muestra en pantalla los valores obtenidos.

**round\_to** N<sup>o</sup> de decimales a imprimir.

**Devuelve:**  $[f_{\text{máx}}, v_g(\text{array}), v_f(\text{array})]$ .

- **amplitudes** (`data_in`, `d=None`, `bp_w=None`, `bp_c=None`, `plot=True`)  
Extrae la amplitud absoluta máxima de cada señal (opcionalmente tras un filtrado) y, si se proporciona `d`, grafica  $\log(A/A_{\text{máx}})$  frente a distancia.

**d** Distancias; necesario sólo para la gráfica.

**plot** Genera la gráfica amplitud–distancia.

**Devuelve:** vector de amplitudes máximas  $A$ .

- **SNR\_data**(`data_in`, `bp_w=None`, `bp_c=None`, `bp_order=4`, `cycles=10`, `times_T=1.25`)  
Calcula la relación señal-ruido (SNR) en dB para cada señal de `data_in`.

(1) Se estima  $f_{\text{máx}}$  con `max_frecuencia`.

(2) Se calcula la duración de la señal como ciclos partido frecuencia ( $\times \text{times\_T}$ ).

(3) Para cada traza se desliza dicha ventana sobre  $|s(t)|^2$  y se localiza el intervalo de mayor energía (señal).

(4) La potencia media dentro de la ventana se compara con la potencia del resto de la señal (ruido) para obtener  $\text{SNR} = 10 \log_{10}(P_{\text{sig}}/P_{\text{noise}})$ .

**cycles** Número de ciclos que hace la señal.

**times\_T** Factor por el que se multiplica la duración de la ventana de señal:  $T_{\text{sig}}$ .

**Devuelve:** vector ( $M$  elementos) con la SNR de cada señal, en dB.

Este repositorio también contiene un *notebook* que recopila, de forma extensa, todo el cálculo y análisis empleados para obtener los resultados presentados.

### 3.3 Recursos requeridos

Este trabajo es realizable gracias al Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información “Leonardo Torres Quevedo” (ITFI-CSIC), donde, bajo la supervisión del Dr. Tomás Enrique Gómez Álvarez-Arenas, se dispone de acceso al material necesario para los experimentos. En la tabla 3.2 se detalla el equipamiento y material utilizado para la realización del TFG.

Equipo / material	Especificaciones / modelo
Osciloscopio digital	Rohde & Schwarz <b>RTO1024</b> (2 GHz, 10 GS/s)
Pulser/Receiver	Olympus Panametrics <b>5058PR</b>
Generador de funciones arbitrarias	Rigol <b>DG1032Z</b> (20 MHz, 200 MS/s)
Amplificador	Falco Systems <b>WMA-300</b> (DC–5 MHz, $\times 50$ )
Transductores aire-acoplados	250 kHz, 500 kHz y 1 MHz. Diseñados y fabricados en el departamento de sensores y sistemas ultrasónicos del ITEFI CSIC (Alvarez-Arenas, 2004)
Plataformas goniométricas	Selección de ángulos de los transductores
Carril de precisión	ajuste de 0.25 mm
Plataforma tijera	Elevación vertical de la muestra
Micrómetro digital	Resolución 1 $\mu\text{m}$
Célula solar tipo p	Mono-Si, $126.0 \pm 0.5$ mm, espesor de $185 \pm 2$ $\mu\text{m}$
Célula solar tipo n	Mono-Si, $161.7 \pm 0.5$ mm, espesor de $165 \pm 2$ $\mu\text{m}$
Placa de aluminio	Espesor 1.5 mm
Oblea de silicio [100]	Mono-Si, tipo p (boro), espesor $500 \pm 1$ $\mu\text{m}$
Plataforma rotativa motorizada	Standa <b>8MR190-2</b>

Cuadro 3.2: Relación resumida del equipamiento y materiales empleados.

### 3.4 Resultados y discusión del TFG

En esta sección se presentan y discuten los resultados obtenidos mediante las metodologías descritas anteriormente. En primer lugar, se validan los métodos empleados usando una placa de aluminio como referencia. A continuación, se muestran los resultados obtenidos con células solares tipo p y tipo n, incluyendo velocidades de fase y grupo, estimaciones del módulo de Young efectivo, análisis preliminar de anisotropía y relación señal-ruido (SNR).

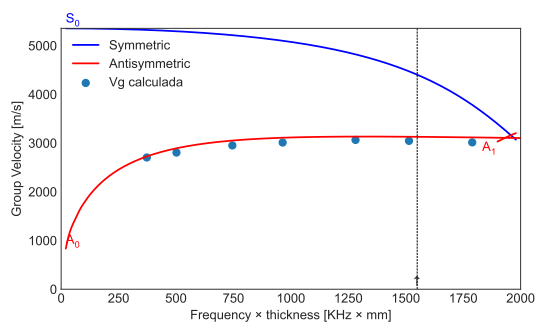
## Velocidades en la placa de aluminio

La placa de aluminio sirvió como referencia para validar experimentalmente la metodología empleada. Con el montaje experimental del tren de ondas se tomaron las señales transmitidas a través de la placa y, a partir de ellas, se calcularon las velocidades de grupo (calculadas con `threshold_group_velocity_all`) y de fase (calculadas con `cc_phase_velocity`) que se resumen en la tabla 3.3.

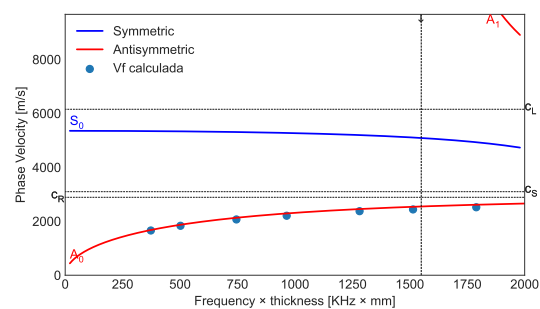
Los resultados muestran ajustes muy buenos, con valores de  $R^2$  próximos a uno. En la figura 3.3 se ven los valores calculados superpuestos sobre las curvas teóricas del aluminio usando  $E = 69$  GPa y  $\nu = 0.33$ , donde se puede distinguir cómo el modo de Lamb excitado es el fundamental antisimétrico ( $A_0$ ).

$f_{\text{máx}}$ [kHz]	$v_g$ [m/s]	$R_g^2$	$v_f$ [m/s]	$R_f^2$	BP [kHz]
248.55	2704.50	0.9996	1659.06	0.9998	200
334.61	2805.54	0.9995	1833.91	0.9998	200
496.84	2951.68	0.9998	2068.64	0.9999	200
642.76	3011.44	0.9997	2206.35	0.9997	200
854.26	3065.03	0.9993	2375.50	0.9998	400
1009.39	3046.02	0.9995	2439.94	0.9994	400
1192.88	3014.26	0.9997	2520.99	0.9995	400

Cuadro 3.3: Resultados de las velocidades para la placa de aluminio (tren de ondas). BP = ancho del filtro *band-pass* aplicado. Resultados calculados con la función `full_analisis`.



