



UNIVERSIDAD EUROPEA DE MADRID

**ESCUELA DE ARQUITECTURA, INGENIERÍA Y DISEÑO
MÁSTER HABILITANTE EN INGENIERÍA AERONÁUTICA**

PROYECTO FIN DE MÁSTER

**CARACTERIZACIÓN
AERODINÁMICA DE UN
PROYECTIL DE 155MM MEDIANTE
CFD Y PREDICCIÓN DE
TRAYECTORIAS**

JOSÉ LUIS GONZÁLEZ ALBARCA

CURSO 2024-2025



TÍTULO: CARACTERIZACIÓN AERODINÁMICA DE UN PROYECTIL DE 155MM
MEDIANTE CFD Y PREDICCIÓN DE TRAYECTORIAS

AUTHOR: JOSÉ LUIS GONZÁLEZ ALBARCA

SUPERVISOR: JORGE IZQUIERDO YERÓN

MÁSTER: MÁSTER HABILITANTE EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

FECHA: 2024-2025



RESUMEN

La predicción de trayectorias ha sido, y es, un reto significativo en el campo de la balística. Uno de los principales desafíos radica en la caracterización precisa de las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre un proyectil durante su vuelo, las cuales varían en función de condiciones atmosféricas, el número de Mach y el ángulo de ataque entre otros. Abordar este problema de forma eficiente requiere no solo disponer de datos aerodinámicos fiables, sino también contar con un modelo numérico capaz de integrarlos en una simulación realista del vuelo.

Uno de los modelos matemáticos que exhibe mejor equilibrio entre el coste computacional y la precisión numérica para la simulación de trayectorias de proyectiles es el modelo de Masa Puntual Modificada (MPM), una extensión del modelo de Masa Puntual que incorpora, además de la fuerza de arrastre, los efectos de sustentación y momentos de cabeceo. Este enfoque permite describir de manera más realista el comportamiento de un proyectil en vuelo, especialmente en condiciones supersónicas o con ángulos de ataque distintos a cero, sin recurrir a largos tiempos de computación.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una herramienta de simulación balística de baja fidelidad basada en el modelo MPM que, a diferencia de otros enfoques más costosos o complejos (como el 6DOF), permita de una forma simple integrar de forma directa coeficientes aerodinámicos para obtener simulaciones de trayectorias balísticas de manera ágil y que además pueda ser de utilidad en las fases iniciales de diseño de proyectiles.

AGRADECIMIENTOS

Este Trabajo de Fin de Máster podría compararse con un largo viaje, en el que no habría llegado a la meta sin el apoyo de quienes me acompañaron en el camino y a quienes quiero dar las gracias:

Mi profesor y tutor, Jorge, por su guía constante, valiosos consejos y el apoyo que me ha brindado durante todos estos meses de desarrollo de este trabajo.

Mis padres, José Luis e Inés, por transmitirme siempre los valores de constancia y superación que han hecho posible este proyecto.

Mi pareja, Yaiza, por esa paciencia infinita, comprensión y confianza incondicional que ha sido un motor fundamental durante este proceso.

Finalmente, me gustaría dedicar unas palabras a la memoria de mi gato Simba, que su compañía y cariño han hecho más llevaderas muchas de las horas de estudio y redacción de este proyecto.

ÍNDICE

RESUMEN	5
AGRADECIMIENTOS.....	6
ÍNDICE.....	7
FIGURAS	9
TABLAS	11
GRÁFICAS.....	12
NOMENCLATURA	13
ACRÓNIMOS.....	15
1. INTRODUCCIÓN, MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS.....	16
1.1 Introducción.....	16
1.2 Motivación principal	17
1.3 Objetivos principales	18
1.4 Modelo de proyectil de estudio.....	19
2. SIMULADOR BALÍSTICO	25
2.1.1 Origen del modelo MPM	25
2.1.2 Descripción de las fuerzas principales del MPM	26
2.1.3 Modelo matemático del MPM	33
3. OBTENCIÓN DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS.....	48
3.1 Diseño geométrico del proyectil.....	48
3.2 Mallado del dominio	50
3.3 Simulación Aerodinámica	54
3.4 Resultados, análisis y verificación de las simulaciones aerodinámicas	56
4. RESULTADOS	64
4.1 Simulación nominal.....	64
4.2 Barrido de simulaciones con distinta elevación	68
4.3 Barrido de simulaciones con distinta velocidad inicial	70
4.4 Barrido de simulaciones con distinto peso del proyectil	72
4.5 Barrido de simulaciones con distintos factores de ajuste de sustentación.....	76
4.6 Simulación con diferente altura entre punto de disparo y objetivo	77
5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	79
5.1 Conclusiones	79



5.2	Posibles aplicaciones prácticas	80
5.3	Propuestas para futuras investigaciones	81
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		82

FIGURAS

Figura 1. Coste de los cambios de diseño vs Fases de desarrollo. [2].....	17
Figura 2. Proyectil ER02A1 del Ejército Español. [4]	19
Figura 3. Proyectil M982 Excalibur. [5]	20
Figura 4. Proyectil M107 HE. [6].....	20
Figura 5. Configuración del proyectil M107 de 155 mm. [11]	21
Figura 6. Banda de forzamiento del proyectil M107. [12]	22
Figura 7. Boceto de un proyectil M107 de 155 mm. [7]	22
Figura 8. Ánima rayada de cañón. [14]	24
Figura 9. Diferencia en el ángulo de ataque entre 6DOF y el MPM. [7]	26
Figura 10. Fuerza de Drag del proyectil. [7]	27
Figura 11. Fuerza de sustentación del proyectil. [7]	30
Figura 12. Trayectoria estándar de un proyectil. [7].....	32
Figura 13. Arquitectura de alto nivel del simulador.....	38
Figura 14. Proceso de resolución de las ecuaciones el MPM.	42
Figura 15. Proceso de obtención de coeficientes aerodinámicos dentro del simulador.....	43
Figura 16. Consola del simulador con resultados tras simulación.	44
Figura 17. Flujo de procesos del módulo de resultados	44
Figura 18. Proyectil de 155mm M1816A1 con un kit de guiado M1156 PGK. [22].....	47
Figura 19. Diseño geométrico del proyectil.	48
Figura 20. Modelo 2D del proyectil.....	49
Figura 21. Simplificación de la banda de forzamiento	49
Figura 22. Ejemplo de simplificaciones geométricas en CAD. [23]	50
Figura 23. Vista del dominio del mallado 2D.	51
Figura 24. Representación del mallado no estructurado 2D	52
Figura 25. Vista del dominio del mallado 2D (alternativo) y 3D.	53
Figura 26. Refinamientos locales en el mallado 3D.	53
Figura 27. Código de "fittings" aerodinámicos	57
Figura 28. Comparativa de CD0 de los resultados numéricos frente a los datos experimentales	58
Figura 29. Contorno de presión a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	60
Figura 30. Contorno de presión a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	60
Figura 31. Contorno de presión a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	60
Figura 32. Contorno de densidad a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).....	60
Figura 33. Contorno de densidad a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).....	61
Figura 34. Contorno de densidad a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).....	61
Figura 35. Contorno de velocidad a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	61
Figura 36. Contorno de velocidad a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	61
Figura 37. Contorno de velocidad a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).	62
Figura 38. Régimen subsónico (a), transónico (b) y supersónico (c) para coeficientes 3D.....	62
Figura 39. Régimen subsónico (a), transónico (b) y supersónico (c) para coeficientes 2D.....	63



Figura 40. Alcances estimados para un proyectil M107HE disparado con un obús M777. [32]. 66

Figura 41. Projectiles M107 con el marcado característico. [33]..... 73

TABLAS

Tabla 1. Parámetros básicos del proyectil M107HE. [13]	23
Tabla 2. Variables de inicialización del simulador.....	38
Tabla 3. Parámetros terrestres y constantes de inicialización del simulador.....	39
Tabla 4. Variables aerodinámicas de inicialización del simulador.	39
Tabla 5. Variables del proyectil y el obús de inicialización del simulador.....	39
Tabla 6. Variables de apuntamiento para la inicialización del simulador.....	40
Tabla 7. Variables ambientales para la inicialización del simulador	40
Tabla 8. Comparación de métodos numéricos para aplicaciones balísticas.....	41
Tabla 9. Características principales del mallado 2D generado.	52
Tabla 10. Características principales del mallado 2D no estructurado.....	52
Tabla 11. Características principales del mallado 3D generado.	54
Tabla 12. Comparativa de coste computacional 2D vs 3D.....	55
Tabla 13. Resultados de las simulaciones numéricas 2D.	56
Tabla 14. Desviación de los resultados numéricos frente a los datos experimentales.	59
Tabla 15. Desviación relativa de las trayectorias CFD vs MCCOY	67
Tabla 16. Resumen de resultados del disparo nominal.	67
Tabla 17. Resultados del barrido de simulaciones con variación de masa	76
Tabla 18. Resultados del barrido de simulaciones con variación de factor de ajuste de fuerza de sustentación	77

GRÁFICAS

Gráfica 1. Alcance vs Deriva.	45
Gráfica 2. Alcance vs Altura.....	45
Gráfica 3. Velocidad vs Tiempo.....	46
Gráfica 4. Comparación de trayectorias entre CFD 2D, 3D y McCoy.	65
Gráfica 5. Desviación lateral acumulada de los coeficientes CFD 2D, 3D y McCoy.	65
Gráfica 6. Evolución de la velocidad en vuelo del disparo nominal CFD 2D, 3D y McCoy.	66
Gráfica 7. Comparación de trayectorias a distinta elevación de tiro.....	68
Gráfica 8. Desviación lateral acumulada a distintas elevaciones de disparo.....	69
Gráfica 9. Comparación de velocidades a distintas elevaciones de disparo.....	70
Gráfica 10. Trayectorias balísticas para distintas velocidades en boca.	71
Gráfica 11. Deriva lateral en función del alcance para distintas velocidades en boca.	71
Gráfica 12. Evolución temporal de la velocidad para distintas velocidades de salida.....	72
Gráfica 13. Trayectorias simuladas con variaciones de masa del proyectil.....	74
Gráfica 14. Derivas acumuladas para simulaciones con variaciones de masa del proyectil.....	74
Gráfica 15. Variación de la velocidad para distintas configuraciones de masa del proyectil	75
Gráfica 16. Presión de base del proyectil a lo largo del cañón del obús. [34]	75
Gráfica 17. Barrido de factores de ajuste de sustentación para corrección de deriva	77
Gráfica 18. Simulación con diferencia de altura entre posición de disparo y objetivo.....	78

NOMENCLATURA

$\vec{A}_c$	Vector de aceleración de la fuerza Coriolis
AZ	Acimut de disparo
α_e	Ángulo de ataque
β	Ángulo de Resbalamiento
C_D	Coeficiente de Arrastre
C_{D_0}	Coeficiente de arrastre a ángulo cero (Zero-Yaw Drag Coefficient)
$C_{D_{\delta^2}}$	Derivada cuadrática del coeficiente de arrastre (Yaw Drag Coefficient)
$C_{L_{\alpha_0}}$	Derivada lineal del coeficiente de sustentación (Linear Lift Force Coefficient)
$C_{L_{\alpha^3}}$	Derivada cúbica del coeficiente de sustentación (Cubic Linear Lift Force Coefficient)
$C_{M_{\alpha}}$	Derivada lineal del coeficiente de cabeceo (Overturning Moment Coefficient)
$C_{M_{\alpha^3}}$	Derivada cúbica del coeficiente de cabeceo (Cubic Overturning Moment Coefficient)
d	Calibre del proyectil
δ	Ángulo de ataque (Yaw of Repose)
γ	Coeficiente de dilatación adiabática
$\vec{i}$	Vector unitario en la dirección del vector de velocidad
I_x	Momento de inercia axial
L	Latitud de la localización del punto de disparo
Ω	Velocidad angular de la Tierra alrededor de su eje
P	Presión del aire
p	Giro o spin axial del proyectil
R	Radio de la Tierra
ρ	Densidad del aire
S	Área de referencia del proyectil
τ_{ij}	Tensor de estrés viscoso

$\mathbf{u}$	Velocidad instantánea
$\dot{\vec{u}}$	Aceleración del centro de masa del proyectil en un sistema de referencia fijo
V	Módulo del vector de velocidad
$\vec{V}$	Vector de velocidad
V_x	Componente de la velocidad en la dirección X
V_y	Componente de la velocidad en la dirección Y
V_z	Componente de la velocidad en la dirección Z
$\vec{v}$	Vector velocidad del proyectil respecto al aire
$\vec{X}$	Vector de posición del centro de masa del proyectil en el sistema de referencia estacionario

ACRÓNIMOS

6DOF	6 Grados de Libertad
BB	Base-Bleed
CEP	Círculo de Error Probable
CFD	Dinámica de Fluidos Computacional
GNC	Guiado, Navegación y Control
ICAO	Organización de Aviación Civil Internacional
ISA	Atmósfera Estándar Internacional
MBSE	Ingeniería de Sistemas Basada en Modelos
MPM	Modelo de Masa Puntual Modificada
MPT	Modelo de Trayectoria de Masa Puntual
ODEs	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
OTAN	Organización del Tratado del Atlántico Norte
RAP	Proyectil Impulsado por Cohete
RF	Radiofrecuencia
RK4	Runge-Kutta de Cuarto Orden
STANAG	Acuerdo de estandarización OTAN

1. INTRODUCCIÓN, MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

La balística se define como el “*estudio del movimiento y efectos de los proyectiles de las armas de fuego*” [1]. Actualmente existen varios tipos de proyectiles, siendo el de 155 mm el calibre¹ del proyectil estándar de la OTAN (Organización del Tratado del Atlántico Norte), cuyo diseño depende de dos aspectos fundamentales: el análisis aerodinámico y la simulación balística. Estos elementos son esenciales para optimizar y predecir el comportamiento del proyectil, tanto durante su desplazamiento dentro del cañón del obús (balística interna) como a lo largo de su trayectoria en vuelo libre hasta el impacto (balística externa).

Desde los orígenes de la balística y la aerodinámica, uno de los principales objetivos ha sido comprender y predecir el comportamiento de los proyectiles en vuelo. En los primeros desarrollos, este análisis se basaba en modelos teóricos y resultados experimentales, debido a la inexistencia de herramientas computacionales capaces de resolver los fenómenos físicos asociados al flujo alrededor de estos cuerpos.

Durante décadas, la única forma de caracterizar el comportamiento aerodinámico de un proyectil era mediante ensayos en túneles de viento o pruebas de disparo reales, lo cual implicaba elevados costes, tiempos prolongados y acceso a medios limitados. Con la llegada de los métodos numéricos y las mejoras en la computación de alto rendimiento, la dinámica de fluidos computacional (CFD) comenzó a consolidarse como una herramienta clave en los estudios aerodinámicos. Esta transición permitió complementar a los ensayos experimentales, mejorando la precisión y reduciendo los costes de los proyectos técnicos, especialmente en las fases iniciales de diseño.

En paralelo, la balística computacional ha evolucionado, integrando modelos dinámicos que permiten simular trayectorias con distintos grados de fidelidad. Entre ellos, el modelo de masa puntual modificada (Modified Point Mass Model, MPM), definido en el estándar STANAG 4355, se posiciona como una herramienta intermedia entre simplicidad y precisión. Este modelo permite representar el vuelo de proyectiles estabilizados por giro incluyendo efectos esenciales como el arrastre, la sustentación, la gravedad, el ángulo de ataque (yaw of repose) y la fuerza de Coriolis, todo ello con bajo coste computacional.

En este trabajo se propone la construcción de un simulador de baja fidelidad basado en el modelo MPM con simplificaciones, integrando una serie de coeficientes aerodinámicos obtenidos a partir de simulaciones CFD y datos empíricos, con el objetivo de analizar cómo las características geométricas de un proyectil de 155 mm influyen en su comportamiento balístico.

¹ Calibre: Diámetro de un proyectil o alambre [35]

1.2 Motivación principal

Este proyecto nace como una oportunidad para poner en práctica y consolidar todos los conocimientos que he ido adquiriendo durante el máster y mis inicios como ingeniero de GNC (Guiado, Navegación y Control) en la industria. A lo largo de mi formación académica, mi interés por comprender el comportamiento aerodinámico de las municiones y los principios físicos que influyen en su trayectoria en vuelo libre fue en aumento. Esta inquietud técnica, unida al deseo de profundizar en el campo de la balística, ha motivado la realización de un trabajo que también supone un reto personal en cuanto al modelado y simulación de sistemas físicos, ampliando mis conocimientos en dichos campos.

El principal objetivo del proyecto es la creación de una herramienta de simulación de baja fidelidad, capaz de predecir la trayectoria de un proyectil con un coste computacional reducido y una metodología accesible. Esta herramienta está pensada para ser empleada en fases iniciales de diseño, donde se requiere evaluar el impacto de múltiples parámetros geométricos o condiciones de vuelo sin recurrir a modelos complejos ni a simulaciones de alto coste. Su utilidad reside en permitir estudios de sensibilidad y análisis de tendencias de forma rápida y eficaz.

El contexto operativo de esta herramienta se enmarca en un entorno de ingeniería de sistemas, donde la definición de la misión y los requisitos del sistema condicionan el éxito del diseño. Una herramienta ágil y eficiente, como la que se pretende desarrollar, permite acortar tiempos en etapas tempranas y tomar decisiones fundamentadas, minimizando riesgos y costes derivados de rediseños en fases avanzadas del ciclo de vida del producto.

Esta herramienta que se pretende desarrollar puede aportar valor a nuevos diseños de munición balística, especialmente en las fases iniciales de pruebas de validación y calificación. Estas suelen conllevar un coste elevado por lo que en fases tempranas de desarrollo es común que se utilicen modelos de simulación o ingeniería basada en modelos, comúnmente definida Model Based System Engineering (MBSE), para obtener estimaciones de las prestaciones del sistema.

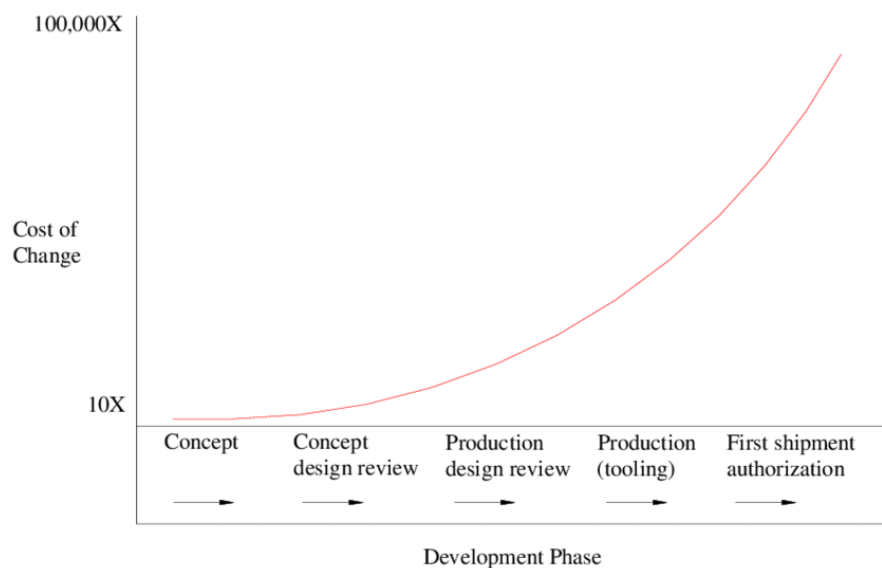


Figura 1. Coste de los cambios de diseño vs Fases de desarrollo. [2]

Según la calidad de estas estimaciones, se podrá lograr un mejor diseño del producto. Y en este punto del proyecto es crucial detectar los puntos de mejora, ya que un cambio en el diseño en una fase más tardía del proyecto puede desembocar en un aumento significativo de los costes, pudiendo llevar a este al fracaso, en el caso más crítico, como se ha podido observar en la figura anterior (Figura 1).

Asimismo, la entrada tardía del producto en el mercado puede incrementar los gastos debido a la pérdida de oportunidad. En sectores competitivos, especialmente en defensa donde la innovación tecnológica y la rapidez de entrega constituyen ventajas diferenciales, una demora en la comercialización implica que otros competidores pueden ocupar el espacio de mercado previsto, reduciendo la cuota disponible para el nuevo producto.

Una métrica con gran relevancia dentro del ámbito de la simulación es la fidelidad del modelo. En este contexto, la fidelidad hace referencia a la habilidad del modelo de simulación de replicar los eventos físicos que se pretenden simular. La fidelidad del simulador determinará las características de este, afectando a factores como el coste de la simulación, el tiempo de simulación, la complejidad de la arquitectura del simulador y al número de inputs necesarios entre otros. Por estos motivos, los simuladores se pueden diferenciar en dos grandes grupos, los simuladores de baja fidelidad y los simuladores de alta fidelidad.

Debido a que la herramienta de este proyecto está orientada a ser implementada en fases tempranas de desarrollo, una herramienta de simulación de baja fidelidad proporcionará unos costes y tiempos de simulación reducidos, aumentando la eficiencia del proyecto.

Además, debido al contexto confidencial en el que se encuentra toda la información relacionada con los proyectiles, un proceso de simulación de baja fidelidad puede disminuir el número de inputs necesarios para obtener tendencias, siendo esto uno de los principales objetivos del proyecto. De esta forma la elección de una baja fidelidad facilitará y posibilitará la realización del proyecto.

1.3 Objetivos principales

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo principal de este Trabajo Fin de Máster es desarrollar una herramienta de simulación balística de baja fidelidad basada en el modelo de MPM orientada al análisis preliminar de proyectiles de artillería. Para ello se implementará un simulador lógico en lenguaje Python con la capacidad de integrar coeficientes aerodinámicos obtenidos mediante CFD, túnel de viento o literatura considerando los principales factores que afectan a las trayectorias de los proyectiles como la resistencia aerodinámica, la sustentación, la fuerza de Coriolis o la gravedad entre otros.

1.4 Modelo de proyectil de estudio

Existen una gran variedad de modelos de proyectil de 155mm entre los ejércitos de los distintos países. Para este proyecto se valoraron tres posibles opciones para la elección del proyectil de estudio: El proyectil ER02A1, y los proyectiles americanos M982 Excalibur y M107HE.

En el caso de España, el proyectil principal es el ER02A1. Es un proyectil aerodinámico de alcance extendido con posibilidad de incorporación de una Base-Bleed (BB). Mientras que la versión “Boat Tail” presenta un alcance máximo de 30 km, la versión con pastilla BB alcanza un rango máximo de disparo de 40 km [3]. Este último modelo tiene un dispositivo pirotécnico (el BB) en la base del proyectil, que se activa al dispararse. La liberación de gases de combustión reduce la presión negativa detrás del proyectil. Esto reduce la resistencia aerodinámica efectiva y aumenta el alcance [4].

En la Figura 2 se pueden observar las distintas versiones de este notorio proyectil.



Figura 2. Proyectil ER02A1 del Ejército Español. [4]

Otro proyectil bastante reconocido es el proyectil M982 Excalibur. Esta munición de artillería de alcance extendido presenta capacidades de guiado, por lo que posee distintas superficies de control en forma de aleta a lo largo del proyectil que permiten la modificación de la trayectoria en vuelo. Presenta un alcance máximo de 70 km y una precisión de un Círculo de Error Probable (CEP) menor a 20 m, convirtiéndose en unos de los proyectiles de artillería más precisos del mercado. Es utilizado por grandes potencias armadas como el ejército estadounidense, el ejército ucraniano y el ejército español. Una representación de este proyectil se observa en la Figura 3.



Figura 3. Proyectil M982 Excalibur. [5]

Por último, se ha valorado el proyectil M107HE. Este proyectil es muy conocido debido a su uso extensivo a lo largo de la historia. Su vida operativa comenzó en 1958 y ha sido utilizado por varios ejércitos. Fue sustituido por el proyectil M795, aunque se mantuvo el stock de M107HE para su uso en ejercicios de entrenamiento.

Por este motivo, se ha utilizado mayoritariamente para desarrollo e investigación en distintos campos, especialmente en la balística en los años recientes.



Figura 4. Proyectil M107 HE. [6]

Tras todas estas consideraciones, se ha decidido seleccionar el proyectil M107HE como proyectil de estudio para este proyecto y esta decisión se basa en varios factores. En primer lugar, el M107HE cuenta con una extensa documentación técnica y estudios aerodinámicos previos, como los recopilados entre otros por McCoy [7] y diversas publicaciones científicas como pueden ser “Prediction of drag aerodynamic coefficient of the 155mm projectile under axisymmetric flow using different approaches” [8], “Flow field investigations and aerodynamic characteristics of artillery projectile” [9] o “Numerical prediction of aerodynamic coefficients of a supersonic spinning artillery projectile” [10]. Esto permite disponer de datos experimentales

validados que facilitan la comparación con los resultados obtenidos en las simulaciones del proyecto. No obstante, no se tiene acceso a ninguna información en referencia a ensayos en túnel de viento o a ensayos de disparos. Esto también incluye a las tablas de tiro debido a su carácter confidencial y por ello no se realizará una validación del simulador.

Por otro lado, el ER02A1, si bien es un proyectil moderno con mejor rendimiento aerodinámico, introduce complejidades adicionales en su modelado debido a la presencia de la pastilla Base-Bleed, cuyo efecto en la reducción del arrastre es difícil de representar sin datos empíricos específicos. La falta de información pública detallada sobre su comportamiento aerodinámico lo hace menos adecuado para un estudio basado en simulaciones de baja fidelidad.

En el caso del Excalibur, su sistema de guiado introduce una dinámica de vuelo completamente diferente a la de un proyectil balístico convencional. Su precisión depende de algoritmos de control y no exclusivamente de su comportamiento aerodinámico, lo que lo hace incompatible con un modelo de balística externa clásico como el Modified Point Mass Model (MPM) utilizado en este trabajo si sus superficies de control entran en funcionamiento. Su comportamiento podría ser estudiado con un simulador de 6 grados de libertad (6DOF) pero este estudio queda fuera del alcance del proyecto.

El proyectil M107HE está constituido por una carcasa hueca de acero, la cual alberga explosivo de alta potencia (TNT o Composición B) como se puede observar en la zona de “High Explosive” de la Figura 5.

En la parte delantera del proyectil se encuentra la espoleta que va atornillada a la punta de la ojiva. La espoleta se encarga de iniciar la detonación de la carga tras el disparo. Existen distintos tipos de espoletas como las de proximidad, las de tiempo fijo o las programables por radiofrecuencia (RF).

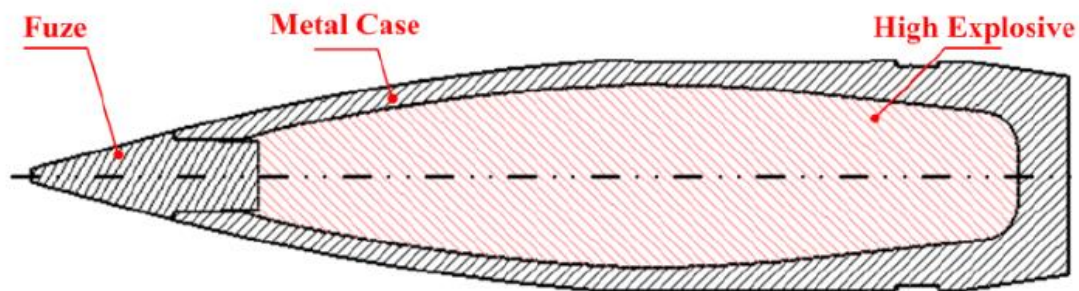


Figura 5. Configuración del proyectil M107 de 155 mm. [11]

Por otro lado, existe otro elemento del proyectil fundamental para su funcionamiento, la banda de forzamiento, que se puede observar en la Figura 6.



Figura 6. Banda de forzamiento del proyectil M107. [12]

Esta banda está situada en la parte trasera del proyectil, y se encarga de obturar los gases además de dirigir el giro del proyectil dentro del cañón del obús a través del ánima rayada. Dado que la banda de forzamiento introduce una discontinuidad geométrica significativa, se modelará explícitamente en el desarrollo aerodinámico para no omitir los efectos que genera sobre el flujo.

Como se ha mencionado previamente, debido a la naturaleza militar de este tipo de proyectiles, obtener sus dimensiones exactas y planos ingenieriles suele ser una tarea compleja. El diseño del proyectil de este proyecto se ha basado en la geometría facilitada por McCoy [7]. Esta presenta unas dimensiones del proyectil M107HE que se pueden observar en el croquis de la Figura 7.

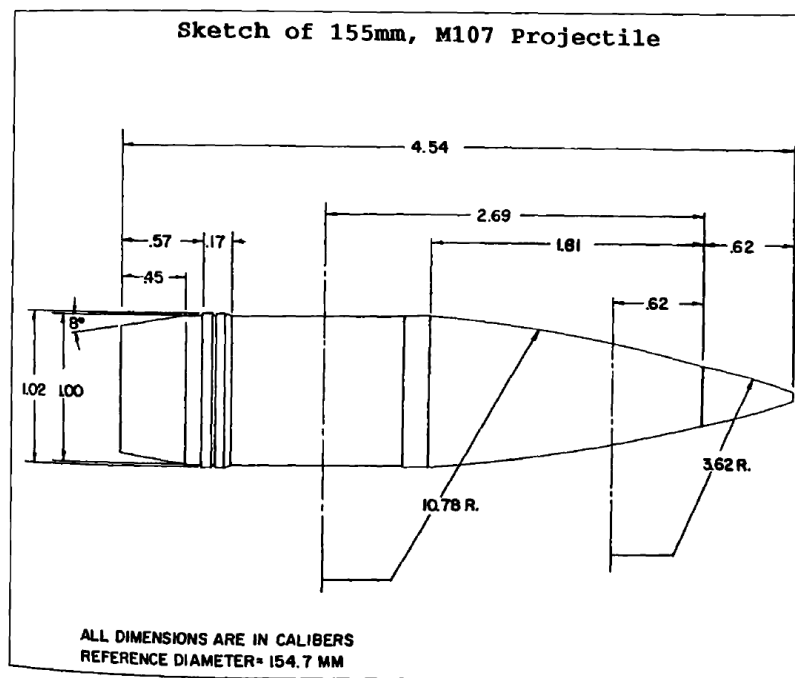


Figura 7. Boceto de un proyectil M107 de 155 mm. [7]

Este diseño presenta algunas dimensiones sin especificar. En concreto, el dimensionado de la banda de forzamiento. Este hecho por sí solo incrementa el error entre los resultados de los análisis de este estudio frente a los resultados propuestos por McCoy [7].

Algunos parámetros clave del proyectil se pueden observar en la Tabla 1. Estos datos fueron obtenidos través de Khalil et al [13]:

Tabla 1. Parámetros básicos del proyectil M107HE. [13]

Parámetros	Valores
Masa del proyectil [kg]	43.6
Centro de gravedad (desde la punta) [m]	0.463
Calibre [mm]	155
I_x [kg/m ²]	0.144

Debido a que el proyectil M107HE ha sido uno de los proyectiles más utilizados a lo largo de la historia, su uso ha ido variando según avanzaba la tecnología armamentística. El principal uso que presenta este proyectil es su empleo en ejercicios de entrenamiento. Esto se debe a su bajo coste, gran suministro y huella de seguridad reducida, en comparación con los proyectiles actuales debido a sus alcances extendidos. Adicionalmente se utiliza en misiones de mantenimiento de la paz ya que su efectividad es menor que la de la munición más moderna.

Gracias a su uso prolongado a lo largo de la historia los ejércitos constan de grandes bases de datos de ensayos con este proyectil. Por este motivo también se utiliza para el estudio de tendencias aerodinámicas de balística externa o como método de validación de complementos de artillería como pueden ser los kits de guiado.

Uno de los objetivos del fuego de artillería es impactar blancos a largo alcance con el fin de proporcionar o bien fuego de supresión o bien neutralizar blancos específicos.

Además, entre los principales retos que presentan los cuerpos que viajan a velocidades elevadas con trayectoria balística es la estabilidad en vuelo. Un objeto que viaje a velocidades supersónicas como pueden ser los proyectiles debe presentar algún mecanismo de estabilidad para poder alcanzar su objetivo. Existen principalmente dos métodos de estabilización para los proyectiles: la estabilización por giro, utilizada en la mayoría de los proyectiles convencionales, y la estabilización por aletas, como en el caso del Excalibur.

El proyectil M107HE, al no contar con un kit de guiado o aletas, se estabiliza mediante giro. Esta estabilización mejora la predictibilidad de los modelos de vuelo para proyectiles convencionales, lo que a su vez optimiza la precisión en el apuntamiento y el alcance de los objetivos.

Por este motivo, al proyectil se le imparte una velocidad angular del orden de 175 revoluciones por segundo (rps) y velocidades en boca de 684 metros por segundo (m/s) [13]. Estos valores varían en función de la carga a la que se dispare, la cual suele variar entre 4-6 cargas modulares.

El mecanismo que imparte el giro al proyectil es el contacto entre la banda de forzamiento y el ánima rayada del obús (Figura 8) que obliga al proyectil a seguir los raíles de giro.



Figura 8. Ánima rayada de cañón. [14]

El comportamiento balístico del proyectil M107HE está influenciado por diversos factores aerodinámicos y ambientales, como la resistencia del aire, la estabilidad giroscópica que se ha mencionado y las condiciones atmosféricas entre otros. Para predecir con precisión su trayectoria, se emplean modelos matemáticos como el MPM, que será descrito en detalle en secciones posteriores.

Por todos estos motivos, el proyectil M107HE es la opción más adecuada porque representa un proyectil de artillería convencional con características bien documentadas, permitiendo un análisis aerodinámico sólido sin la necesidad de modelar efectos adicionales como la propulsión Base-Bleed o el control activo de trayectoria. Esto facilita la validación del modelo y permite desarrollar una herramienta de simulación útil para estudios de balística externa en las fases iniciales del diseño de proyectiles de artillería.

2. SIMULADOR BALÍSTICO

En esta sección se describe la implementación del simulador balístico basado en el Modified Point Mass Model (MPM), un modelo matemático que extiende el Point-Mass Trajectory (MPT) mencionado en el libro de balística “Modern Exterior Ballistics” [7], incluyendo efectos adicionales como pueden ser el yaw of repose y el spin axial del proyectil.

En primer lugar, se presenta el origen y la justificación del uso del modelo MPM. A continuación, se describen las fuerzas que lo componen, así como el sistema de referencia adoptado y las principales aproximaciones y limitaciones consideradas. Posteriormente, se desarrollan las ecuaciones gobernantes que rigen la dinámica del proyectil, finalizando con una descripción detallada de la arquitectura del simulador implementado.

2.1.1 Origen del modelo MPM

A la hora de diseñar sistemas de apuntamiento para artillería, existen dos variables estrechamente relacionadas: la precisión de la solución de disparo y el tiempo computacional necesario para obtener dicha solución. Por un lado, una mayor precisión en la predicción de la dinámica del proyectil y en el cálculo del ángulo de disparo mejoran directamente la eficacia del sistema. Por otro, el tiempo requerido para generar dicha solución influye de forma crítica en la capacidad operativa de la unidad artillera, especialmente en escenarios que demandan respuestas rápidas y adaptativas.

Un sistema de apuntamiento que ofrezca una alta precisión pero que requiera un tiempo excesivo para calcular la solución de disparo puede resultar ineficaz desde el punto de vista operativo, ya que es probable que, para cuando se obtenga dicha solución, la ventana de oportunidad haya finalizado y el objetivo ya no se encuentre disponible.

En este contexto, los aliados de la Organización del Tratado del Atlántico Norte (OTAN) optaron por desarrollar el estándar OTAN (STANAG) 4355, fundamentado en los desarrollos teóricos de Lieske [15] y McCoy [7], con el objetivo de establecer un modelo común y validado para la predicción de trayectorias balísticas que asegurara un equilibrio óptimo entre precisión y tiempo de cálculo, además de facilitar la interoperabilidad entre los países miembros.

Uno de los aspectos principales de este modelo es que se alimenta de la información de disparos reales, es decir, su precisión aumenta en base a la cantidad de pruebas o ensayos que se hayan realizado con dicha munición, en este caso el proyectil M107HE. Dentro del propio modelo, como se comentará más adelante, existen diversos parámetros que sirven como factores de ajuste, desde la parte mecánica y másica, hasta la parte aerodinámica. Estos parámetros permiten ajustar el comportamiento del simulador a los fenómenos físicos observados en ensayos reales.

El MPM es el estándar clásico de balística externa que parte de las ecuaciones de movimiento de 6 grados de libertad (6DOF) de un sólido rígido (traslación+rotación) y las reduce a 3DOF traslacionales mediante diversas simplificaciones. Esto se debe a la poca practicidad del modelo 6DOF por su tiempo computacional y complejidad en la resolución de sus ecuaciones. En lugar de integrar la actitud completa (ángulos de Euler y velocidades p , q , r) el MPM supone que el eje del proyectil permanece prácticamente alineado con el vector de velocidad y representa los efectos rotacionales de forma cuasi-estática mediante términos laterales ("yaw of repose", Magnus y spin).

Sin embargo, las discrepancias entre los resultados de ambos modelos, 6DOF y MPM, en la predicción de trayectorias de corto alcance y ángulos de elevación estándar es mínima. Esto se aprecia en la Figura 9.