(a) Velocidad de grupo aluminio.



(b) Velocidad de fase aluminio.

Figura 3.3: Velocidades de grupo y fase calculadas sobre las curvas de dispersión teóricas del aluminio ( $E = 69$  GPa,  $\nu = 0.33$ ). Curvas de dispersión creadas usando el código de Lammering et al. (2018) y las velocidades con `threshold_group_velocity_all` y `cc_phase_velocity`.

## Velocidades célula solar tipo p (pulso de banda ancha)

Con el montaje de pulso de banda se hicieron las medidas necesarias para el cálculo de velocidades. La frecuencia transmitida se seleccionó ajustando el ángulo de incidencia según el principio de coincidencia. Usando las funciones `full_analisis` y `cc_group_velocity` se calculan los valores de velocidad de fase y grupo disponibles en la tabla 3.4.

$f_{\text{máx}}$ [kHz]	$v_g$ [m/s]	$R_g^2$	$v_f$ [m/s]	$R_f^2$	BP [kHz]
261.54	1376.14	0.99984	707.21	0.99989	200
347.37	1562.93	0.99985	800.45	0.99990	200
510.33	1857.97	0.99976	963.55	0.99980	200
648.25	2007.51	0.99990	1068.15	0.99981	200
843.59	2367.93	0.99983	1220.08	0.99976	200
992.93	2508.73	0.99981	1320.67	0.99971	200
1225.06	2655.00	0.99980	1433.42	0.99980	300

Cuadro 3.4: Resultados de las velocidades para la célula solar tipo p excitada con pulso de banda ancha. BP = ancho del filtro *band-pass* aplicado. Resultados calculados con la función `full_analisis`.

## Velocidades célula solar tipo p (tren de ondas)

Se repitió el procedimiento anterior con el montaje de tren de ondas. Las velocidades se calcularon igual y los resultados se resumen en la tabla 3.5

Comparando con el caso del pulso, se ve que las velocidades de grupo y de fase son muy similares, con diferencias por debajo del 5%, y que los valores de  $R^2$  siguen muy próximos a uno. Además, al emitir únicamente una banda estrecha, el tren sinusoidal permite “sintonizar” la frecuencia que viaja por la muestra con mayor facilidad y precisión.

$f_{\text{máx}}$ [kHz]	$v_g$ [m/s]	$R_g^2$	$v_f$ [m/s]	$R_f^2$	BP [kHz]
252.09	1345.87	0.99993	683.77	0.99991	200
339.57	1575.97	0.99975	799.42	0.99984	200
499.31	1874.23	0.99989	961.24	0.99988	200
644.13	2110.64	0.99975	1085.43	0.99980	400 <sup>1</sup>
845.97	2324.50	0.99978	1210.76	0.99978	400
1009.76	2388.82	0.99963	1288.63	0.99929	400
1196.87	2702.42	0.99973	1435.38	0.99971	400

Cuadro 3.5: Resultados de las velocidades para la célula solar tipo p excitada con tren de ondas. BP = ancho del filtro *band-pass* aplicado. Resultados calculados con la función `full_analisis`.

## Velocidades célula solar tipo n

Se hizo el mismo procedimiento y cálculo que en el caso anterior, ahora con la célula tipo n (tabla 3.6). Igual que en los casos anteriores, todos los ajustes presentan un  $R^2$  muy próximo a uno.

El mismo procedimiento de tren sinusoidal se aplicó a la célula n. Los valores de frecuencia pico, velocidades y coeficientes de determinación se recogen en la Tabla 3.6. Todos los ajustes presentan un  $R^2$  muy próximo a 1, lo que confirma la calidad de las regresiones tanto para la velocidad de grupo como para la de fase.

En comparación con la célula tipo p, las velocidades son ligeramente inferiores, lo que es esperable debido a su menor espesor.

<sup>1</sup>Para la estimación de  $v_f$  a 640 kHz no se aplica filtrado *band-pass*. El valor indicado (400 kHz) corresponde solo al cálculo de  $v_g$ , ya que el filtrado provocaba un salto entre picos en el cálculo de la correlación cruzada.

$f_{\text{máx}}$ [kHz]	$v_g$ [m/s]	$R_g^2$	$v_f$ [m/s]	$R_f^2$	BP [kHz]
255.10	1326.26	0.99971	663.97	0.99985	200
342.65	1518.68	0.99996	766.18	0.99989	200
502.75	1792.02	0.99994	923.82	0.99992	200
630.10	1997.18	0.99995	1041.23	0.99984	200
842.23	2225.39	0.99994	1162.10	0.99987	400
1021.83	2377.81	0.99989	1256.06	0.99990	400
1207.30	2549.76	0.99991	1348.06	0.99982	400

Cuadro 3.6: Resultados de las velocidades para la célula solar tipo n excitada con tren de ondas. BP = ancho del filtro *band-pass* aplicado. Resultados calculados con la función `full_analisis`.

## Estimación de parámetros mecánicos

Inicialmente se realizó una estimación conjunta del módulo de Young ( $E$ ) y del coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) mediante optimización global utilizando `shgo` del SciPy. Para cada función de velocidad de grupo, se ejecutó un muestreo inicial de 100 puntos y hasta 30 iteraciones dentro de los límites establecidos de  $E \in [5, 300]$  GPa y  $\nu \in [0.048, 0.4]$ . Los resultados obtenidos (media y desviación estándar) se presentan en la tabla 3.7. El rango de Poisson fue seleccionado tomando como referencia el límite inferior correspondiente al menor valor para el silicio monocristalino y el límite superior por encima del valor del aluminio (y plata)

Sin embargo, sospechamos que no disponemos de información suficiente para determinar con precisión el coeficiente de Poisson. Esto se sustenta en la distribución de los resultados obtenidos (figura 3.4). En primer lugar, se observa que los valores estimados de los parámetros se agrupan en regiones alargadas a lo largo del eje de  $\nu$ , mientras que para el módulo de Young  $E$  las regiones son mucho más estrechas, indicando una mayor sensibilidad en este parámetro. En segundo lugar, específicamente para el caso del aluminio, la región con menor suma de cuadrados de residuales (SSR) se concentra en un rango estrecho de  $E \approx 60\text{--}70$  GPa, pero abarca casi todo el rango de  $\nu$ . Dado que los valores reales conocidos para el aluminio son aproximadamente  $E \approx 69$  GPa y  $\nu \approx 0.33$ , esto confirma la escasa sensibilidad del ajuste al valor del coeficiente de Poisson.