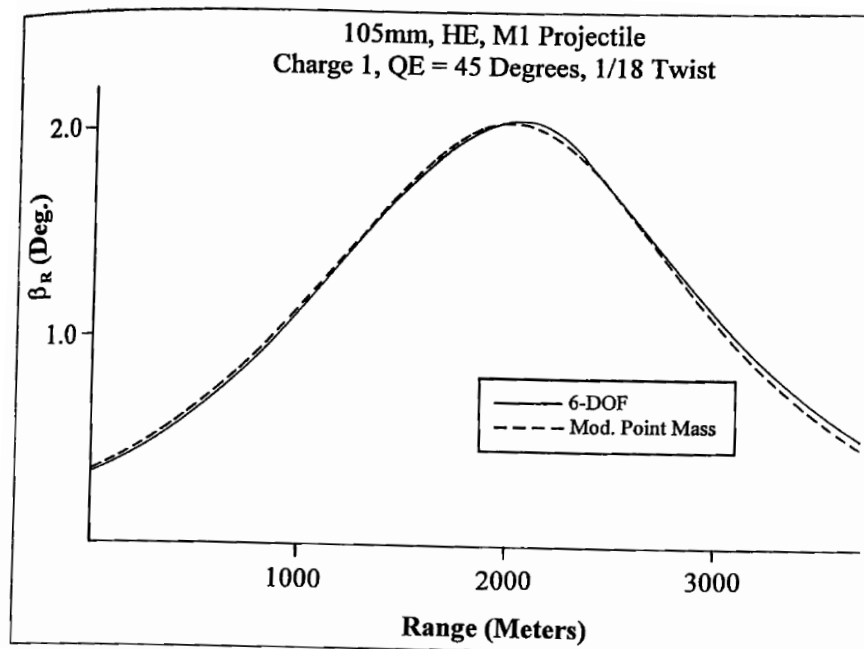


Figura 9. Diferencia en el ángulo de ataque entre 6DOF y el MPM. [7]

Por ello, crear un simulador basado en el modelo MPM, enfocado en bajo coste y etapas iniciales de desarrollo, puede aportar un valor añadido ya que para modelizar las trayectorias que presenta el proyectil de estudio, el M107HE, el modelo MPM proporciona una solución con una fidelidad moderada, pero con un tiempo computacional notablemente menor respecto al 6DOF.

2.1.2 Descripción de las fuerzas principales del MPM

Con el fin de comprender el funcionamiento del modelo, es necesario definir las fuerzas que intervienen en la dinámica balística del proyectil y que han sido implementadas en el simulador. Cabe señalar que, si bien existen otros términos físicos que también afectan al vuelo del

proyectil, estos han sido excluidos deliberadamente atendiendo al objetivo del proyecto: desarrollar una herramienta de simulación orientada al diseño preliminar y de bajo coste computacional. Además, estos términos físicos adicionales representan un impacto ínfimo en comparación con las fuerzas principales descritas en los siguientes apartados.

2.1.2.1 Fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre aerodinámico (Drag en inglés) es una de las fuerzas más influyentes en la trayectoria de un proyectil durante la balística externa por lo que su correcta caracterización influirá directamente en la predicción del alcance y la deriva del proyectil.

Esta fuerza se opone a la velocidad de avance del proyectil, como se puede observar en la Figura 10, y genera una resistencia que frena el movimiento de este.

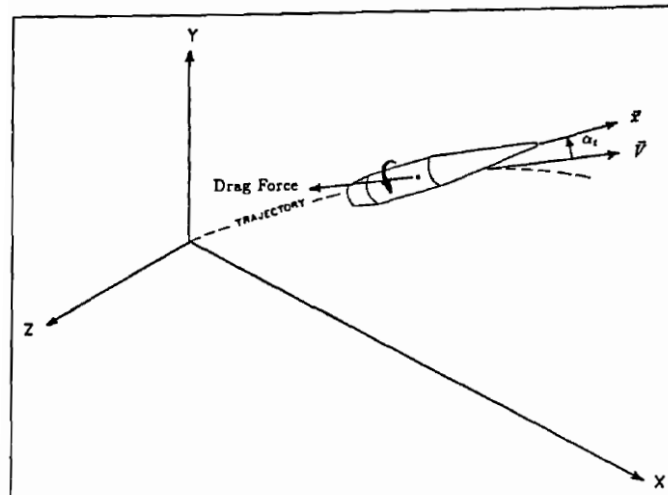


Figura 10. Fuerza de Drag del proyectil. [7]

La fuerza de arrastre está definida por las siguientes ecuaciones descritas por McCoy [7]:

$$\text{Vector Fuerza Arrastre "Drag"} = -\frac{1}{2}\rho SC_D \vec{V}V = -\frac{1}{2}\rho V^2 SC_D \vec{i} \quad (2.1)$$

$$\text{Fuerza Arrastre "Drag"} = -\frac{1}{2}\rho V^2 SC_D \quad (2.2)$$

En donde:

- ρ = Densidad del aire
- $\vec{V}$ = Vector de velocidad
- V = Módulo del vector de velocidad

- $\vec{i} = \frac{\vec{v}}{v}$, vector unitario en la dirección del vector de velocidad
- S = Área de referencia del proyectil (calibre)
- C_D = Coeficiente de arrastre

Esta fuerza de arrastre se dirigirá en contra del vector velocidad, independientemente de la actitud del proyectil.

Dado que el proyectil tiende a cabecear durante el vuelo, se considera este efecto introduciendo una variación del coeficiente de arrastre en función del yaw of repose. Asumiendo que el ángulo de ataque (yaw of repose total, que se definirá a continuación) es α_t , como se observa en la Figura 10, el coeficiente de arrastre se puede aproximar de la siguiente manera:

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_{\delta^2}} \delta^2 \quad (2.3)$$

En donde:

- C_{D_0} = Coeficiente de arrastre a ángulo cero ["Zero-Yaw Drag Coefficient"]
- $C_{D_{\delta^2}}$ = Derivada cuadrática del coeficiente de arrastre ["Yaw Drag Coefficient"]
- δ = "Yaw of Repose" (Pseudo ángulo de ataque para proyectiles)

2.1.2.1.1 Ángulo de ataque (Yaw of Repose)

El yaw of repose es un ángulo de equilibrio aerodinámico que surge en proyectiles estabilizados por giro. A medida que rotan a altas velocidades, la interacción entre la sustentación lateral y el momento angular generado por la estabilización giroscópica provoca una ligera inclinación en guiñada, manteniendo al proyectil en una orientación estable durante su vuelo.

Posee dos componentes; el ángulo de ataque " α " y el ángulo de resbalamiento " β ", como se observa en la siguiente ecuación:

$$\sin \alpha_t = \sqrt{(\sin \alpha \cos \beta)^2 + \sin^2 \beta} \quad (2.4)$$

Una de las hipótesis que se asume en el modelo MPM es que el yaw of repose presenta valores bajos, siendo inferiores a 15°. Aplicando esta simplificación la ecuación del yaw of repose se convierte en:

$$\alpha_t = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (2.5)$$

Mediante estas ecuaciones se puede observar que el arrastre aerodinámico presenta un comportamiento de crecimiento cuadrático ante ángulos de "yaw of repose" elevados. Esto implica que cuanto más desalineado se encuentre el proyectil de estudio frente a la dirección

de avance este generará más resistencia y por ello perderá alcance, empeorando sus prestaciones.

Otra manera de calcular el yaw of repose, método por el cual se obtiene dicho parámetro dentro del MPM siguiendo el desarrollo teórico de Lieske [15] es mediante el empleo de la siguiente fórmula:

$$\vec{\alpha}_e = \frac{8 I_x p (\vec{v} \times \vec{u})}{\pi \rho d^3 (C_{M_\alpha} + C_{M_{\alpha^3}} \alpha_e^2) v^4} \quad (2.6)$$

En donde:

- I_x = Momento de inercia axial
- p = Giro o spin axial del proyectil
- $\vec{v}$ = Vector velocidad del proyectil respecto al aire
- $\vec{u}$ = Aceleración del centro de masa del proyectil en un sistema de referencia fijo
- ρ = Densidad del aire
- d = Calibre del proyectil
- C_{M_α} = Derivada del coeficiente de cabeceo [“Overturning Moment coefficient”]
- $C_{M_{\alpha^3}}$ = Derivada cúbica del coeficiente de cabeceo [“Cubic Overturning Moment coefficient”]
- α_e = Ángulo de ataque [“Yaw of Repose”]
- v = Módulo del vector velocidad

La ecuación (2.6) también fue desarrollada por McCoy [7] , donde se especifica que dicha ecuación surge tras despreciar los efectos de las fuerzas y momentos Magnus ya que, en comparación con la fuerza de sustentación y el momento de cabeceo, los efectos Magnus son reducidos.

2.1.2.2 Fuerza de empuje "Lift"

La fuerza de sustentación (Lift en inglés) en proyectiles es una fuerza aerodinámica que actúa perpendicularmente a la dirección del flujo de aire relativo.

La proyección de esta fuerza sobre un proyectil se puede observar en Figura 11:

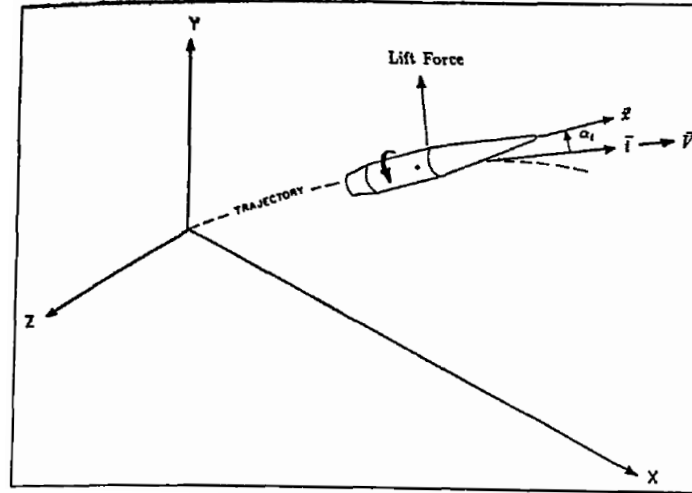


Figura 11. Fuerza de sustentación del proyectil. [7]

Su comportamiento se rige por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{Vector Fuerza Sustentación "L"} &= \frac{1}{2} \rho S C_{L\alpha} [\vec{V} \times (\vec{x} \times \vec{V})] \\ &= \frac{1}{2} \rho S C_{L\alpha} [\vec{v} \times (\vec{x} \times \vec{v})] \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\text{Fuerza sustentación "L"} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha} \sin \alpha_t \quad (2.8)$$

De las ecuaciones se puede extraer que la fuerza de sustentación se desvanece cuando el yaw of repose es cero. Además, esta fuerza es el causante de la deriva en los disparos de proyectiles de largo alcance, como puede ser el caso del M107HE, por lo que es una fuerza crítica que deberá aparecer en el simulador.

El coeficiente de sustentación depende del yaw of repose y se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$C_{L\alpha} = C_{L\alpha_0} + C_{L\alpha_3} \delta^2 \quad (2.9)$$

En donde:

- $C_{L\alpha_0}$ = Coeficiente lineal de sustentación ["Linear Lift Force Coefficient"]
- $C_{L\alpha_3}$ = Derivada cúbica del coeficiente de sustentación ["Cubic Lift Force Coefficient"]

2.1.2.3 Fuerza Coriolis

La fuerza de Coriolis es una fuerza ficticia que aparece cuando un objeto se mueve dentro de un sistema de referencia en rotación, como la Tierra. En el caso de los proyectiles de artillería, este efecto provoca una desviación lateral en la trayectoria, dependiendo de la latitud, la dirección del disparo y la velocidad del proyectil.

La aceleración de Coriolis se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\vec{A}_c = 2(\vec{\omega} \times \vec{u}) = 2\Omega \begin{bmatrix} -V_y \cos L \sin AZ - V_z \sin L \\ V_x \cos L \sin AZ + V_z \cos L \cos AZ \\ V_x \sin L + V_y \cos L \cos AZ \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

En donde:

- $\vec{A}_c$ = Vector de aceleración de la fuerza Coriolis
- Ω = Velocidad angular de la Tierra alrededor de su eje polar (Las unidades deben introducirse en radianes/segundo) [7.292115×10^{-5} rad/s]
- L = Latitud de la localización del punto de disparo. (Es positiva en el hemisferio norte y negativa en el hemisferio sur)
- AZ = Acimut del disparo. Se mide desde el Norte Verdadero [True North]
- V_x = Componente de la velocidad en la dirección X (Positivo por delante del punto de disparo)
- V_y = Componente de la velocidad en la dirección Y (Positivo hacia arriba del punto de disparo)
- V_z = Componente de la velocidad en la dirección Z (Positivo hacia la derecha del punto de disparo)

Una de las principales conclusiones que se obtiene a partir de la fórmula (2.10) es que la aceleración Coriolis es independiente de la masa del proyectil. No obstante, varía con la latitud, velocidad y acimut. Estos factores determinan la magnitud de la desviación que experimentará el proyectil debido a la rotación terrestre.

2.1.2.4 Fuerza gravitatoria

La fuerza gravitatoria es la última fuerza que se incorpora al modelo y es responsable de la curvatura de la trayectoria del proyectil en el eje Y, como se puede observar en la Figura 12.

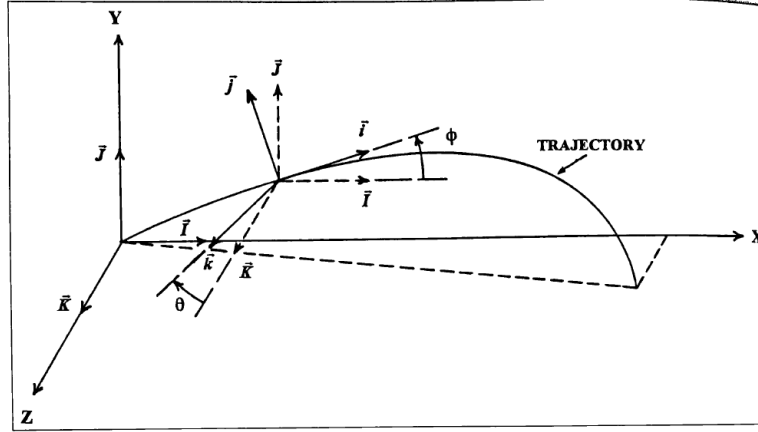


Figura 12. Trayectoria estándar de un proyectil. [7]

Esta fuerza es el resultado de la atracción gravitacional de la Tierra y se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\vec{g} = -g_0 \left(\frac{R^2}{r^3} \right) \vec{r} = -g_0 \begin{pmatrix} \frac{X_1}{R} \\ 1 - \frac{2X_2}{R} \\ \frac{X_3}{R} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$g_0 = 9.80665 [1 - 0.0026 \cos 2L] \quad (2.12)$$

$$\vec{r} = \vec{X} - \vec{R} \quad (2.13)$$

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

En donde:

- R = Radio de la Tierra [6.356766×10^6 metros]
- $\vec{X}$ = Vector de posición del centro de masa del proyectil en el sistema de referencia estacionario.
- L = Latitud de la localización del punto de disparo. Es positiva en el hemisferio norte y negativa en el hemisferio sur.

2.1.3 Modelo matemático del MPM

2.1.3.1 Sistema de referencia

Todos los vectores definidos en el modelo se han introducido siguiendo el sistema de referencia descrito en “Modern exterior ballistics” [7] y “Equations of motion for a Modified Point Mass trajectory”[15] literatura empleada para el desarrollo del STANAG 4355. Este sistema de referencia presenta las siguientes propiedades:

- 1) Sistema de la mano derecha
- 2) Sistema ortonormal
- 3) Sistema fijado en el suelo (ground-fixed)
- 4) Sistema de coordenadas cartesianas ($\vec{1}$, $\vec{2}$ y $\vec{3}$) donde:
 - a) El origen es el punto donde la línea vertical local, perpendicular a la superficie del geoide, a través del muñón del arma, interseca el geoide.
 - b) El Eje $\vec{1}$ es la intersección del plano vertical de tiro con el plano horizontal y apunta a lo largo de la línea del cañón hacia el objetivo.
 - c) El Eje $\vec{2}$ es paralelo al vector de la gravedad, y de dirección opuesta.
 - d) El Eje $\vec{3}$ completa el sistema de coordenadas de la mano derecha.

2.1.3.2 Aproximaciones y limitaciones

Las aproximaciones y limitaciones que presenta el modelo implementado en este proyecto se pueden clasificar en: aproximaciones geofísicas, aproximaciones del “yaw of repose” y limitaciones específicas del proyecto.

2.1.3.2.1 Aproximaciones geofísicas

El modelo asume las siguientes aproximaciones geofísicas:

1. El geoide se aproxima localmente a una esfera con un radio de 6356776 metros.
2. La aceleración de la gravedad se aproxima con la ecuación (2.12).

2.1.3.2.2 Aproximaciones del “yaw of repose”

El “yaw of repose” del modelo se define a partir de una aproximación de la solución particular de las ecuaciones linealizadas clásicas del movimiento de guiñada para un proyectil dinámicamente estable con al menos simetría trigonal. Durante los estudios y ensayos

propuestos por Collings, W.Z. y Lieske [16] se realizaron comparaciones entre pruebas de disparo y simulaciones utilizando el MPM. Los resultados obtenidos concluyeron que un “yaw of repose” de 0.6 radianes correspondía a una buena aproximación entre el modelo y la realidad.

Cuando la elevación del cuadrante excede este límite, el proyectil puede experimentar un comportamiento de vuelo inestable, lo que se traduce en una mayor dispersión en el plano de deriva.

Por último, el modelo MPM no considera un “yaw of repose” transitorio. Esto implica que los movimientos de “balloting” asociados con las pequeñas variaciones de guiñada y cabeceo del proyectil son omitidas en este modelo.

2.1.3.2.2.1 Limitaciones específicas del proyecto

En primer lugar, para poder realizar este proyecto y disponer de una primera versión de la herramienta, se ha asumido que tanto la fuerza Magnus como la velocidad de giro del proyectil presenten un coeficiente y una velocidad constantes respectivamente, pudiéndose aplicar una desaceleración lineal de la misma como modo de simulación opcional dentro del simulador. De esta forma se pueden contabilizar estos dos términos físicos sin requerir a una larga cola de simulaciones debido a la implicación de los efectos 3D en estas, que por norma general conllevan un gran coste computacional.

Se han generado los datos balísticos y aerodinámicos del proyectil M107HE en base a la geometría propuesta por McCoy [7] y con datos máscicos suministrados por Khalil [17]. Adicionalmente se pueden obtener datos de simulaciones CFD. Debido al carácter confidencial de la información balística del proyectil es posible que se encuentren discrepancias entre los resultados obtenidos en este proyecto frente a disparos reales por lo que no se podrá realizar una validación del simulador ni de los coeficientes. Además, la geometría de referencia carece de dimensiones específicas de la banda de forzamiento, por lo que se han asumido cotas que es posible que varíen frente a las dimensiones reales de un proyectil M107HE.

2.1.3.3 Ecuaciones gobernantes

El simulador presenta como función principal la capacidad de resolver mediante cálculos numéricos ecuaciones diferenciales. Todo el modelo matemático parte de la segunda Ley de Newton aplicada en el centro de masa del proyectil:

$$\vec{F} = m\vec{\ddot{u}} = \overline{D}\vec{F} + \overline{L}\vec{F} + \overline{M}\vec{F} + m\vec{g} + m\overline{A}_c \quad (2.15)$$

Donde la aceleración debido a la fuerza de arrastre usando i como factor de ajuste:

$$\frac{D\vec{F}}{m} = -\frac{\pi\rho d^2}{8m} V \vec{V} \quad (2.16)$$

Donde la aceleración debido a la fuerza de sustentación usando f_L como factor de ajuste:

$$\frac{L\vec{F}}{m} = \frac{\pi\rho d^2 f_L}{8m} \left(C_{L_\alpha} + C_{L_{\alpha_3}} \alpha_e^2 \right) V^2 \vec{\alpha}_e \quad (2.17)$$

El término MF/m equivale a la aceleración generada por la fuerza Magnus. Aunque no se ha calculado el coeficiente Magnus, se ha estimado un coeficiente constante para poder contabilizar dicha contribución además del factor de ajuste Q_M :

$$\frac{M\vec{F}}{m} = \frac{\pi\rho d^3 Q_M p C_{MFC}}{8m} (\vec{\alpha}_e \times \vec{V}) \quad (2.18)$$

Además, el simulador consta de unos coeficientes de Magnus predeterminados que fueron obtenidos para el proyectil de 155mm M107HE con la capacidad analítica del código SPINNER-98 (código fuente en el que se basa el software PRODAS para sus cálculos) en el estudio propuesto por Khalil [13]. Estos se pueden intercambiar mediante los coeficientes deseados a través de un Excel de configuración de coeficientes aerodinámicos del que se nutre el simulador.

Los términos de aceleración Coriolis y aceleración de la gravedad han sido previamente definidos las ecuaciones (2.10) y (2.11) respectivamente.

La aceleración de giro del proyectil se define mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{p} = \frac{\pi\rho d^4 p V C_{spin}}{8I_x} \quad (2.19)$$

Ya que el coeficiente de Spin del proyectil no se encuentra dentro del alcance del proyecto el simulador permite o bien asumir que el proyectil mantiene una velocidad de giro constante o bien va perdiendo aceleración de forma constante. La relación entre la aceleración y velocidad de giro se obtiene de la siguiente forma:

$$p = p_0 + \int_0^t \dot{p} dt \quad (2.20)$$

Donde p_0 es la velocidad de giro inicial del proyectil.

Para obtener la velocidad del proyectil en el sistema de referencia "ground-fixed" en el tiempo t se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \int_0^t \dot{\vec{u}} dt \quad (2.21)$$

$$\vec{u}_0 = \begin{bmatrix} u_0 \cos(QE) \cos(\Delta AZ) \\ u_0 \sin(QE) \\ u_0 \cos(QE) \sin(\Delta AZ) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

La velocidad del proyectil respecto al aire se obtiene mediante las siguientes relaciones:

$$\vec{v} = \vec{u} - \vec{w} \quad (2.23)$$

El número de Mach se calcula usando la siguiente fórmula:

$$M = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}} \quad (2.24)$$

En donde:

- γ = Coeficiente de dilatación adiabática (Se ha asumido un valor de 1.4)
- P = Presión del aire
- ρ = Densidad del aire

La posición del proyectil respecto al sistema de referencia “ground-fixed” se calcula de la siguiente manera:

$$\vec{X} = \vec{X}_0 + \int_0^t \vec{u} dt \quad (2.25)$$

$$\vec{X}_0 = \begin{bmatrix} l_W \cos(QE) \cos(\Delta AZ) \\ X_{2W} + l_W \sin(QE) \\ l_W \cos(QE) \sin(\Delta AZ) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Siendo X_0 la posición inicial del proyectil.

La posición del proyectil respecto a la superficie de la Tierra esférica es de gran utilidad ya que para poder obtener las condiciones ambientales (T, P, ρ, a) se debe acceder a las fórmulas con la posición del centro de masa en este sistema de referencia. Se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 + \frac{X_1^2 + X_3^2}{2R} \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Para obtener los valores de temperatura, presión y densidad se ha implementado el modelo de atmósfera estándar “U.S. Standard Atmosphere, 1976” [18] en función de la altitud de vuelo del proyectil. Se divide en dos regiones:

- Por debajo de los 11000m (Troposfera)

$$T = 288.15 - 0.0065 \quad (2.28)$$

$$P = 101325 \left(\frac{T}{288.15} \right)^{-\frac{g}{-0.065 \frac{8.3144598}{0.0289644}}} \quad (2.29)$$

$$\rho = \frac{0.003483678761 * P}{T} \quad (2.30)$$

- Entre 11000m y 25000m (Tropopausa-Estratosfera)

$$T = 216.65 \quad (2.31)$$

$$P = 22632.634 (e)^{-\frac{g}{0.0289644 * (h-11000)}} \quad (2.32)$$

$$\rho = \frac{0.003483678761 * P}{T} \quad (2.33)$$

2.1.3.4 Arquitectura del simulador

El simulador desarrollado permite modelar la trayectoria balística de un proyectil de artillería mediante el uso del modelo de Masa Puntual Modificada. El código ha sido estructurado en dos archivos principales: un archivo principal Main.py, que gestiona la configuración y ejecución del simulador, y un módulo auxiliar que contiene la definición del proyectil y las funciones responsables de calcular su dinámica y resolver las ecuaciones diferenciales del movimiento. El simulador presenta la arquitectura que se muestra en la Figura 13.

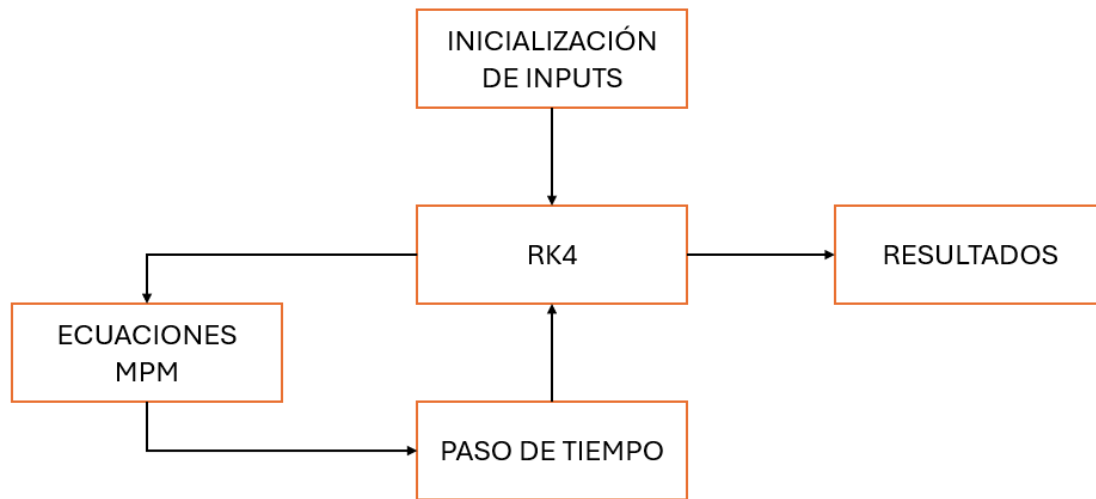


Figura 13. Arquitectura de alto nivel del simulador.

2.1.3.4.1 Módulo inicialización de inputs

Para poder comenzar a resolver las distintas ecuaciones del MPM se necesitan unos valores iniciales de las distintas variables. Estas variables se inicializan en el simulador en el módulo de “inicialización de inputs” y son las siguientes:

Tabla 2. Variables de inicialización del simulador.

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Posición Inicial	(X_0, Y_0, Z_0)	m	Coordenadas iniciales del proyectil al momento del disparo
Velocidad Inicial	V_0	m/s	Velocidad de salida del proyectil (en boca)
Velocidad Angular Inicial	p_0	rad/s	Velocidad de giro alrededor del eje longitudinal
Tiempo de vuelo inicial	t_0	s	Tiempo inicial del simulador (usualmente 0)
Ángulo de ataque inicial	α_e	rad	Ángulo entre el eje del proyectil y su velocidad relativa al aire

Tabla 3. Parámetros terrestres y constantes de inicialización del simulador.

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Aceleración estándar de la gravedad	g_0	m/s ²	Valor estándar de la gravedad (≈ 9.80665 m/s ²)
Constante gases ideales aire	R	J/(kg·K)	Constante específica de gas para el aire (≈ 287 J/(kg·K))
Radio de la Tierra	R_{TIERRA}	m	Radio medio de la Tierra ($\approx 6.356766 \times 10^6$ m)
Velocidad angular de la Tierra	Ω	rad/s	Rotación terrestre ($\approx 7.292115 \times 10^{-5}$ rad/s)

Tabla 4. Variables aerodinámicas de inicialización del simulador.

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Coeficiente de resistencia base	CD_0	–	Parte constante del coef. de resistencia aerodinámica
Componente cuadrática de resistencia	$CD\alpha_2$	–	Parte cuadrática del coeficiente aerodinámico
Coeficiente de sustentación	$CL\alpha$	–	Variación del coef. de sustentación con el ángulo de ataque
Componente cúbica de sustentación	$CL\alpha_3$	–	Variación del coef. de sustentación con el ángulo de ataque
Coeficiente de momento de guiñada	$Cm\alpha$	–	Variación del momento de guiñada con el ángulo de ataque

Tabla 5. Variables del proyectil y el obús de inicialización del simulador.

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Momento de inercia (eje longitudinal)	I_x	kg·m ²	Inercia respecto al eje de giro del proyectil
Diámetro del proyectil (calibre)	Q_D	m	Calibre o diámetro del cuerpo del proyectil
Masa del proyectil	m	kg	Masa total del proyectil
Índice giroscópico	i	–	Parámetro de estabilidad giroscópica
Factor de forma lateral	f_L	–	Factor relacionado con la guiñada o estabilidad
Longitud del cañón	l_w	m	Longitud del ánima del obús

Tabla 6. Variables de apuntamiento para la inicialización del simulador.

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Altura sobre el nivel del mar (punto de lanzamiento)	h_o	m	Altura del punto de disparo
Altura sobre el nivel del mar (localización de objetivo)	h_f	m	Altura del punto de impacto deseado
Ángulo de elevación	QE	°	Ángulo vertical del disparo respecto al horizonte
Ángulo de acimut	AZ	°	Dirección del disparo en planta (respecto al norte)
Latitud del punto de disparo	L	°	Latitud geográfica del lugar de disparo (afecta fuerzas de Coriolis)

Tabla 7. Variables ambientales para la inicialización del simulador

Nombre	Símbolo	Unidades	Descripción
Velocidad del viento	$W_o(\text{módulo})$	m/s	Magnitud del viento en el entorno de disparo
Dirección del viento	$W_o(\text{dirección})$	°	Dirección desde la que sopla el viento (respecto al norte)
Presión atmosférica (punto de lanzamiento)	P_o	Pa	Presión del aire en la zona de disparo
Densidad del aire (punto de lanzamiento)	ρ_o	kg/m ³	Densidad del aire en el punto de disparo
Temperatura (punto de lanzamiento)	T_o	K	Temperatura del aire en la zona de disparo

2.1.3.4.2 Módulo RK4

El modelo MPM da lugar a unas ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) no lineales, que no se pueden resolver analíticamente. Por este motivo, se requiere de un método numérico para integrar y resolver estas ecuaciones para obtener la trayectoria del proyectil.

Este simulador presenta un método numérico del tipo Runge-Kutta de Cuarto Orden (RK4). Se ha seleccionado este método porque presenta una buena precisión con bajo coste computacional, exhibe una estabilidad numérica correcta y su implementación se adecúa con el alcance del proyecto.

Este método es más preciso que otros métodos numéricos como el de Euler o Runge-Kutta de órdenes inferiores. Además, permite evitar errores de acumulación que aparecen con métodos

más simples y no requiere de estructuras de control adaptativo ni pasos variables, lo que lo hace en un buen candidato para el proyecto.

No obstante, el RK4 presenta algunas características desfavorables. Debido al paso de tiempo fijo que utiliza es posible que disminuya la precisión de los resultados próximos al apogeo de la trayectoria. Sin embargo, dado que las variaciones en las trayectorias balísticas son generalmente suaves, se puede considerar este método como aceptable, ya que, si bien no es el más sofisticado, si es el más equilibrado entre el resto de los métodos numéricos. Esta conclusión se puede observar en la Tabla 8.

Tabla 8. Comparación de métodos numéricos para aplicaciones balísticas.

Método	Orden	Precisión	Complejidad	Aplicación en balística
Euler explícito	1º	Baja	Muy simple	Poca utilidad debido a la acumulación de errores
RK2 (Heun o Midpoint)	2º	Media	Simple	Parcialmente útil, con menor precisión que el RK4
RK4	4º	Alta	Moderada	Método más equilibrado para aplicaciones balísticas de trayectorias cortas
RK adaptativo (Runge-Kutta-Fehlberg, Dormand-Prince)	4º/5º	Muy alta	Compleja	Método utilizado para trayectorias de largo alcance con alta precisión. Gran coste computacional

El RK4 utiliza las siguientes fórmulas para resolver las ecuaciones que se ubican dentro del código del simulador:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.34)$$

$$k_1 = f(y_n) \quad (2.35)$$

$$k_2 = f\left(y_n + h \frac{k_1}{2}\right) \quad (2.36)$$

$$k_3 = f\left(y_n + h \frac{k_2}{2}\right) \quad (2.37)$$

$$k_4 = f(y_n + k_3 h) \quad (2.38)$$

Las ecuaciones previamente definidas se ejecutan en el módulo de RK4 y una vez finalizado el proceso se añade un paso de tiempo, definido como h , y se calculan las condiciones en ese siguiente paso de tiempo. De esta forma el simulador va obteniendo los resultados tras iterar 4 veces por la función f que el código define como “Módulo ecuaciones MPM”.

Una explicación ampliada del RK4 se encuentra disponible en la documentación académica desarrollada por la Universidad de Swarthmore [19] y por la Universidad de Oklahoma State [20].

2.1.3.4.3 Módulo ecuaciones MPM

Una vez las variables se han inicializado y ha comenzado el método numérico estos valores son sometidos al siguiente proceso:

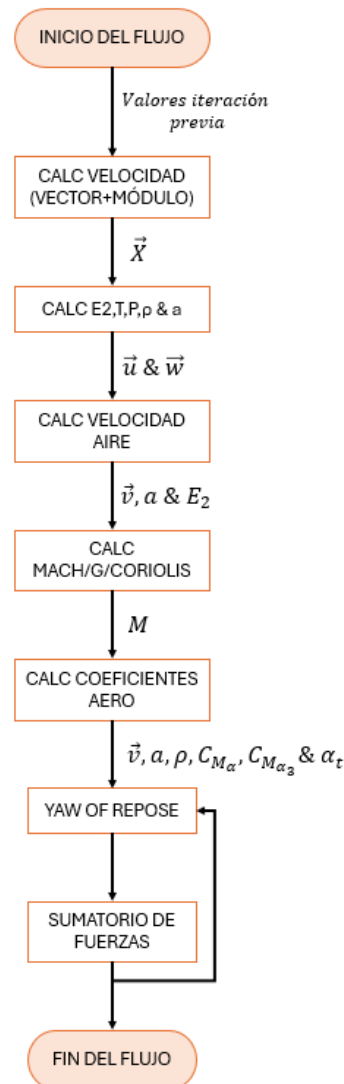


Figura 14. Proceso de resolución de las ecuaciones el MPM.

El primer paso que realiza este módulo del simulador es el de importar las variables del paso de tiempo previo además de acceder a las variables definidas en la Tabla 2. A partir de estas variables se obtienen tanto el vector como el módulo de la velocidad del proyectil.

El paso que le precede es el cálculo de la posición del proyectil respecto a la superficie de la Tierra esférica. Para ello se emplea el uso de la ecuación (2.27). De esta manera se asegura la entrada del vector posición en el formato correcto con la finalidad de poder obtener los valores de las condiciones atmosféricas mediante la atmósfera ISA. Estas variables atmosféricas se obtienen mediante las ecuaciones (2.28) y (2.33), en función de en qué capa atmosférica se encuentre el proyectil.

La velocidad del proyectil respecto al aire se obtiene mediante la ecuación (2.23) en donde se combinan la velocidad del proyectil y la velocidad del viento para obtener la velocidad respecto al aire. Esta velocidad sirve como input para la obtención del número de Mach. Al mismo tiempo se calculan la aceleración de Coriolis mediante la ecuación (2.10), y la aceleración de la gravedad mediante la ecuación (2.11).

Gracias al número de Mach se accede al set de coeficientes aerodinámicos, donde se interpolan los valores para obtener los coeficientes correctos para dicho valor de Mach. Este procedimiento se muestra en la Figura 15:

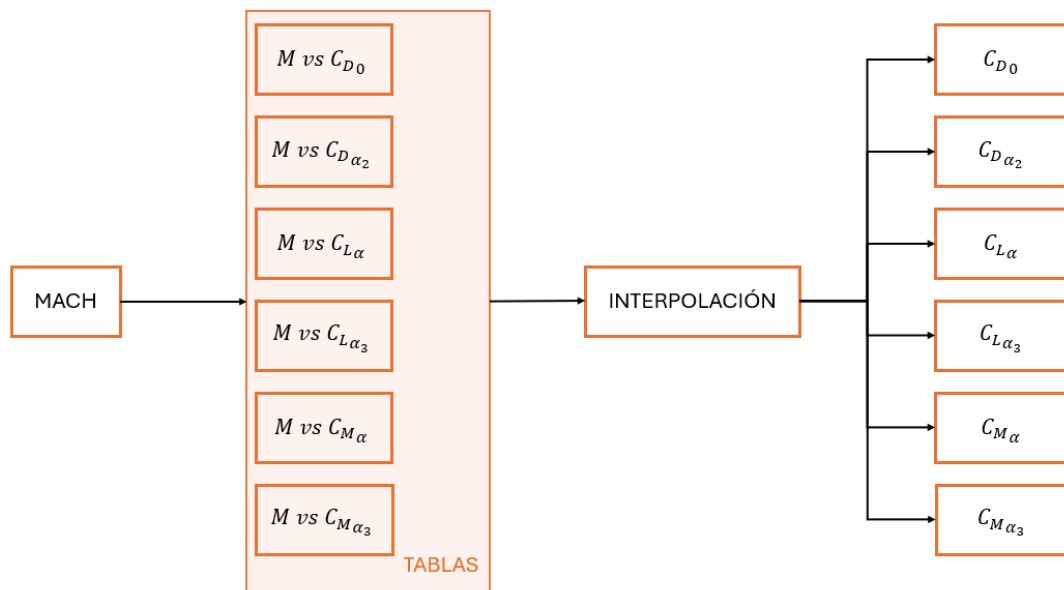


Figura 15. Proceso de obtención de coeficientes aerodinámicos dentro del simulador.

El siguiente proceso es la obtención del yaw of repose. Lieske [15] recomienda que para comenzar con la integración numérica de las ecuaciones de movimiento se debe emplear un método predictor-corrector. Este debe predecir el valor de la aceleración usando el valor del paso de tiempo previo, y luego usar este valor de aceleración para obtener el yaw of repose mediante la ecuación (2.6). Es por ello por lo que se realiza este bucle dentro del proceso general que se muestra en la Figura 14.

Por último, se realiza el sumatorio de fuerzas empleando la ecuación (2.15) cuyo resultado es la aceleración del proyectil.

Una vez finalizado el bucle se devuelven los valores al módulo RK4 donde el simulador compara la posición instantánea del proyectil respecto al nivel del suelo donde se determina si el proyectil ha impactado o no. En caso afirmativo la simulación se detiene y comienza el módulo de resultados. En caso negativo la simulación continua hasta que la posición del proyectil es igual al nivel del suelo.