Debido a estos problemas de convergencia, se decidió fijar el valor de  $\nu$  para estimar únicamente el módulo de Young. Este procedimiento se realizó probando valores fijos de  $\nu$  en el intervalo de "peor escenario", es decir,  $0.048 \leq \nu \leq 0.4$ . Los resultados mostraron que, incluso variando  $\nu$  en este amplio rango, las estimaciones del módulo de Young sólo

varían, como mucho, un 4 % (tabla 3.8).

Caso	Función	$E_{\text{mean}}$ [GPa]	$\sigma_E$ [GPa]	$\nu_{\text{mean}}$	$\sigma_\nu$
Aluminio (tren)	cc_group_velocity	75.76	32.49	0.2504	0.1104
	cc_group_velocity_all	78.03	33.18	0.2487	0.1149
	threshold_group_velocity	76.33	33.64	0.2493	0.1173
	threshold_group_velocity_all	76.19	33.69	0.2460	0.1105
Célula p (pulso)	cc_group_velocity	87.25	34.78	0.2091	0.1200
	cc_group_velocity_all	89.29	35.09	0.2045	0.1124
	threshold_group_velocity	90.38	33.15	0.1658	0.1284
	threshold_group_velocity_all	96.38	34.57	0.1950	0.1104
Célula p (tren)	cc_group_velocity	92.65	34.96	0.2075	0.1141
	cc_group_velocity_all	85.78	31.81	0.1840	0.1282
	threshold_group_velocity	97.22	36.62	0.2119	0.1085
	threshold_group_velocity_all	95.69	34.99	0.1880	0.1185
Célula n (tren)	cc_group_velocity	98.20	20.15	0.2106	0.1076
	cc_group_velocity_all	100.77	24.16	0.2153	0.1090
	threshold_group_velocity	105.67	21.80	0.2001	0.1113
	threshold_group_velocity_all	97.19	16.33	0.2065	0.1173

Cuadro 3.7: Media y desviación estándar estimadas para el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, obtenidas mediante *shgo* (*simplicial homology global optimization*) incluido en SciPy, para cada función de velocidad de grupo.

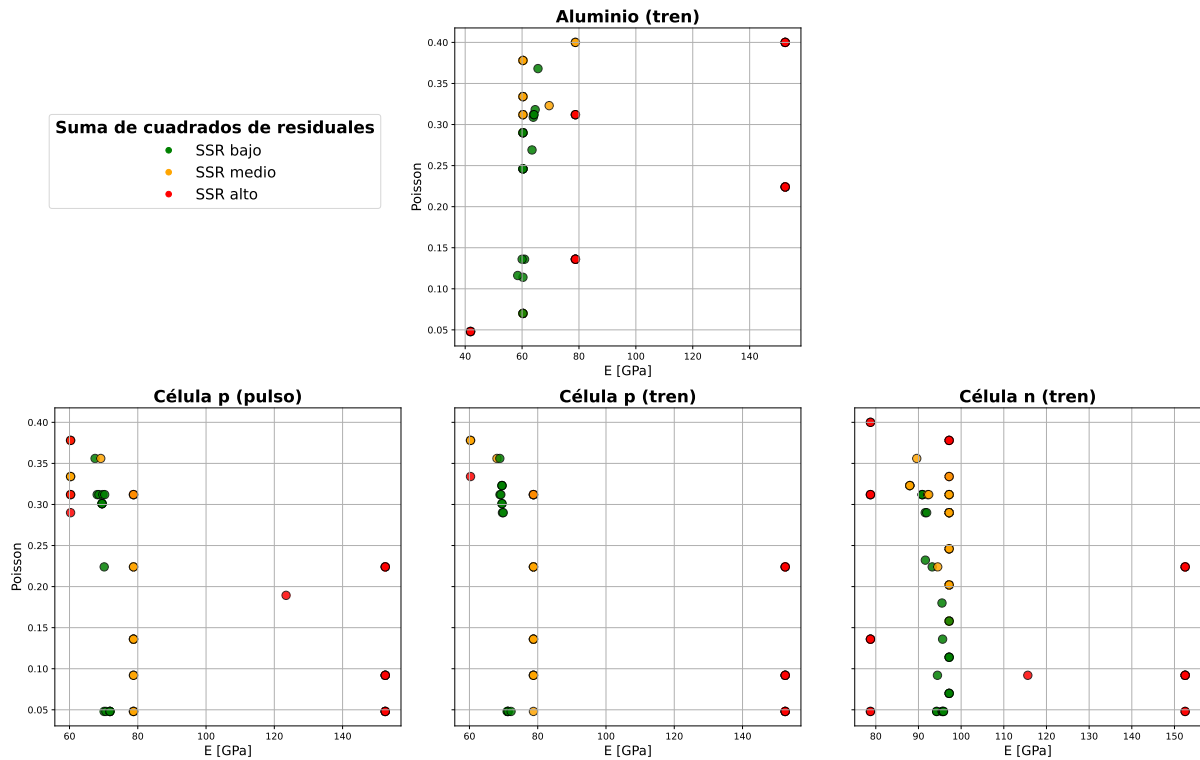


Figura 3.4: Distribución de las estimaciones de módulo de Young  $E$  y coeficiente de Poisson  $\nu$  obtenidas en múltiples repeticiones del ajuste para las diferentes configuraciones experimentales. Cada punto representa un par  $(E, \nu)$  y está coloreado según el percentil de la suma de cuadrados de residuales (SSR): verde indica SSR bajo, naranja SSR medio y rojo SSR alto. Elaboración propia.

Caso	Función	$E_{\min}$ [GPa]	$E_{\max}$ [GPa]	$\nu$
Aluminio (tren)	cc_group_velocity	64.85	64.85	0.33 (fijo)
	cc_group_velocity_all	64.75	64.75	0.33 (fijo)
	threshold_group_velocity	64.40	64.40	0.33 (fijo)
	threshold_group_velocity_all	64.61	64.61	0.33 (fijo)
Célula p (pulso)	cc_group_velocity	65.69	70.35	0.048–0.40
	cc_group_velocity_all	66.16	70.87	0.048–0.40
	threshold_group_velocity	67.23	72.06	0.048–0.40
	threshold_group_velocity_all	67.77	72.65	0.048–0.40
Célula p (tren)	cc_group_velocity	65.88	70.59	0.048–0.40
	cc_group_velocity_all	66.11	70.84	0.048–0.40
	threshold_group_velocity	66.32	71.07	0.048–0.40
	threshold_group_velocity_all	66.91	71.73	0.048–0.40
Célula n (tren)	cc_group_velocity	87.36	94.44	0.048–0.40
	cc_group_velocity_all	87.67	94.79	0.048–0.40
	threshold_group_velocity	88.54	95.76	0.048–0.40
	threshold_group_velocity_all	88.79	96.04	0.048–0.40

Cuadro 3.8: Valores estimados de  $E$  para un rango de  $\nu$  dado.