2.1.3.4.4 Módulo de resultados (Cálculo de alcances y trayectorias balísticas)

Este módulo permite al simulador representar los resultados de la simulación. En primer lugar, muestra en consola la elevación y la velocidad inicial del proyectil. Una vez la simulación haya finalizado los resultados obtenidos se muestran en la consola. Los datos más representativos que proporciona el simulador en la consola son el alcance y la deriva. En la Figura 16 se puede observar la consola del simulador una vez finalizada la simulación.

```
Elevación: 920.0 mils
Velocidad Inicial: 582 m/s
#####
Alcance: 14224.5 m
Deriva: 856.53 m
Tiempo de vuelo: 67.09 s
Altitud máxima: 5644.82 m
```

Figura 16. Consola del simulador con resultados tras simulación.

Otra capacidad que presenta el simulador es la representación gráfica de distintos parámetros. El funcionamiento principal de este módulo se puede observar en la Figura 17, donde las conexiones rojas provienen de los inputs iniciales, las conexiones moradas de los resultados tras las resoluciones de las ecuaciones MPM, las conexiones azules muestran la disposición de gráficas, y las conexiones verdes muestran los outputs de la consola.

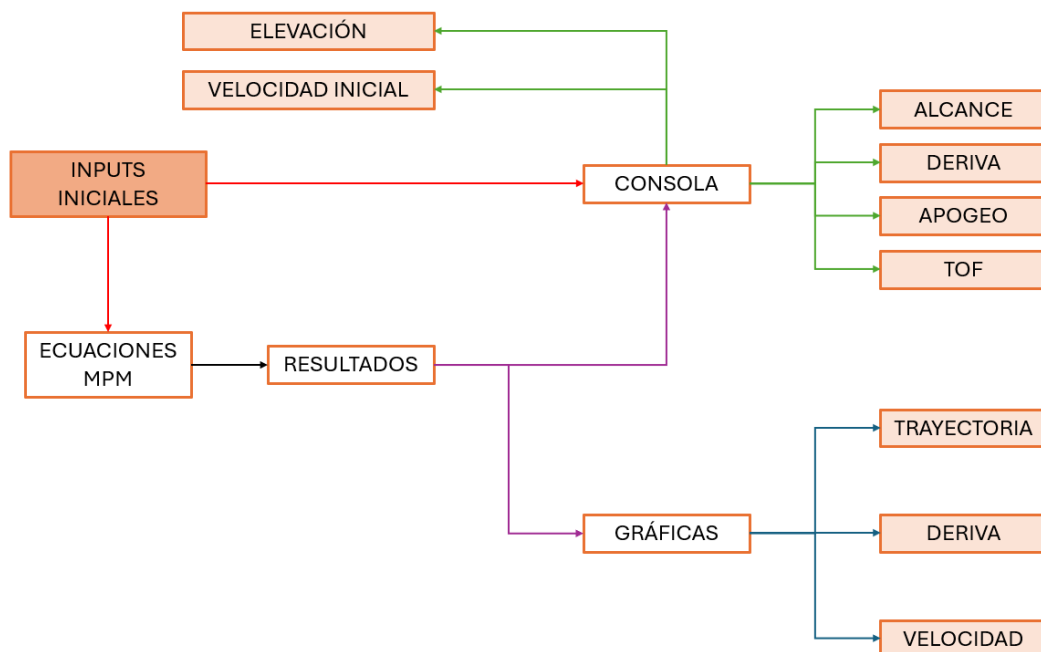
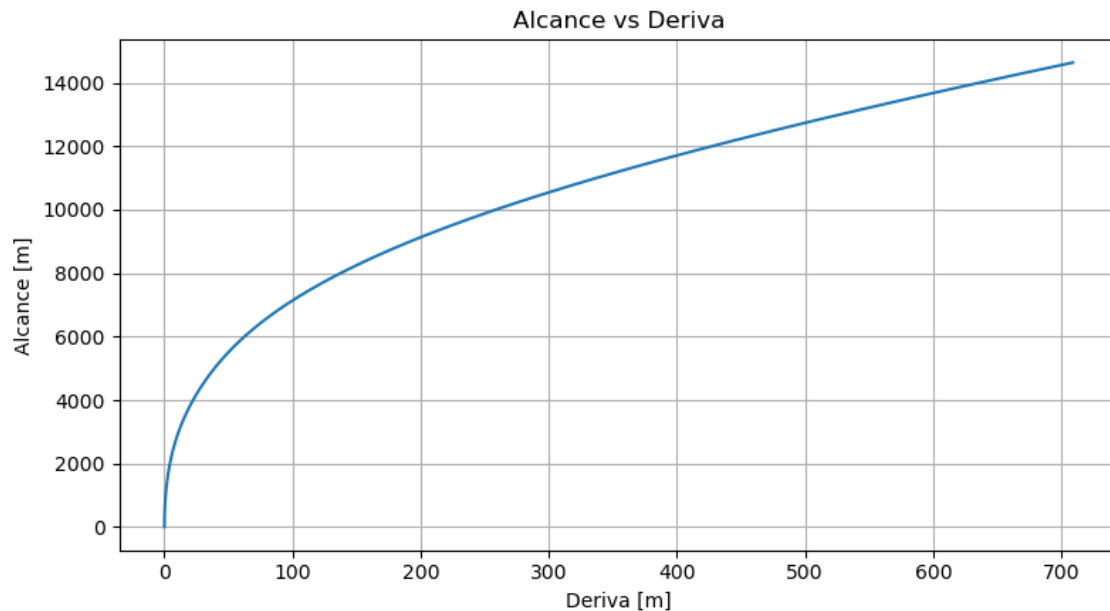


Figura 17. Flujo de procesos del módulo de resultados

2.1.3.4.4.1 Alcance vs Deriva

Esta gráfica permite evaluar la influencia de los efectos laterales como pueden ser el yaw of repose o la fuerza Coriolis sobre el comportamiento del proyectil en el plano horizontal. De esta

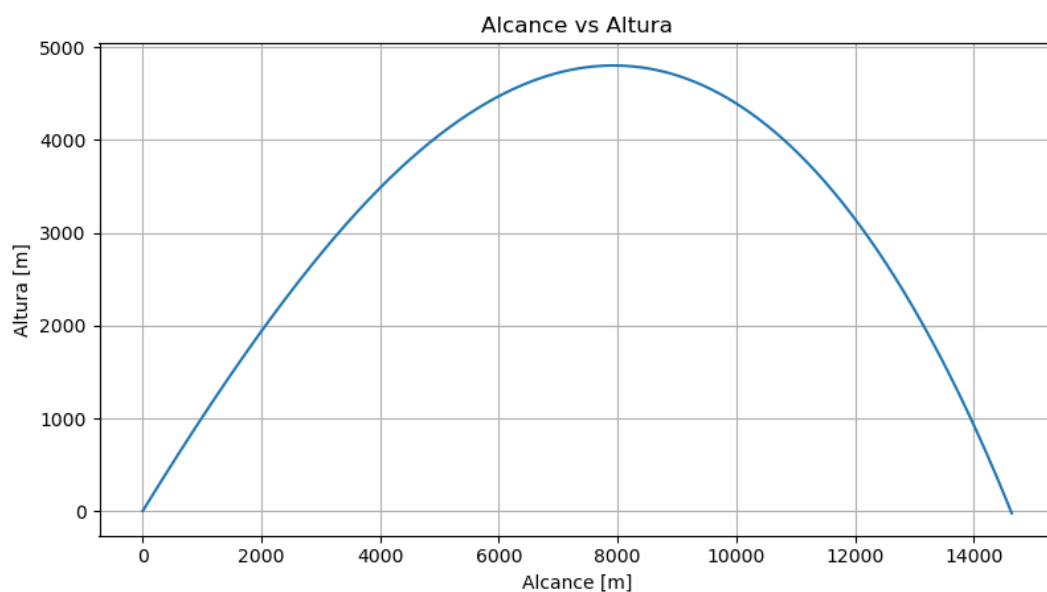
forma se pueden realizar evaluaciones de la precisión lateral del proyectil y comprobar si la magnitud de la deriva se mantiene dentro de márgenes operativos aceptables.



Gráfica 1. Alcance vs Deriva.

2.1.3.4.4.2 Alcance vs Altura

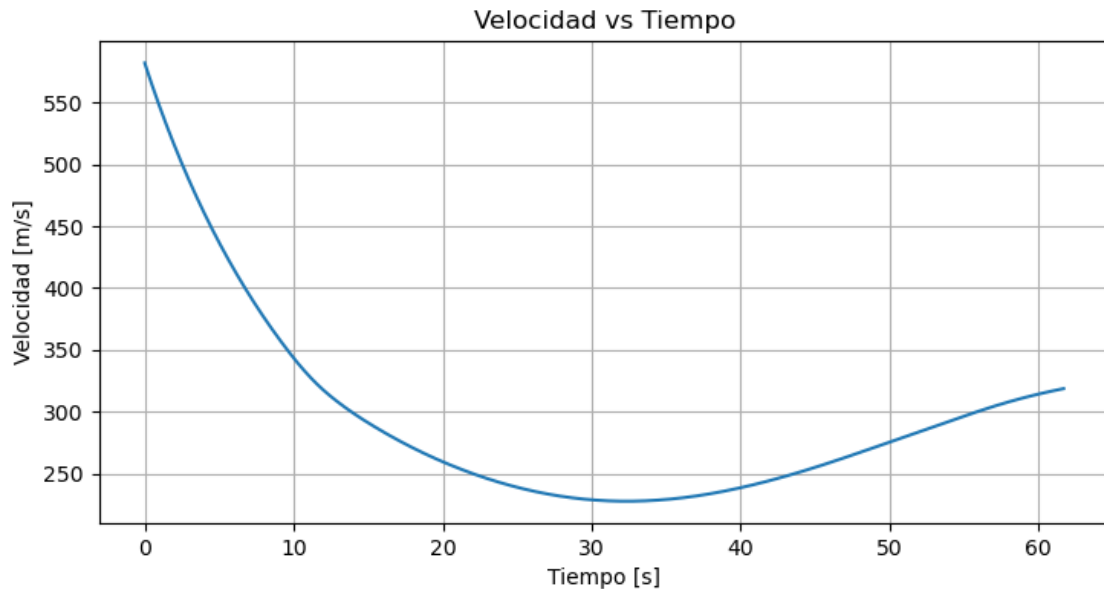
Esta gráfica permite la evaluación de la trayectoria del proyectil en el plano vertical. Es especialmente útil para comparar distintas configuraciones de elevación y observar sus respectivos alcances y su altura máxima.



Gráfica 2. Alcance vs Altura.

2.1.3.4.4.3 Velocidad vs Tiempo

Esta gráfica permite evaluar la evolución del régimen de vuelo del proyectil a lo largo de su trayectoria.



Gráfica 3. Velocidad vs Tiempo.

Como se puede observar en un ejemplo de disparo nominal como el de Gráfica 1, se requiere de una corrección de apuntamiento para poder acertar en el objetivo debido a la deriva natural del proyectil. Esto comúnmente se realiza mediante tablas de tiro obtenidas o bien mediante ensayos, o bien por simuladores MPM validados mediante campañas de tiro y que cumplimentan el STANAG 4355, como se observa en el trabajo propuesto por Carrasco Vidal [21].

Ya que la precisión de las tablas de tiro es variable según las condiciones de disparo, para poder mejorar la precisión del proyectil y la eficiencia operativa se están desarrollando varios modelos de kit de guiado para munición de artillería que permiten corregir la trayectoria del proyectil de forma automática a través de unas aletas situadas en la espoleta del proyectil, disminuyendo la dispersión de los disparos. Una versión de estos se puede observar instalado en un proyectil de 155m en la Figura 18.



Figura 18. Proyectil de 155mm M1816A1 con un kit de guiado M1156 PGK. [22]

Además, el empleo de estos kits de corrección de trayectoria permite una reducción de la inversión para el ejército/armada cliente porque estos pueden introducir los kits en su munición no guiada, dotándola de capacidades de corrección de trayectoria sin necesidad de reemplazar sus reservas de proyectiles por munición inteligente de alto coste como puede ser el M982 Excalibur descrito en el Capítulo 1.4.

3. OBTENCIÓN DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS

El comportamiento balístico de un proyectil en vuelo libre está determinado mayoritariamente por los efectos aerodinámicos que actúan sobre él. Para poder modelar de manera precisa su trayectoria empleando el simulador diseñado en este proyecto, es necesario conocer con detalle las fuerzas de sustentación, arrastre y momento a las que está sometido bajo distintas condiciones de vuelo. Estos efectos se recogen de forma adimensional a través de los coeficientes aerodinámicos, los cuales permiten representar el comportamiento del proyectil en vuelo sin depender de la masa del sistema o de las condiciones atmosféricas específicas.

La obtención de estos resultados ya sea por medio de la literatura, ensayos en túnel de viento o por CFD, como se explicará en este apartado, resulta esencial en el marco de trabajo de este proyecto, ya que constituyen la base sobre la que opera el simulador balístico desarrollado.

En el caso de obtención mediante simulaciones CFD cabe destacar que en primera estancia este proceso puede ser laborioso pero necesario para poder obtener los coeficientes.

3.1 Diseño geométrico del proyectil

Para llevar a cabo la caracterización aerodinámica del proyectil ha sido necesario en primer lugar construir un modelo geométrico representativo de su configuración externa. Para ello se han empleado distintos módulos de diseño CAD como DesignModeler y SpaceClaim para construir la geometría 3D, tomando como referencia el diseño del proyectil M107HE propuesto por McCoy [7]. Se pueden observar tanto el modelo geométrico final como el diseño en el que se ha basado en la Figura 19 y en la Figura 7 respectivamente.

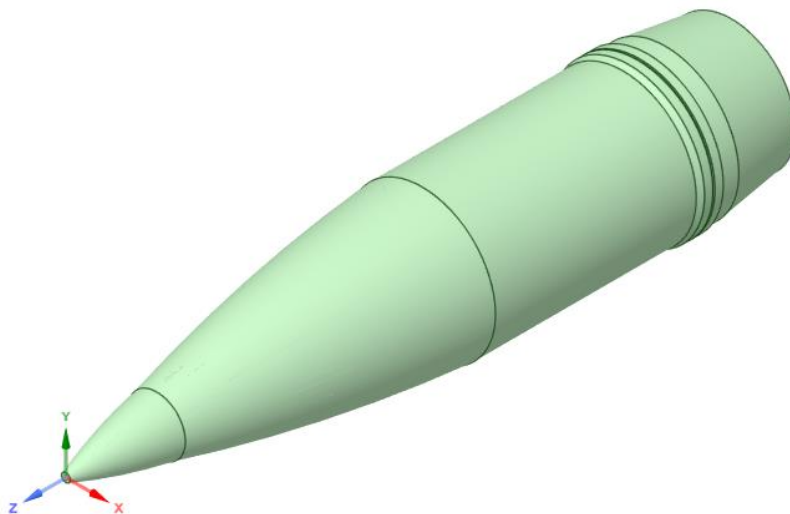


Figura 19. Diseño geométrico del proyectil.

A partir del modelo 3D se ha generado un modelo 2D equivalente, lo que permite establecer una comparación directa entre ambas caracterizaciones. Esta comparación resulta conveniente ya que permite evaluar las diferencias entre una aproximación simplificada (2D) y una representación más realista (3D) del flujo del proyectil. El modelo 2D se puede observar en la Figura 20.

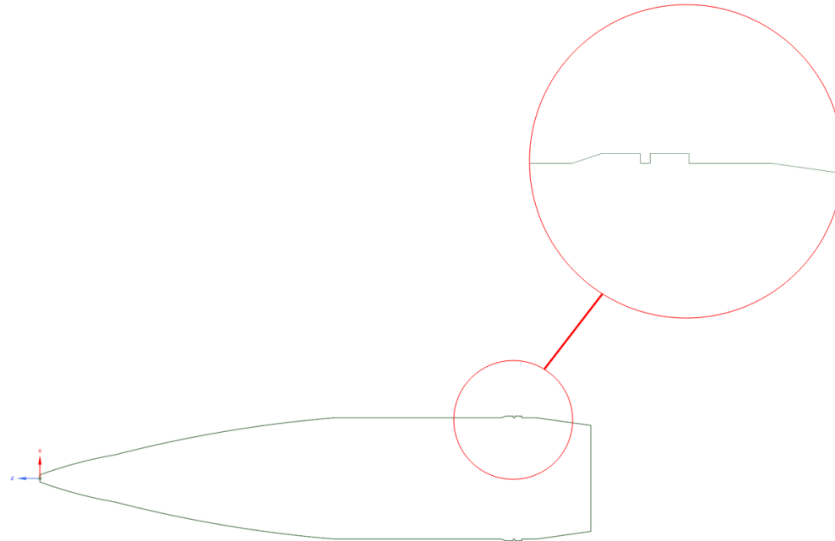


Figura 20. Modelo 2D del proyectil.

El modelo consta de las principales características de un proyectil de 155mm tales como ojiva, la sección cilíndrica del cuerpo y el culote. No obstante, con el objetivo de facilitar el mallado y reducir la complejidad computacional de las simulaciones, se ha aplicado una simplificación de la banda de forzamiento, eliminando el surco característico de dicha banda, sustituyéndolo por una representación cilíndrica continua que mantiene el mismo diámetro máximo. Esta simplificación se puede observar en Figura 21.

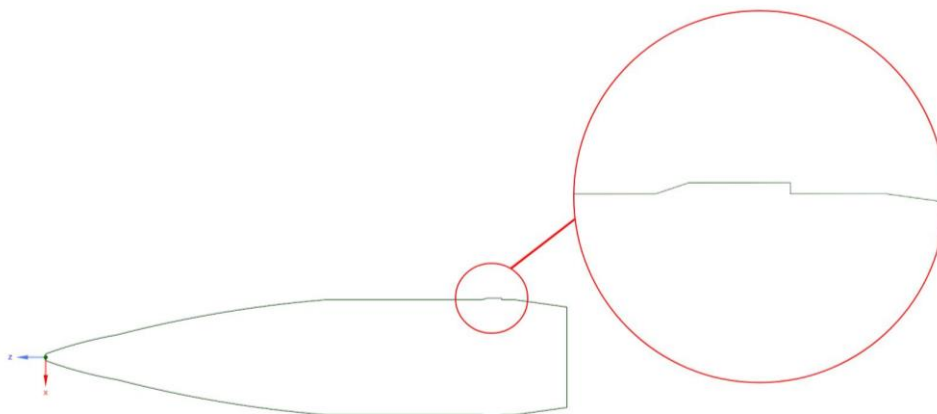


Figura 21. Simplificación de la banda de forzamiento

Esta simplificación se ha adoptado para garantizar robustez numérica y eficiencia computacional ya que este tipo de “micro rasgos” (resaltos, cavidades y surcos), como se puede observar en la Figura 22, obligan a emplear celdas muy pequeñas lo que incrementa en gran medida el número total de elementos y degradada la calidad de la malla (aspecto ratio, skewness y orthogonal quality).

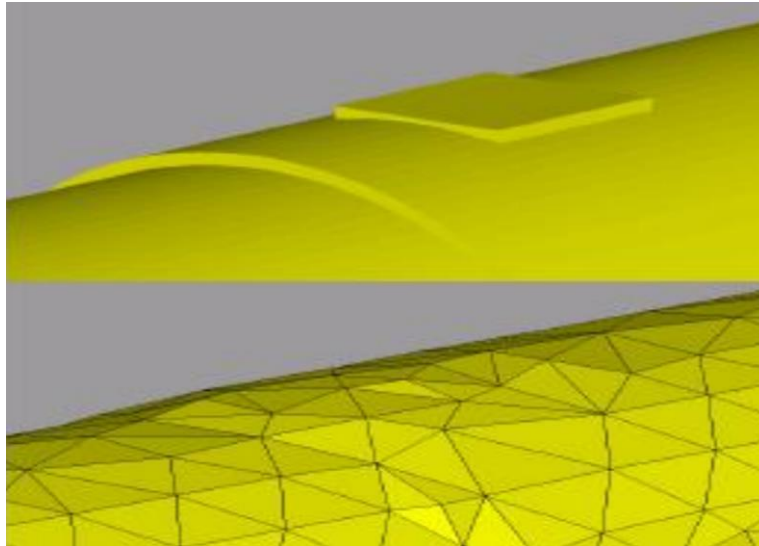


Figura 22. Ejemplo de simplificaciones geométricas en CAD. [23]

3.2 Mallado del dominio

Una vez que se ha establecido la geometría del proyectil y se ha completado su modelo bidimensional, se ha procedido a generar la malla del dominio computacional mediante la utilización de la herramienta ANSYS Meshing, un software integrado en uno de los módulos de ANSYS que permite la discretización del dominio de forma sencilla y rápida.

Se ha empleado un dominio circular en el mallado 2D debido a las ventajas que exhibe a la hora de representar el comportamiento radial del flujo alrededor del proyectil. Este tipo de malla resulta especialmente útil para estudiar configuraciones con diferentes ángulos de ataque ya que permite girar el proyectil respecto al flujo sin necesidad de redefinir los contornos del dominio.

Sin embargo, la elección de este tipo de dominio conlleva también ciertos compromisos. En comparación con un dominio rectangular o semicircular, la malla circular introduce un mayor número de celdas en regiones lejanas al proyectil que no son de interés directo, lo que incrementa ligeramente el coste computacional. Adicionalmente puede presentar problemas cuando el flujo no está alineado y definido correctamente, lo que puede incrementar la dispersión en los resultados. A pesar de ello, se ha considerado que este coste adicional se justifica por la flexibilidad que ofrece el dominio circular para el análisis de configuraciones variables y por la mayor robustez que presenta la convergencia numérica.

El mallado 2D empleado se ha construido con elementos cuadriláteros dispuestos en una configuración del tipo “O-grid”, lo que favorece la captura del comportamiento de las capas de cizalladura generas en la estela del proyectil. El uso de cuadriláteros presenta además ventajas adicionales, como un menor consumo de memoria y una mayor eficiencia en los tiempos de cálculo por elemento, manteniendo al mismo tiempo una alta fidelidad en las zonas críticas del flujo. Este criterio de mallado coincide con las recomendaciones encontradas en la literatura, donde el dominio circular es comúnmente utilizado en simulaciones de proyectiles de artillería de 155mm.

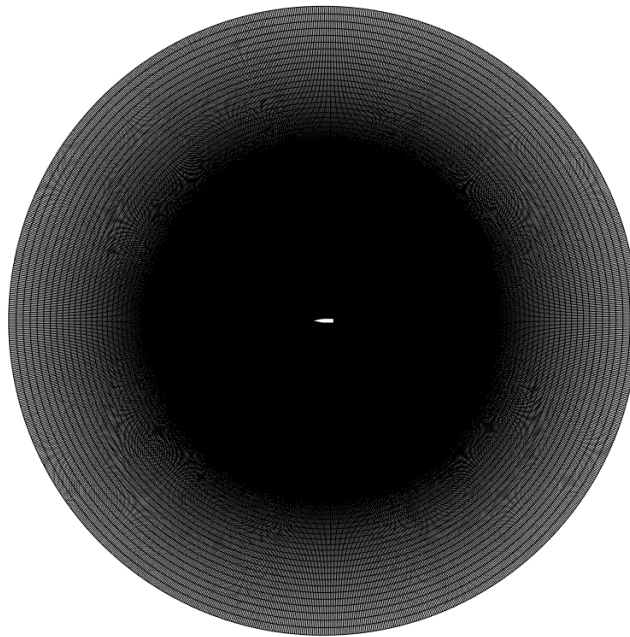


Figura 23. Vista del dominio del mallado 2D.

En la Figura 23 se puede observar que el límite del dominio se encuentra a 65 veces el diámetro del proyectil. Estas dimensiones se decidieron basándose en las dimensiones de dominio propuestas por Ferfourri [8]. La principal motivación de estas dimensiones es evitar interferencias del contorno exterior en la solución. Debido al carácter supersónico del proyectil es posible que de haber reducido las dimensiones del dominio se pudieran generar reflejos de las ondas de choque en las fronteras, alterando las fuerzas aerodinámicas y modificando los resultados. Se observó que a esta distancia se evitaban estas interferencias sin que el dominio fuese excesivamente costoso computacionalmente.

Adicionalmente, se aplicó un factor de crecimiento de la distancia entre las líneas de la malla, comúnmente conocido como “bias factor” para optimizar los cálculos, definiendo una mayor densidad de elementos cerca de la superficie del proyectil.

En la siguiente tabla se recogen las características principales de la malla:

Tabla 9. Características principales del mallado 2D generado.

Propiedad	Valor
Tipo de elementos	Cuadriláteros
Tipo de mallado	Estructurado (O-grid)
Nº total de elementos	222,600
Aspect Ratio máximo	98.871
Skewness máximo	0.75556
Orthogonal Quality mínima	0.34460
Herramienta de mallado	ANSYS Meshing

A continuación, se empleó una malla no estructurada para verificar el mallado 2D estructurado debido a que se observaron resultados (que se comentarán más adelante) que presentaban discrepancias con la literatura. No obstante, tras la comparación entre ambas mallas 2D se concluyó que el mallado 2D estructurado era correcto y que el tipo de mallado no era el origen de las desviaciones de los contornos con las imágenes de referencia sino el método de simulación en 2D en sí, siendo esta la motivación para la creación de la malla 3D. Otro motivo adicional para la generación de este mallado no estructurado 2D es que se quería observar el rendimiento de este para realizar el mallado en la banda de forzamiento. En la Tabla 10 se pueden observar las características principales y su representación en la Figura 24.

Tabla 10. Características principales del mallado 2D no estructurado

Propiedad	Valor
Tipo de elementos	Prismas/Tetraedros
Tipo de mallado	No estructurado
Nº total de elementos	323,000
Herramienta de mallado	ANSYS Meshing

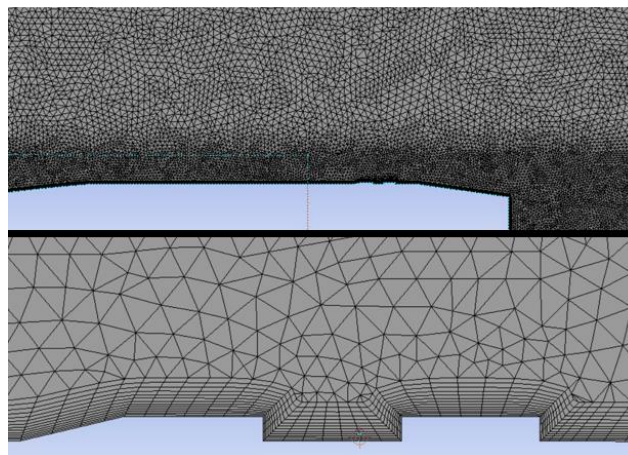


Figura 24. Representación del mallado no estructurado 2D

Por otra parte, se ha construido una malla 3D no estructurada (Figura 25) con refinamiento local en torno al proyectil y en su estela inmediata de modo que los gradientes de presión, punto de remanso y los cambios en la curvatura queden adecuadamente resueltos. En la Figura 26 se pueden observar estos refinamientos locales.

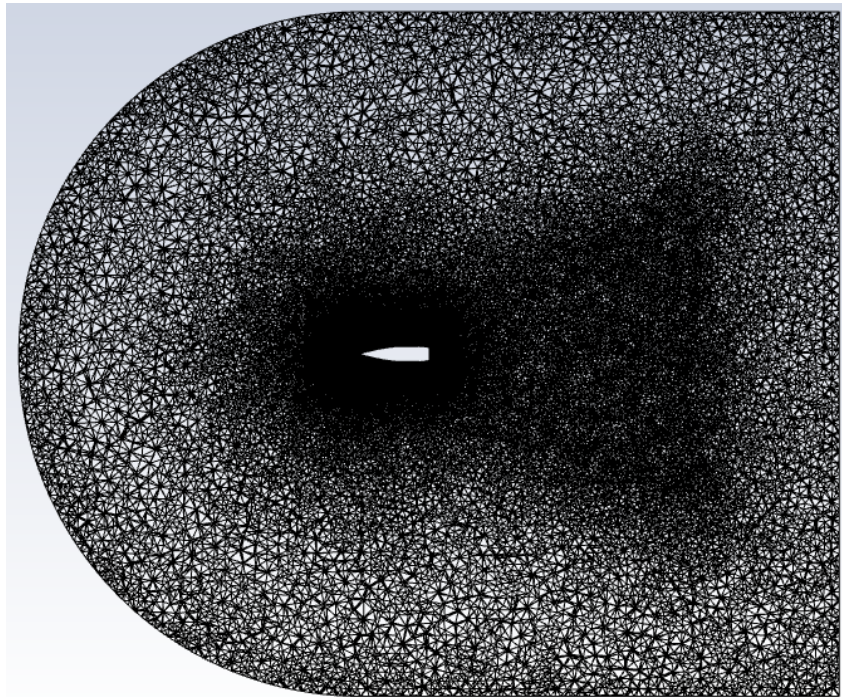


Figura 25. Vista del dominio del mallado 2D (alternativo) y 3D.

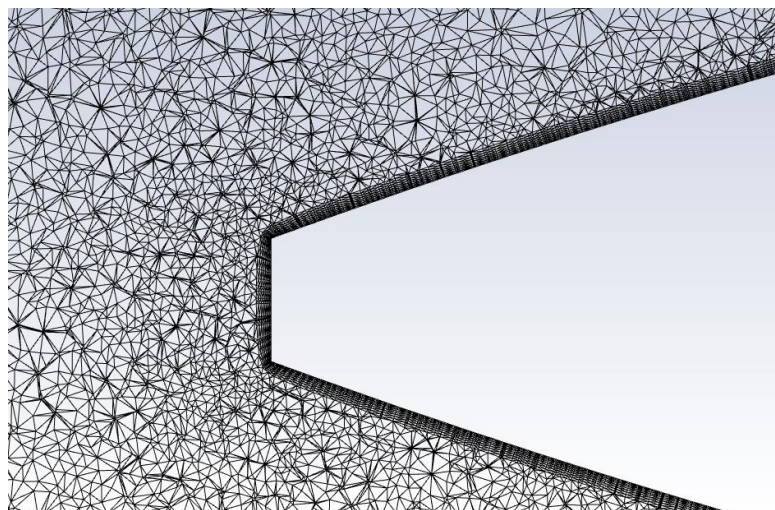


Figura 26. Refinamientos locales en el mallado 3D.

Asimismo, como se observa en la Figura 25, el dominio del mallado ha sido disminuido hasta los 8m en componente horizontal y 7m en componente vertical. La justificación de este cambio se

debe a poder garantizar tiempos de cálculos razonables debido al incremento en el número de elementos, como muestra la Tabla 11.

Tabla 11. Características principales del mallado 3D generado.

Propiedad	Valor
Tipo de elementos	Prismas/Tetraedros
Tipo de mallado	No estructurado
Nº total de elementos	13,800,000
Herramienta de mallado	ANSYS Meshing

3.3 Simulación Aerodinámica

La caracterización aerodinámica del proyectil se ha llevado a cabo mediante simulaciones numéricas en 2D y 3D con el software ANSYS Fluent para obtener las fuerzas y momentos del proyectil en régimen subsónico, transónico y supersónico. Las ecuaciones gobernantes se basan en las “Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations” (RANS). Estas se agrupan en ecuaciones de conservación de masa (continuidad), momento y energía, definidas siguiendo la demostración de Dali y Jaramaz [24] y se observan en la ecuación (3.39), en la ecuación (3.40), y en la ecuación (3.41). Además, se ha seleccionado el modelo de turbulencia $SST k - \omega$ por su buen comportamiento en términos de fidelidad y se ha mantenido este solver tanto para el caso en 2D como para el caso en 3D para poder realizar comparaciones entre sí. No obstante, existen estudios que emplean el solver $k - e$ *realizable* para sus simulaciones, tales como Chang et al. 2023 [25]; Aziz et al. 2014 [26]; Belaidouni et al. 2016 [27]; Torangatti et al. 2014 [28].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho u_i \left(e + \frac{V^2}{2} \right) + P + q_j - u_i \tau_{ij} \right] = 0 \quad (3.41)$$

En donde:

- u = Velocidad instantánea
- V = Módulo del vector velocidad
- P = Presión del aire

- q_j = Flujo de calor
- τ_{ij} = Tensor de estrés viscoso
- ρ = Densidad del aire

Los números de Mach empleados en la simulación (desde 0.5 a 3 para el caso en 2D) coinciden con los propuestos por McCoy [7] y Ferfouri [8], y a su vez cubren el rango completo de los 3 regímenes de vuelo. Se ha utilizado un dominio con condiciones de contorno del tipo “pressure-far-field”, modificando los parámetros de entrada mediante un script para cubrir los distintos números de Mach y ángulos de ataque. Esta automatización permite garantizar la consistencia en la configuración de los casos y reducir errores asociados a la introducción manual de parámetros, a la vez que mejora la trazabilidad y reproducibilidad de los resultados. Además, facilita la ejecución en cola de múltiples simulaciones durante largos periodos de tiempo con mínima supervisión. Por último, este enfoque aporta flexibilidad para introducir modificaciones sistemáticas en los parámetros de entrada y permite la integración con procesos de postproceso automático (con Python en este caso), lo que agiliza la obtención de resultados y asegura la homogeneidad en el análisis.

Las simulaciones se han realizado empleando un solver basado en densidad y se ha asumido que el aire es un gas ideal que opera en condiciones basadas en el estándar ICAO, del mismo modo que el simulador. Además, se ha asumido que el coeficiente de viscosidad del aire sigue la ley de Sutherland y todas las simulaciones cumplen los criterios de convergencia.

Por otra parte, resulta conveniente analizar el tiempo computacional de estas simulaciones ya que repercute directamente en la motivación del proyecto. Debido al coste computacional de las simulaciones 3D se decidió disminuir el número de casos para esta caracterización. Las simulaciones 2D fueron ejecutadas en un dispositivo de 4 núcleos mientras que las simulaciones 3D fueron ejecutadas en una plataforma con 96 núcleos. Como se puede observar en Tabla 12, las simulaciones 2D presentan un coste computacional significativamente menor, ya no solo por el hecho de poder realizar mayor número de simulaciones en menor tiempo sino también desde una plataforma con peores prestaciones. Sin embargo, las simulaciones 3D tienden a presentar una mayor fidelidad y mediante el empleo de simulaciones 2D cabe la posibilidad de perder información por efectos no recogidos en dicho método de simulación.

Tabla 12. Comparativa de coste computacional 2D vs 3D

Parámetros	2D Estruc	2D No Estru	3D
Nº Núcleos	4	16	96
Tipo de solver	$SST\ k - \omega$	$SST\ k - \omega$	$SST\ k - \omega$
Nº de elementos	222,600	323,000	13,800,000
Nº de simulaciones	39	6	8
Tiempo de simulación individual [h]	0.153	0.1666	8
Tiempo de simulación total [h]	6	6	64

3.4 Resultados, análisis y verificación de las simulaciones aerodinámicas

Como se ha comentado anteriormente, se han llevado a cabo las simulaciones numéricas del proyectil M107HE de 155mm con el objetivo de obtener los coeficientes aerodinámicos necesarios para su posterior implementación en un modelo balístico MPM. Los resultados numéricos en 2D serán contrastados con los datos experimentales recogidos por McCoy [7]. Asimismo, se han contrastado con algunos resultados de casos 3D, pero el número de estas simulaciones es reducido debido la alta demanda computacional y a las limitaciones de acceso a la licencia de software comercial avanzado.

Para los casos en 2D, la superficie de referencia utilizada ha sido de $S = 2\pi R = 0.48695 \text{ m}$, mientras que para los casos 3D ha sido $S = \frac{\pi d^2}{4} = 0.01887 \text{ m}$. El valor d equivale al diámetro del proyectil siendo en este caso $d = 0.155 \text{ m}$.

Los resultados numéricos obtenidos tras las simulaciones de los casos en 2D se pueden observar en la Tabla 13, que difieren de los datos experimentales publicados por McCoy [7]. Los coeficientes van acompañados de un número que indica el ángulo de ataque con el que han sido simulados. En estos resultados se ha podido comprobar que existen dificultades para alcanzar la convergencia en valores de Mach 3 para ángulos de ataque muy elevados. Esto puede deberse a que posiblemente existan regiones de flujo separado o zonas de recirculación que generen gradientes abruptos de presión debido a la asimetría en el flujo debido al elevado ángulo de ataque. Otro factor que puede estar afectando a la convergencia de los resultados es el solver numérico, ya que para valores de Mach elevados los efectos de la compresibilidad del flujo son apreciables e influyen en la solución, pudiendo deberse a que el solver basado en presión presente peor comportamiento que el solver basado en densidad para este caso.

Para mayores valores de ángulo de ataque se puede observar que el coeficiente de resistencia es consistentemente mayor según se incrementa el número de Mach. Del mismo modo, el coeficiente de empuje incrementa en función del ángulo de ataque. Se puede observar que este crecimiento tiende a frenarse para ángulos de ataque elevados, lo que puede suponer que los efectos de la separación estén presentes.

Tabla 13. Resultados de las simulaciones numéricas 2D.