## Análisis preliminar de anisotropía en células solares (1 MHz)

Se realizaron medidas iniciales de anisotropía a una frecuencia de 1 MHz, utilizando como referencia una oblea de silicio [100] tipo p, con el montaje especificado en la sección 3.2. Según el principio de coincidencia, al alinear los transductores inicialmente en la dirección [110] para el ángulo de  $0^\circ$ , se esperan máximos de intensidad similar cada  $90^\circ$ . Este comportamiento simétrico es el observado en las mediciones realizadas sobre la oblea de silicio, como muestra la figura 3.5a.

Se repitió lo mismo con la célula solar tipo n. En este caso, mientras que sí se encontraron máximos de voltaje equivalentes en  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , el máximo correspondiente a  $90^\circ$  tiene un voltaje menor a un cuarto del valor registrado para  $0^\circ$  y  $180^\circ$  (figura 3.5b). Pensamos que esta discrepancia puede estar causada por los *fingers* de plata ubicados en la parte trasera de la célula, visibles en la figura 3.6. Estos *fingers* podrían introducir una anisotropía adicional, haciendo que los parámetros efectivos sean diferentes entre las direcciones transversal y paralela a ellos.

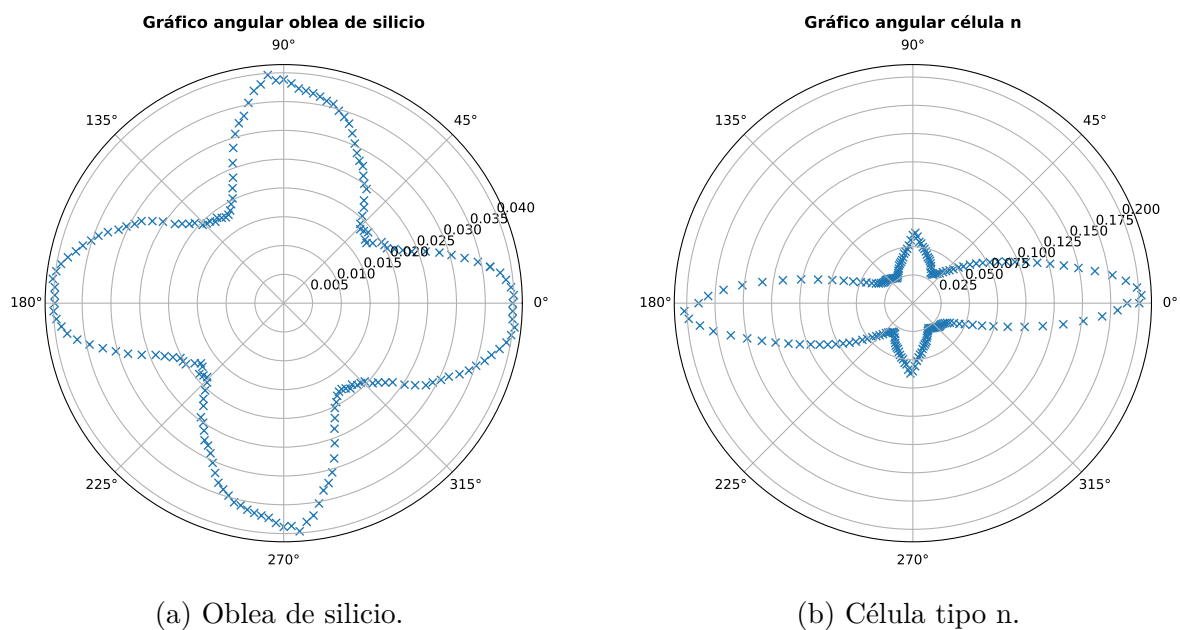


Figura 3.5: Pico de voltaje en función del ángulo para (a) la oblea de silicio y (b) la célula tipo n. Para completar la representación se replicaron los datos hasta  $180^\circ$ . Elaboración propia.

## Relación señal ruido (SNR)

Se obtuvo la relación señal-ruido mediante el método descrito en la sección 3.2 y se resume la SNR promedio para cada muestra y frecuencia en la tabla 3.9.

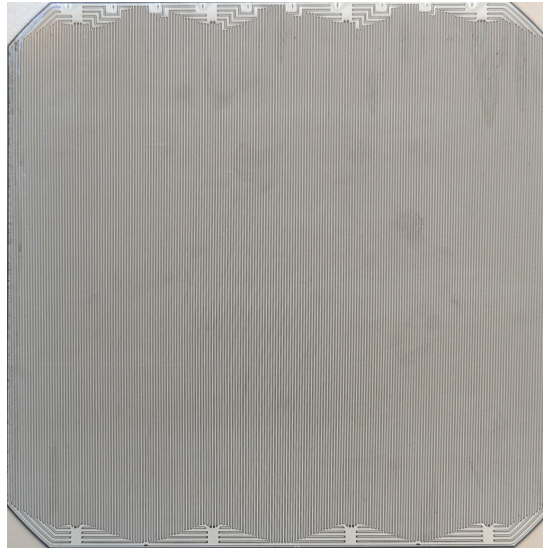


Figura 3.6: Foto de la parte trasera de la célula tipo  $n$  donde se pueden observar los *fingers*.

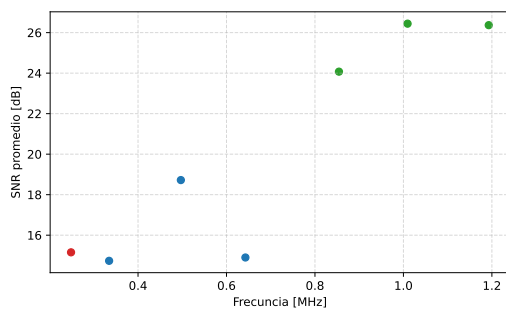
En la relación señal-ruido promedio obtenida no se observa una disminución sistemática al aumentar la frecuencia. En cambio, los valores tienden a agruparse según el transductor empleado (figura 3.7), observándose que las mayores diferencias en SNR aparecen al cambiar de transductor.

Dentro de las mediciones con un mismo transductor, la SNR más alta se obtiene para su frecuencia central, que es donde son más eficientes emitiendo y recibiendo la señal. Entre los tres transductores, el de 1 MHz es el que consigue mejores resultados, al contrario de lo que se podría esperar al ser el de mayor frecuencia.

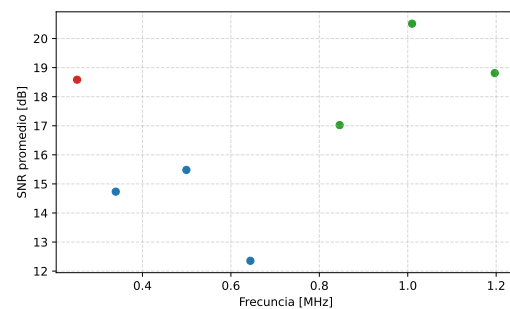
En las relaciones señal-ruido obtenidas a 250 kHz, se observa una anomalía para la célula de tipo  $p$ . El valor obtenido supera al calculado para las de 500 y 840 kHz, al contrario de lo que ocurre en las otras dos muestras. Aunque no se ha podido determinar la causa exacta, algunas posibles son: diferencias del material y pequeñas variaciones en el montaje, como un tramo de aire ligeramente menor entre transductor y muestra o una pequeña curvatura de la célula durante la medida.

Frecuencias [kHz]:	SNR [dB]						
	250	340	500	640	850	1000	1200
Placa de aluminio	15.15	14.73	18.72	14.90	24.07	26.44	26.37
Célula tipo $p$	18.58	14.73	15.48	12.35	17.02	20.51	18.81
Célula tipo $n$	15.14	15.15	16.05	15.25	18.77	19.16	18.79

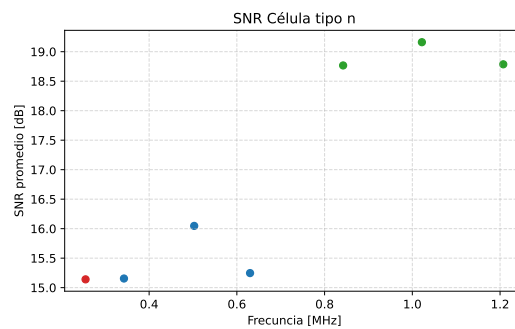
Cuadro 3.9: Relación señal-ruido promedio (dB) obtenida con tren de ondas para cada muestra y frecuencia. Calculado con `SNR_data`.



(a) Placa de aluminio



(b) Célula tipo  $p$



(c) Célula tipo  $n$

Figura 3.7: Relación señal-ruido (SNR en dB) frente a frecuencia central (MHz). Se usan los mismos colores en las tres gráficas: rojo para el transductor centrado en 250 kHz, azul para 500 kHz y verde para 1 MHz. Elaboración propia.

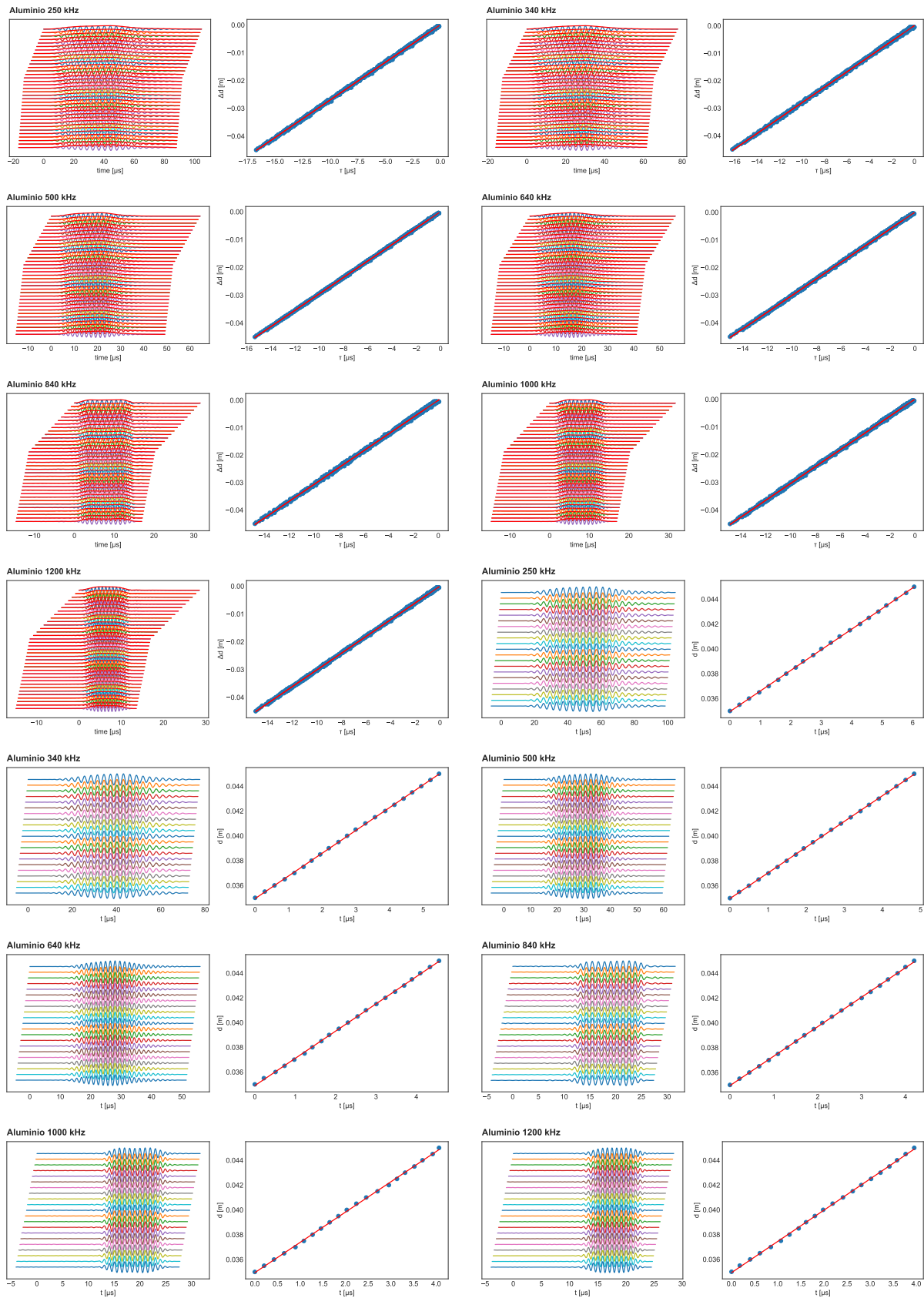


Figura 3.8: Señales y regresiones para aluminio excitado con tren de ondas. **Filas 1–3.** Velocidad de grupo (`threshold_group_velocity_all`). **Fila 4.** Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase (`cc_phase_velocity`). **Filas 5–7.** Velocidad de fase. Paquetes de onda y fases alineados horizontalmente. Elaboración propia.