Mach	CD0	CD2	CD5	CD8	CL2	CL5	CL8	CM2	CM5	CM8
0.5	0.07332422	0.06231434	0.02135923	0.02798717	0.34281197	0.83283669	1.23207122	0.08883896	0.22287536	0.34321488
0.6	0.06370983	0.06519016	0.02011722	0.02977943	0.36375828	0.89154957	1.29362526	0.09382312	0.23773849	0.36260766
0.7	0.08983205	0.07538778	0.01920447	0.06777158	0.39881259	1.02779607	1.59475767	0.10038277	0.26290318	0.43942865
0.8	0.13167302	0.1348623	0.10478427	0.0585352	0.41300344	1.00925549	1.45515145	0.07410598	0.20303416	0.34579872
0.9	0.35308547	0.34742171	0.34362339	0.33222532	0.29725503	0.83809957	1.42069156	0.05201892	0.13189152	0.23672409
0.95	0.39852738	0.4044046	0.37732697	0.34859876	0.2798492	0.74803115	1.32936956	0.04890118	0.12311842	0.22066646
1	0.38503906	0.38825292	0.36162998	0.335383	0.26917916	0.69493273	1.26399648	0.0471969	0.11873974	0.20926339
1.1	0.36675036	0.36239076	0.3376531	0.31351521	0.25168518	0.64377308	1.17285726	0.04412304	0.11102721	0.19392505
1.2	0.34803105	0.34770106	0.32656472	0.30103516	0.24377789	0.61367559	1.11391749	0.04257388	0.10917572	0.18264032
1.5	0.29877981	0.29990387	0.29423514	0.28699969	0.23117269	0.55859314	0.86068001	0.04411336	0.10111598	0.15003415
2	0.21263156	0.21424028	0.21939873	0.226735	0.14928425	0.38190759	0.61971217	0.02338472	0.06077256	0.09818809
2.5	0.17940689	0.17366343	0.17780121	0.18247988	0.10939791	0.28387629	0.46962034	0.01597063	0.04328592	0.07281042
3	0.16271749	0.15280011	0.15439018	3.26508944	0.09466463	0.23652008	-	0.01524792	0.03676848	-

Por otro lado, siguiendo con el sistema de referencia establecido desde CFD siendo positivo hacia la parte inferior del proyectil, el coeficiente de momento tiende a generar una fuerza estabilizadora en contra del eje vertical del proyectil lo que comúnmente indica que el proyectil es balísticamente estable. Asimismo, cuanto mayor es la fuerza de empuje generada por el ángulo de ataque mayor momento se genera, viéndose este comportamiento reflejado en los coeficientes.

Para poder obtener los coeficientes de segundo orden el simulador emplea el código visible en la Figura 27 que permite realizar “fittings” de segundo orden para ajustar los valores obtenidos según la ecuación (2.3) y la ecuación (2.9) en donde los coeficientes varían en función del ángulo de ataque.

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

# 1) Introducción de grados para alfa
alphas_deg = np.array([0.0,2.0,5.0,8.0]) # Array de ángulos de simulación
CDs = np.array([0.3850, 0.388,0.3616,0.33583]) # CD correspondientes

# 2) Modelo:  $CD = CD_0 + CDa_2 * (\alpha_{rad}^2)$ 

def model(alpha_deg, CD0, CDa2):
    return CD0 + CDa2 * (np.deg2rad(alpha_deg)**2)

# 3) Ajuste

p0 = (CDs.min(), 0.05) # conjeturas iniciales
bounds = (0.0, np.inf) #  $CD_0 \geq 0$ ,  $CDa_2 \geq 0$ 

popt, pcov = curve_fit(model, alphas_deg, CDs, p0=p0, bounds=bounds)
CD0_fit, CDa2_fit = popt