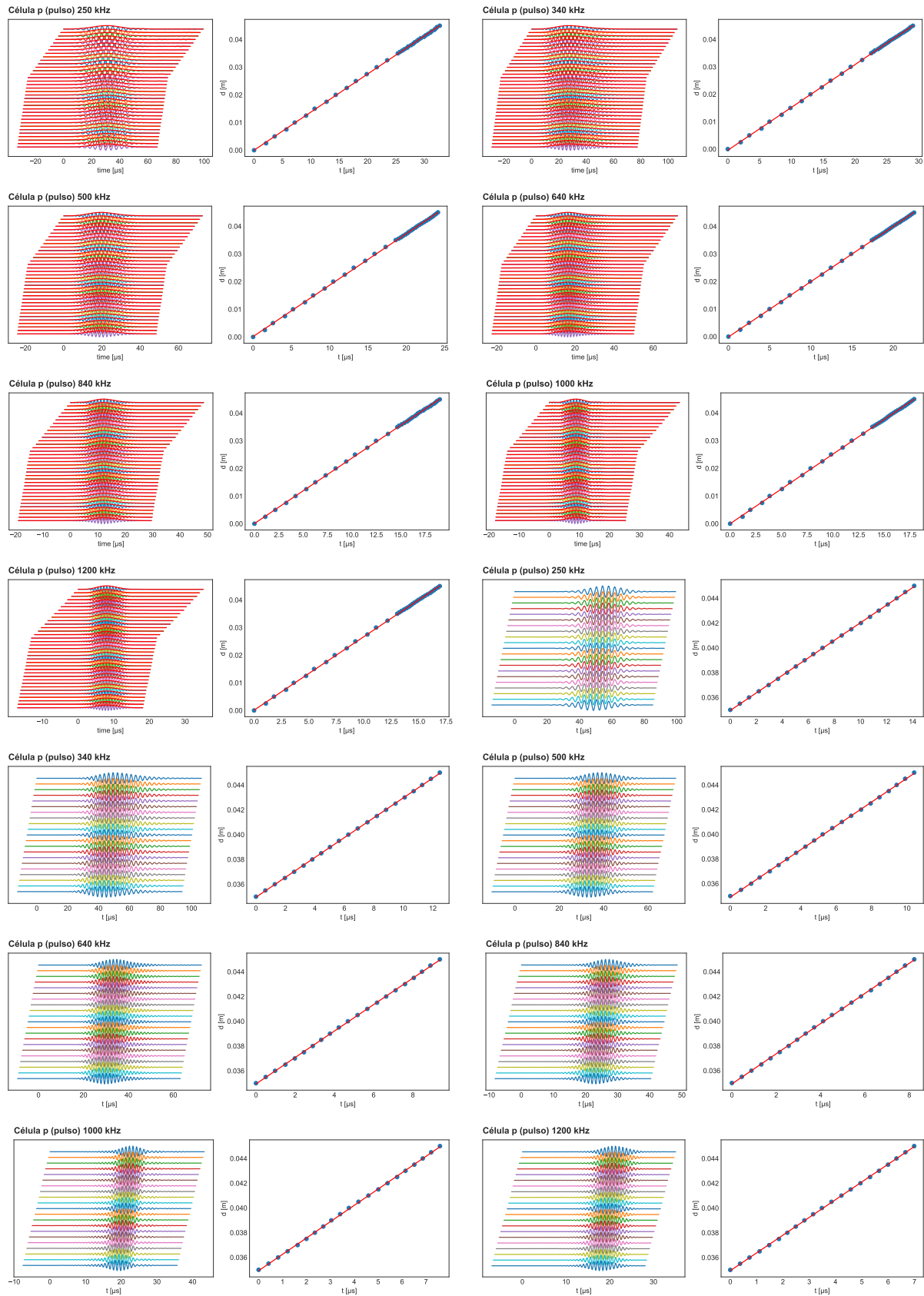


Figura 3.9: Señales y regresiones para célula  $p$  excitada con pulso de banda ancha. **Filas 1–3.** Velocidad de grupo (`cc_group_velocity`). **Fila 4.** Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase (`cc_phase_velocity`). **Filas 5–7.** Velocidad de fase. Elaboración propia.

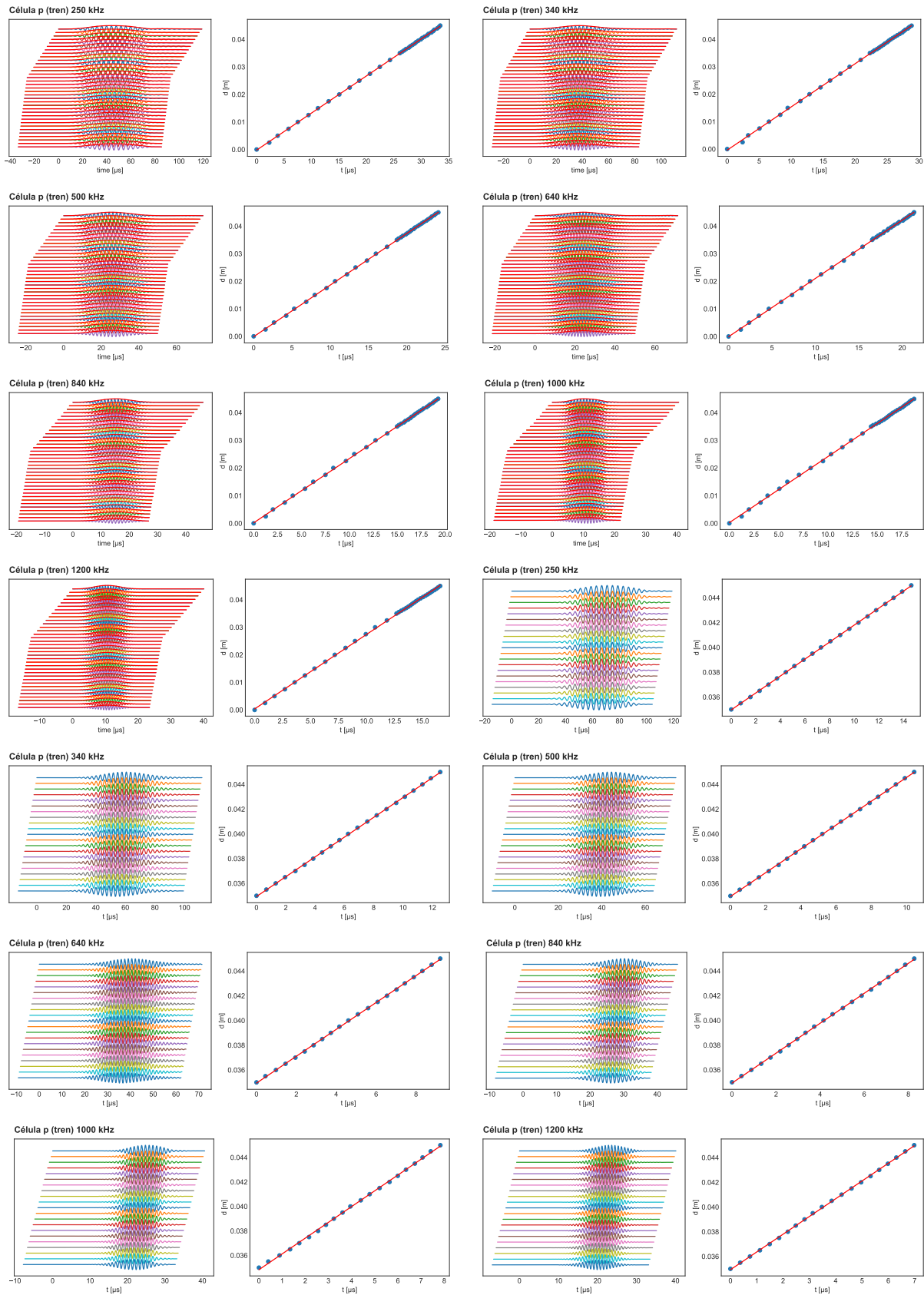


Figura 3.10: Señales y regresiones para célula  $p$  excitada con tren de ondas. **Filas 1–3.** Velocidad de grupo (`cc_group_velocity`). **Fila 4.** Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase (`cc_phase_velocity`). **Filas 5–7.** Velocidad de fase. Elaboración propia.

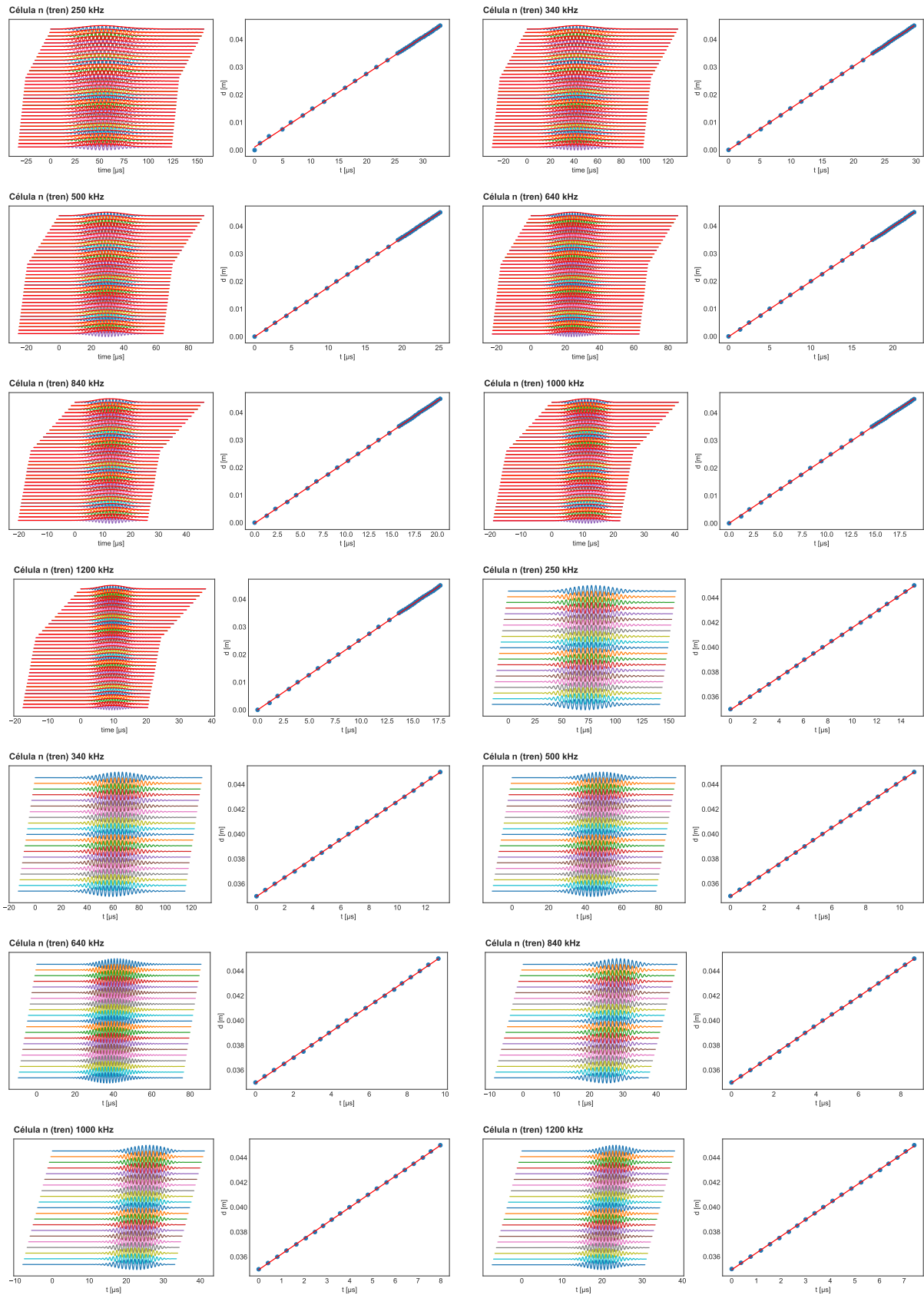


Figura 3.11: Señales y regresiones para célula  $n$  excitada con tren de ondas **Filas 1–3**. Velocidad de grupo (`cc_group_velocity`). **Fila 4**. Panel izquierdo: velocidad de grupo y panel derecho: velocidad de fase (`cc_phase_velocity`). **Filas 5–7**. Velocidad de fase. Elaboración propia.

## Capítulo 4. CONCLUSIONES

### 4.1 Conclusiones del trabajo

En este trabajo se ha demostrado exitosamente la posibilidad de medir experimentalmente el modo fundamental antisimétrico ( $A_0$ ) de las ondas de Lamb en células solares dentro del rango de frecuencias entre 250 kHz y 1.2 MHz. Las metodologías empleadas obtuvieron resultados coherentes y consistentes que han sido validados en la placa de aluminio como referencia.

La estrategia experimental en dos tramos (paso largo y paso corto) ha permitido el cálculo robusto de la velocidad de grupo y de fase, obteniendo ajustes con  $R^2$  muy cercanos a uno para todos los casos.

Los dos métodos experimentales (pulso de banda ancha y tren de ondas) se han demostrado efectivos para la generación, propagación y detección de ondas de Lamb, obteniendo diferencias en las velocidades calculadas de apenas un 5 % para la célula tipo p. Sin embargo, la emisión mediante tren de ondas permite una selección más precisa y sencilla de frecuencias específicas. Aun así, el pulso de banda ancha es importante para encontrar los máximos de emisión/recepción de los transductores.

Se ha desarrollado un flujo de trabajo en Python, disponible públicamente en GitHub, que incluye el filtrado, cálculo de velocidades, análisis de relación señal-ruido, ajuste de parámetros mecánicos efectivos y representación gráfica de resultados. Este *pipeline* permite obtener resultados de forma eficiente y comparar con los datos teóricos.

Comparando los resultados experimentales y las predicciones teóricas, se abordó el problema inverso, obteniéndose estimaciones de los parámetros mecánicos efectivos de las células solares analizadas. Sin embargo, los resultados de la estimación de los dos parámetros sugieren que las medidas realizadas no aportan suficiente información para estimar el coeficiente de Poisson de forma precisa. Para mejorar la precisión, se decidió fijar este parámetro, estimando únicamente el módulo de Young. Los resultados muestran una gran estabilidad del valor del módulo de Young estimado para valores de Poisson dados muy

diferentes, variando apenas un 4% en el peor caso, para  $0.048 \leq \nu \leq 0.4$ .

El módulo de Young efectivo estimado en las células solares es mucho menor que el del silicio. Esto se interpreta que es por la estructura multicapa, lo que permite concluir que la deformación de la célula bajo la acción de la propagación de la onda de Lamb, responda más a una estructura estratificada que a una lámina homogénea, donde las capas adicionales son de plata o de aluminio y esto puede explicar un módulo menor.

Las medidas de anisotropía con transmisión de ondas de Lamb obtuvieron los resultados esperados para la oblea de silicio [110] de referencia. Para la célula solar tipo n, revelan anisotropías adicionales, posiblemente causadas por los contactos metálicos (*fingers*). Estos resultados abren la puerta a estudios futuros donde se mida la anisotropía de forma más cuantitativa, calculando cómo cambian las velocidades al rotar la célula.

Finalmente, el análisis de la relación señal-ruido no muestra una tendencia a disminuir con la frecuencia, sino que depende principalmente del transductor utilizado. Se detectó una anomalía en la célula tipo p a 250 kHz, sugiriendo la importancia de controlar pequeños detalles experimentales y la necesidad de repetir más veces estas medidas para obtener resultados más significativos de SNR.

## 4.2 Conclusiones personales

Este Trabajo de fin de grado ha sido una introducción a un entorno real de investigación. Durante este período he podido hacer una conexión entre los conceptos teóricos aprendidos durante el grado y su aplicación práctica en un contexto experimental. Esto ha puesto a prueba mi capacidad de análisis y resolución de problemas en situaciones reales.

He podido aplicar y extender mis conocimientos de programación en Python, desarrollando un flujo de trabajo que ahora está disponible en GITHUB de forma pública. También tuve que adquirir rápidamente habilidades adicionales fuera de lo aprendido en el grado, como el manejo de MATLAB para la adquisición de medidas del osciloscopio, así como LabVIEW para el control automatizado de la plataforma rotativa.

Realizar el trabajo en el Instituto de Tecnologías Físicas y de la Información "Leonardo Torres Quevedo" (ITEFI-CSIC), bajo la orientación del Dr. Tomás Enrique Gómez Álvarez-Arenas, me permitió familiarizarme con equipamiento científico avanzado y herramientas experimentales con las que no había tenido contacto previamente. Aquí, conté con una gran autonomía, incrementando mi confianza y capacidad organizativa.

Ha sido un trabajo complejo y ambicioso que ha requerido un gran esfuerzo y dedicación, logrando no solo cumplir con los objetivos principales, sino también abordar el objetivo

opcional propuesto. Cabe destacar que los resultados de este trabajo se presentarán en el prestigioso congreso internacional IEEE International Ultrasonics Symposium (IEEE-IUS 2025).

En definitiva, la elaboración de este proyecto me ha permitido crecer tanto a nivel científico como personal, proporcionándome las herramientas necesarias para afrontar futuros retos en mi carrera profesional.

## REFERENCIAS

- Al Mahdi, H., Leahy, P. G., Alghoul, M., & Morrison, A. P. (2024). A Review of Photovoltaic Module Failure and Degradation Mechanisms: Causes and Detection Techniques. *Solar*, 4(1), 43-82. <https://doi.org/10.3390/solar4010003>
- Alvarez-Arenas, T. (2004). Acoustic impedance matching of piezoelectric transducers to the air. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 51(5), 624-633. <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2004.1320834>
- Dhimish, M., Holmes, V., Mehrdadi, B., & Dales, M. (2017). The Impact of Cracks on Photovoltaic Power Performance. *Journal of Science: Advanced Materials and Devices*, 2. <https://doi.org/10.1016/j.jsamd.2017.05.005>
- Dhimish, M., & Hu, Y. (2022). Rapid testing on the effect of cracks on solar cells output power performance and thermal operation. *Scientific Reports*, 12, 12168. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16546-z>
- Du, B., Yang, R., he, Y., Wang, F., & Huang, S. (2017). Nondestructive inspection, testing and evaluation for Si-based, thin film and multi-junction solar cells: An overview. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 78, 1117-1151. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.05.017>
- Feldman, D., Zuboy, J., Dummit, K., Stright, D., Heine, M., Grossman, S., & Margolis, R. (2024, mayo). *Spring 2024 Solar Industry Update* (Presentation N.º NREL/PR-7A40-90042). National Renewable Energy Laboratory. Golden, CO, USA. <https://doi.org/10.2172/2376145>
- Hopcroft, M., Nix, W., & Kenny, T. (2010). What is the Young's Modulus of Silicon? *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 19, 229-238. <https://doi.org/10.1109/JMEMS.2009.2039697>
- International Technology Roadmap for Photovoltaics — 15th Edition* (inf. téc.). (2024) (Section 4.3, Fig.7: trend for minimum *as-cut* wafer thickness). VDMA. <https://www.vdma.org/en-GB/viewer/-/v2article/render/93952448>
- Lammering, R., Gabbert, U., Sinapius, M., Schuster, T., & Wierach, P. (Eds.). (2018). *Lamb-Wave Based Structural Health Monitoring in Polymer Composites* (1.ª ed.). Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-49715-0>

- Li, Y., He, C., Lyu, Y., Song, G., & Wu, B. (2019). Crack detection in monocrystalline silicon solar cells using air-coupled ultrasonic lamb waves. *NDT and E International*, 102, 129-136. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.11.020>
- Padiyar, M. J., Chakrapani, S. K., Krishnamurthy, C. V., & Balasubramaniam, K. (2010). Crack Detection in Polycrystalline Silicon Wafers Using Air-coupled Ultrasonic Guided Waves. *Proceedings of the Indian National Seminar & Exhibition on Non-Destructive Evaluation (NDE 2009)*, 341-347. <https://www.ndt.net/article/nde-india2009/pdf/30-Janardhan.pdf>
- Rotea, F. (2020). Lamb-Wave-Dispersion: Scripts para calcular curvas de dispersión de ondas de Lamb [MIT License. Copyright (c) 2020 Francisco Rotea]. Consultado el 24 de mayo de 2025, desde <https://github.com/franciscorotea/Lamb-Wave-Dispersion>
- Snapshot of Global PV Markets 2025* (inf. téc.). (2025). International Energy Agency. <https://iea-pvps.org/snapshot-reports/snapshot-2025/>