print(f"CD0 = {CD0_fit:.6f}    CDa2 = {CDa2_fit:.6f}")
```

Figura 27. Código de “fittings” aerodinámicos

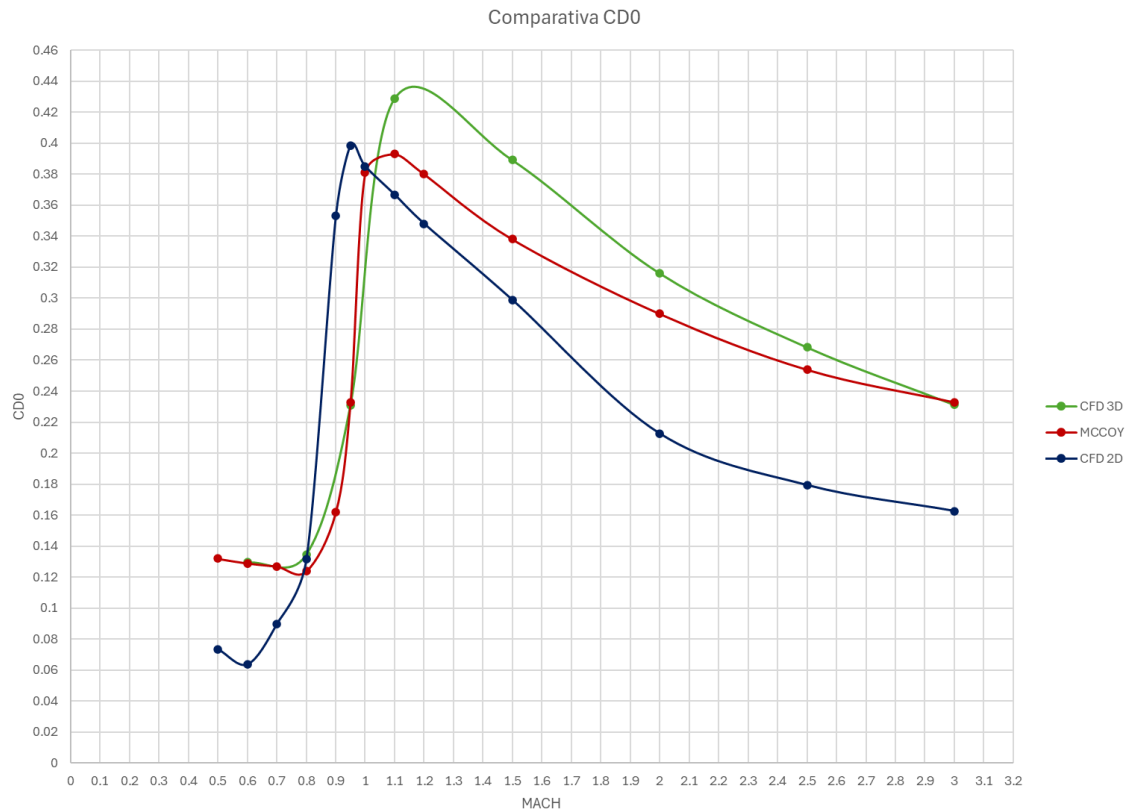


Figura 28. Comparativa de CD0 de los resultados numéricos frente a los datos experimentales

En la Figura 28 se puede observar una comparativa entre los resultados obtenidos mediante las simulaciones 2D, 3D y los resultados experimentales.

En la Tabla 14 se puede observar una comparativa de la desviación que existe entre los resultados numéricos frente a los resultados experimentales. En el caso del 2D, aunque el promedio máximo de la desviación se encuentre en el régimen subsónico, el error se dispara cuando las simulaciones comienzan a entrar en el rango del régimen supersónico. En el caso de las simulaciones 3D se puede observar como el error es prácticamente nulo en los valores de Mach de 0.6, 0.95 y 3. Donde se presenta mayor diferencia entre los resultados experimentales y el caso 3D ocurre en el régimen transónico, al igual que ocurre en el caso 2D, por lo que se puede concluir que las simulaciones CFD presentan peor eficiencia en esta región. Asimismo, se puede observar que las simulaciones 2D presentan más del doble de desviación promedio frente a los resultados obtenidos por 3D. Por ello, un set de coeficientes generados por simulaciones 3D presentará trayectorias con mayor fidelidad.

Tabla 14. Desviación de los resultados numéricos frente a los datos experimentales.

RÉGIMEN DE VUELO	MACH	CD0 CFD 2D	CD0 CFD 3D	CD0 MCCOY	DESVIACIÓN 2D %	DESVIACIÓN 3D %	DESVIACIÓN POR RÉGIMEN 2D %	DESVIACIÓN POR RÉGIMEN 3D %
SUBSÓNICO	0.5	0.073324225	-	0.132	44.451%	-	41.443%	0.105%
	0.6	0.063709832	0.129532943	0.129	50.613%	0.105%		
	0.7	0.089832045	-	0.127	29.266%	-		
TRANSÓNICO	0.8	0.131673019	0.134593321	0.124	6.188%	17.119%	35.223%	23.668%
	0.9	0.353085467	-	0.162	117.954%	-		
	0.95	0.398527381	0.230739486	0.233	71.042%	0.318%		
	1	0.385039058	-	0.381	1.060%	-		
	1.1	0.366750363	0.42877873	0.393	6.679%	53.567%		
	1.2	0.348031046	-	0.38	8.413%	-		
SUPERSÓNICO	1.5	0.298779807	0.389187681	0.338	11.604%	44.114%	24.453%	14.846%
	2	0.212631565	0.316191354	0.29	26.679%	9.817%		
	2.5	0.179406887	0.268439654	0.254	29.367%	4.917%		
	3	0.162717485	0.231382658	0.233	30.164%	0.536%		
TOTAL							33.706%	12.873%

Las siguientes figuras muestran los contornos de presión, densidad y velocidad para valores de Mach de 0.8, 1.5 y 2.

En las simulaciones a Mach 0.8 (Figura 29, Figura 32 y Figura 35), aunque cierto es que ambos casos muestran el pico de presión en el punto de remanso de la ojiva, se evidencian claras diferencias en la estela y en la distribución de presiones. Debido a la naturaleza de la simulación 2D se ha identificado que, aunque los valores de CD exhiban un comportamiento normal, estas simulaciones carecen de fidelidad cuantitativa. Al suprimir la dimensión transversal el CFD 2D no puede representar la mezcla tridimensional, el anillo de recirculación en la base ni la redistribución de presión asociada, por lo que sobresalta los gradientes laterales y sobreestima los picos de velocidad en los cambios geométricos del proyectil tanto en la sección de diámetro constante como en la banda de forzamiento.

Al alcanzar la velocidad de Mach 1.5 (Figura 30, Figura 33 y Figura 36) se hacen evidentes los fenómenos característicos del régimen supersónico. Se puede observar en los distintos contornos la formación de una onda de choque oblicua en la punta del proyectil. Esta onda define el inicio del cono de Mach, que delimita la región perturbada del proyectil. Se puede identificar que al aumentar el número de Mach y alejarse de la zona transónica los resultados 2D se asemejan más a los del 3D, aunque se siguen sobreestimando los valores de presión, densidad y velocidad.

En Mach 2 (Figura 31, Figura 34 y Figura 37) los efectos supersónicos se intensifican notablemente. El contorno de densidad evidencia un choque de compresión aún más fuerte en la nariz del proyectil, con valores máximos de densidad superiores a los observados en Mach 1.5. El cono de Mach es más estrecho, consecuencia directa de la mayor velocidad relativa. La representación del contorno de velocidad muestra un campo dominado por valores supersónicos, salvo la estela inmediata, donde la interacción de ondas oblicuas y la separación del flujo generan regiones locales subsónicas. En este régimen, la resistencia de onda es el principal componente de la resistencia total. Cabe destacar que en este régimen se puede apreciar una notable diferencia entre valores máximos de presión y densidad, siendo estos valores el doble en el caso 2D frente a los valores del caso 3D. Los valores de velocidad del caso 2D son superiores que los del caso 3D, además de presentar una estela más achatada y con menor velocidad que la del caso 3D.

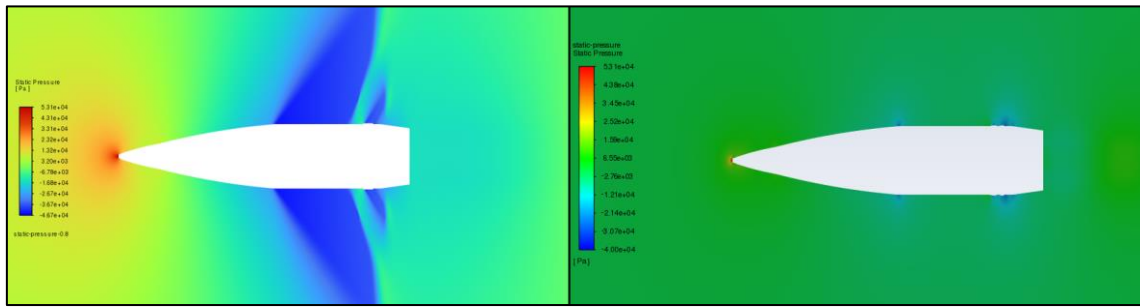


Figura 29. Contorno de presión a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

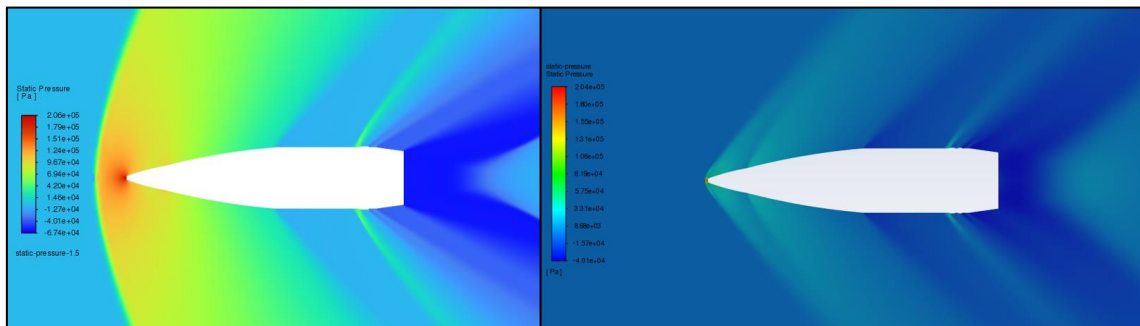


Figura 30. Contorno de presión a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

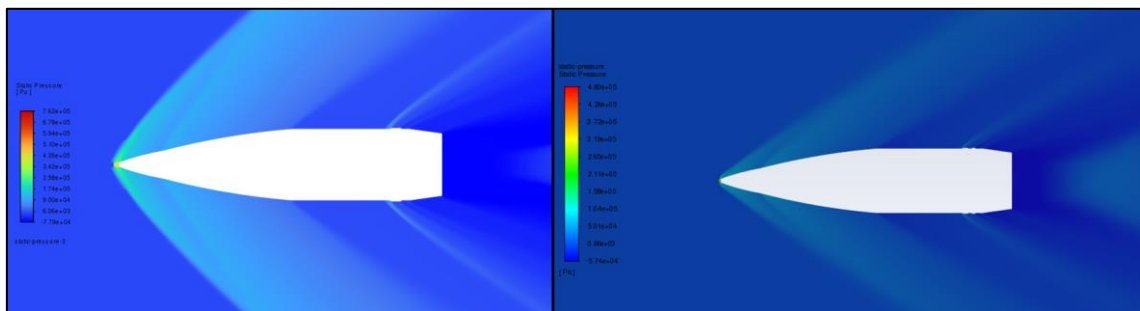


Figura 31. Contorno de presión a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

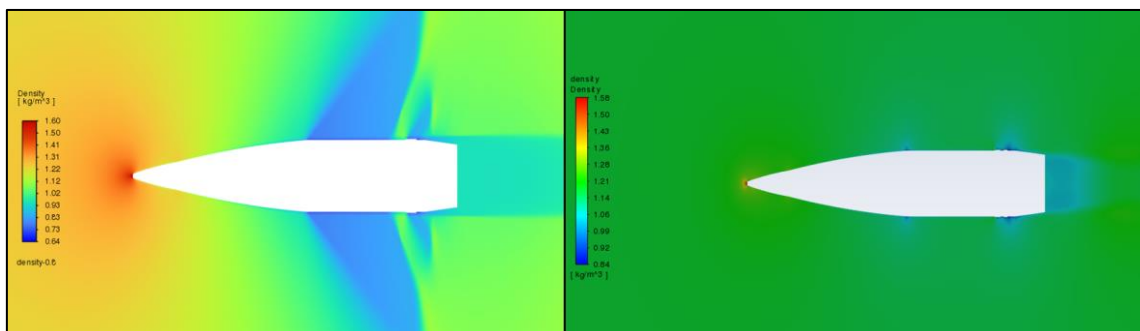


Figura 32. Contorno de densidad a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

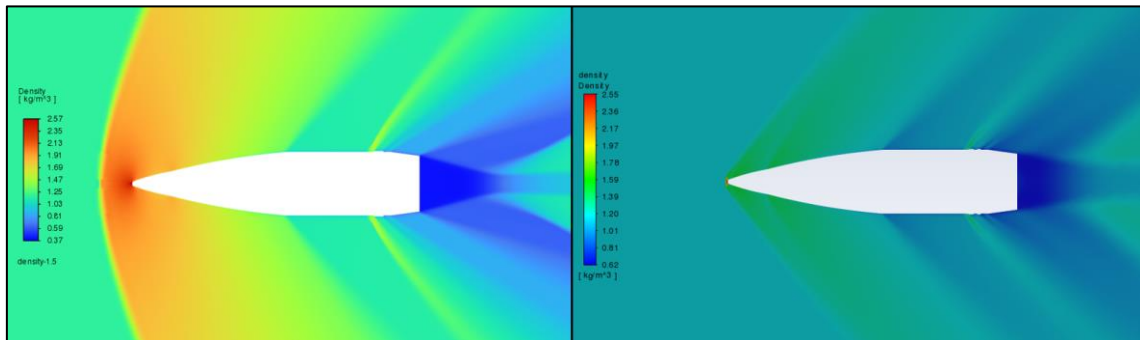


Figura 33. Contorno de densidad a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

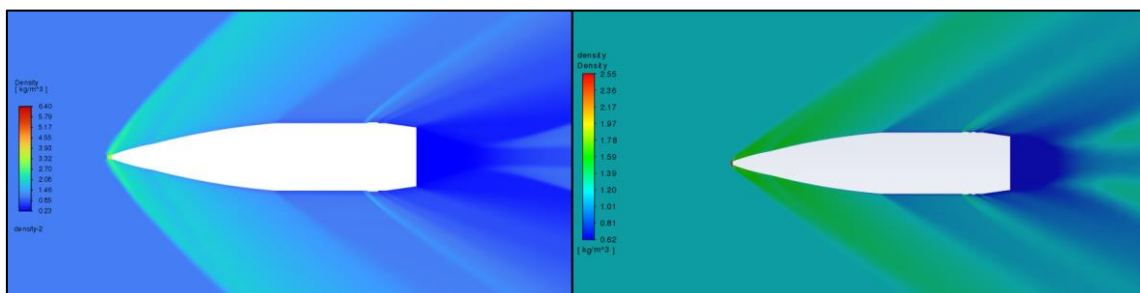


Figura 34. Contorno de densidad a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

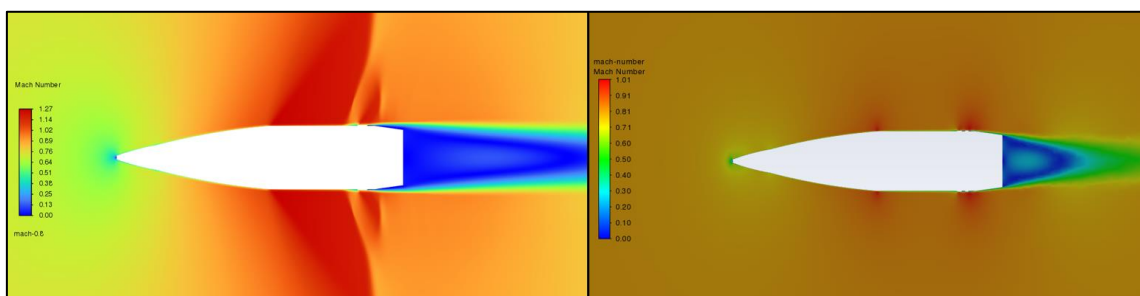


Figura 35. Contorno de velocidad a Mach 0.8 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

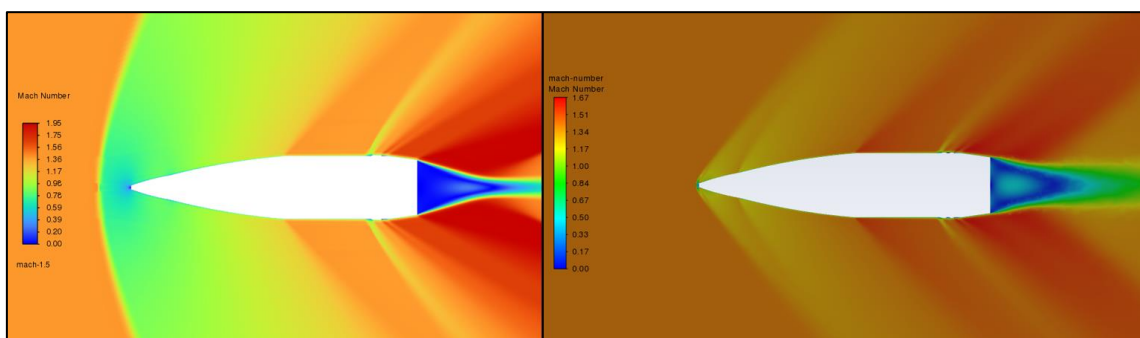


Figura 36. Contorno de velocidad a Mach 1.5 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

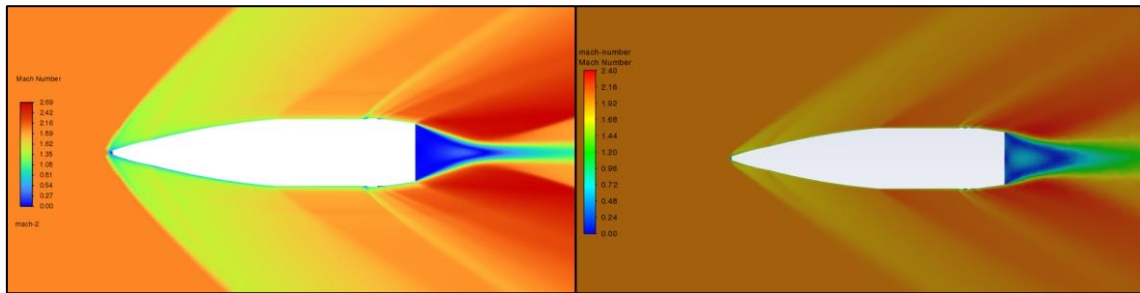


Figura 37. Contorno de velocidad a Mach 2 (izquierda: 2D; derecha: 3D).

Por último, se puede observar una evolución de los contornos de velocidad en función del régimen de vuelo del proyectil en la Figura 38.

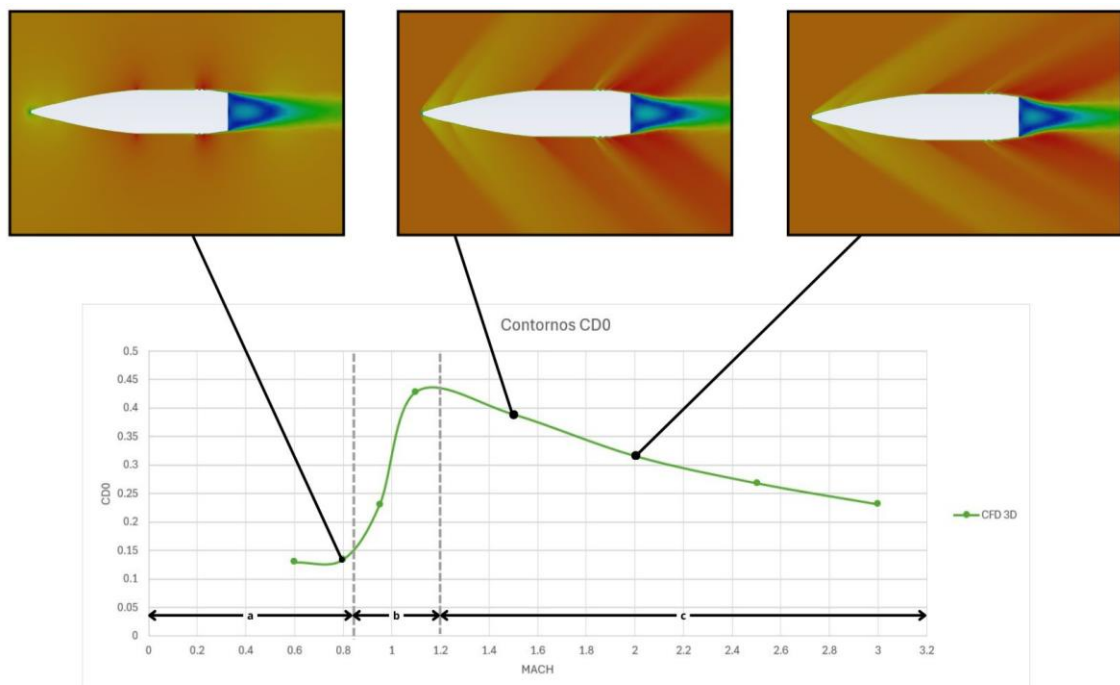


Figura 38. Régimen subsónico (a), transónico (b) y supersónico (c) para coeficientes 3D.

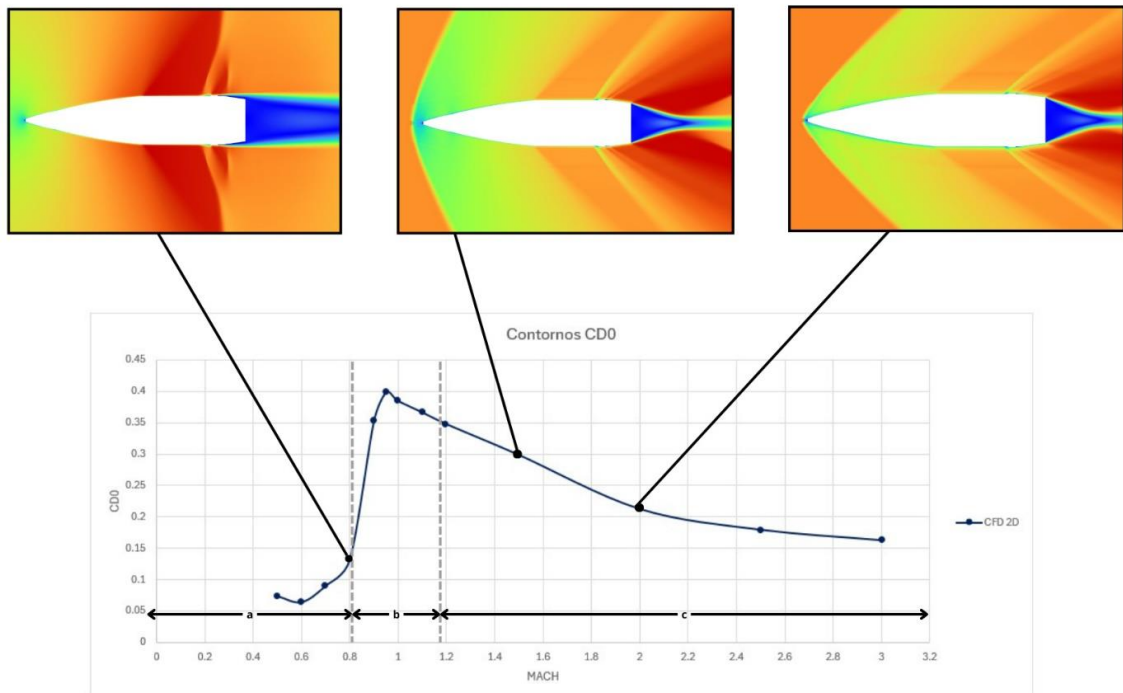


Figura 39. Régimen subsónico (a), transónico (b) y supersónico (c) para coeficientes 2D.

4. RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados derivados de la implementación del simulador MPM descrito en el Capítulo 2, utilizando como entrada los coeficientes aerodinámicos obtenidos mediante simulación numérica en el Capítulo 3. El propósito fundamental de este análisis es evaluar la influencia de dichas caracterizaciones aerodinámicas en la predicción de la trayectoria balística de un proyectil de 155mm no guiado estabilizado por giro, y compararlo con diferentes fuentes de referencia.

En los siguientes apartados las siguientes trayectorias se denominan:

- Caso “CFD 2D”: En estas simulaciones se han empleado los sets de coeficientes obtenidos mediante las simulaciones 2D.
- Caso “CFD 3D”: En estas simulaciones se han empleado los sets de coeficientes obtenidos mediante las simulaciones 3D.
- Caso “MCCOY”: En estas simulaciones se han empleado los sets de coeficientes propuestos por McCoy [7].

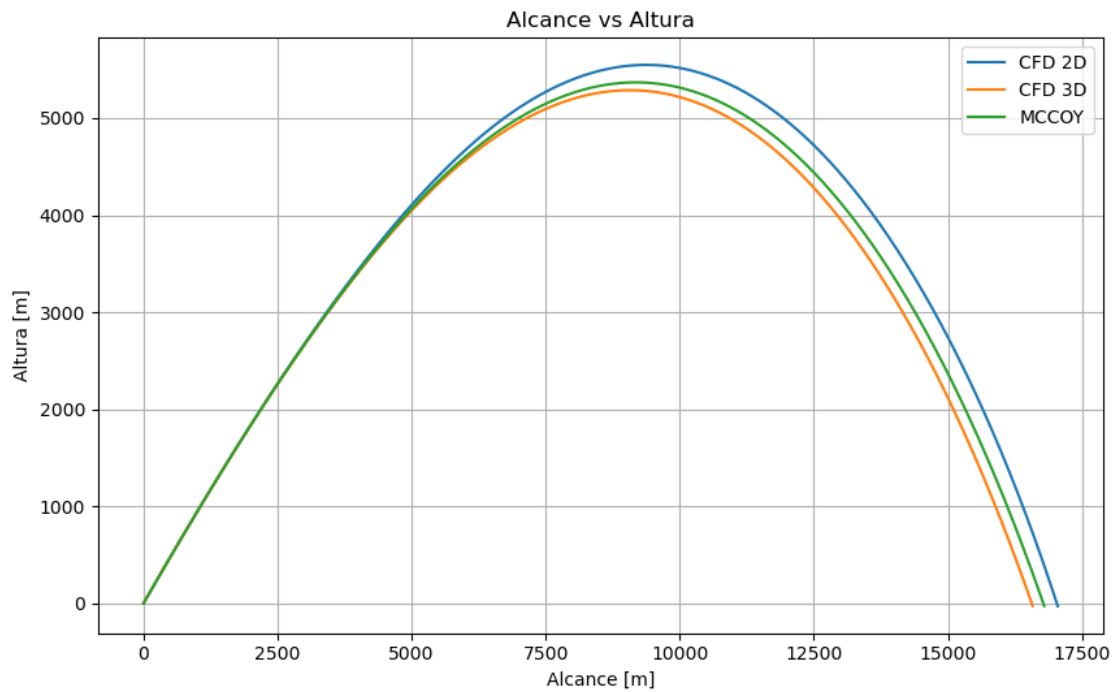
Una vez se definidos los coeficientes, se han procedido a lanzar las siguientes simulaciones:

- **Simulación nominal:** Establece el caso de referencia y compara los diferentes sets de coeficientes aerodinámicos.
- **Barrido de simulaciones con distinta elevación:** Caracteriza la influencia de la elevación en las trayectorias balísticas.
- **Barrido de simulaciones con distinta velocidad inicial:** Caracteriza la influencia de la velocidad en boca del cañón en las trayectorias balísticas.
- **Barrido de simulaciones con distinto peso del proyectil:** Caracteriza la influencia del peso del proyectil en las trayectorias balísticas.
- **Barrido de simulaciones con distintos factores de ajuste de sustentación:** Demuestra la aplicación práctica del factor de ajuste de sustentación en la deriva acumulada de las trayectorias balísticas.
- **Simulación con diferente altura entre punto de disparo y objetivo:** Demuestra la capacidad del simulador para caracterizar disparos en desnivel.

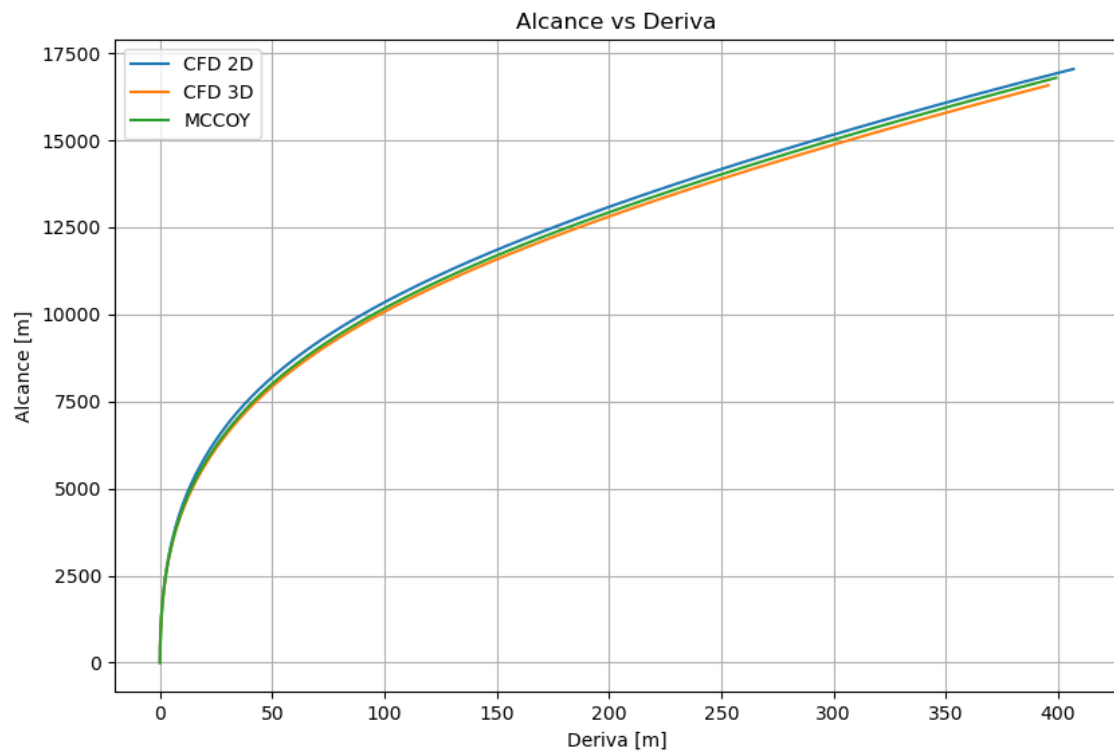
4.1 Simulación nominal

Con el fin de establecer un punto de referencia inicial, se ha definido un escenario nominal caracterizado por condiciones atmosféricas estándar (ISA), ausencia de viento, un ángulo de tiro de 782.22 milésimas (44°), velocidad en boca definida en el Capítulo 1 (684 m/s), los datos del obús pertenecen al modelo M198 Howitzer [29] y los datos balísticos del proyectil M107HE [30] [17]. Este caso representa las condiciones de disparo más simples permitiendo comparar de

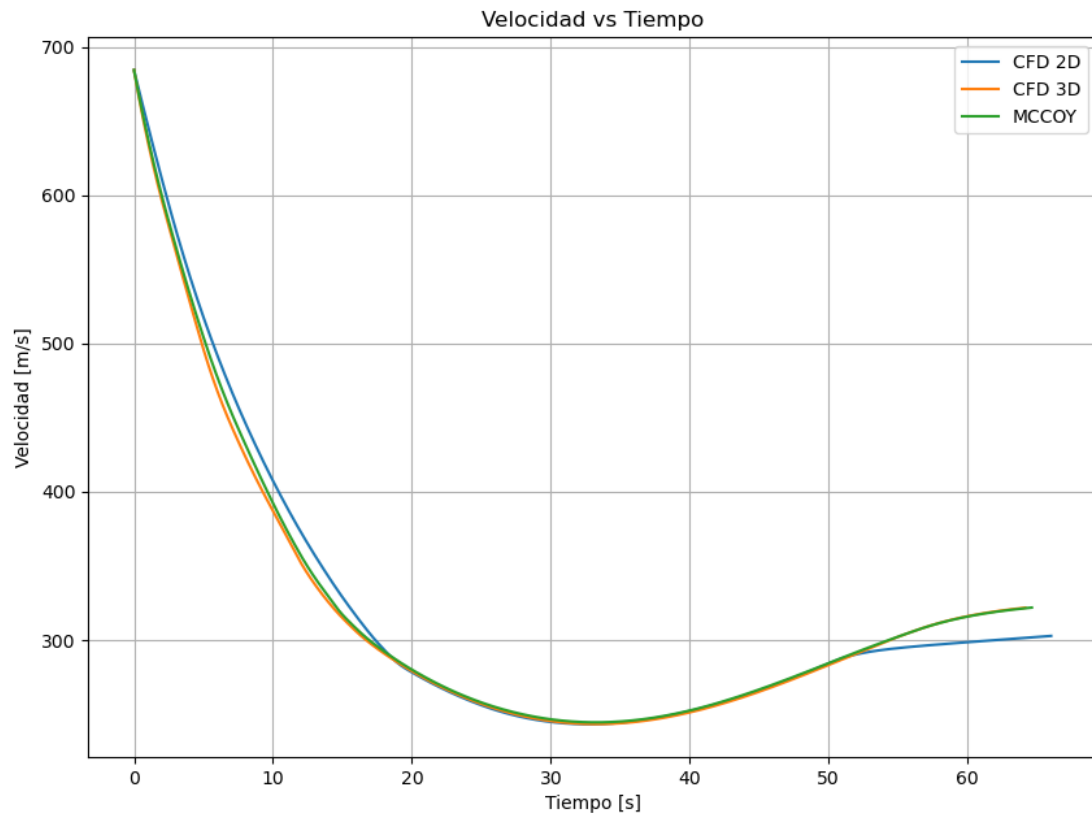
manera directa los resultados obtenidos al emplear diferentes conjuntos de coeficientes aerodinámicos.



Gráfica 4. Comparación de trayectorias entre CFD 2D, 3D y McCoy.



Gráfica 5. Desviación lateral acumulada de los coeficientes CFD 2D, 3D y McCoy.



Gráfica 6. Evolución de la velocidad en vuelo del disparo nominal CFD 2D, 3D y McCoy.

En primer lugar, se puede observar que las trayectorias obtenidas tanto con los coeficientes provenientes de las simulaciones numéricas como los coeficientes proporcionados por McCoy presentan sentido físico y concuerdan con un rango aproximado como se puede observar en la Figura 40, donde General Dynamics mediante un obús más novedoso (M777) y con cargas modulares (M119A/A2) presentan un alcance estimado de 18.2km. Esta diferencia de unos 1.7km es justificable debido a las mejores prestaciones tanto del obús (827 m/s [31]) como de la potencia explosiva de las cargas modulares.

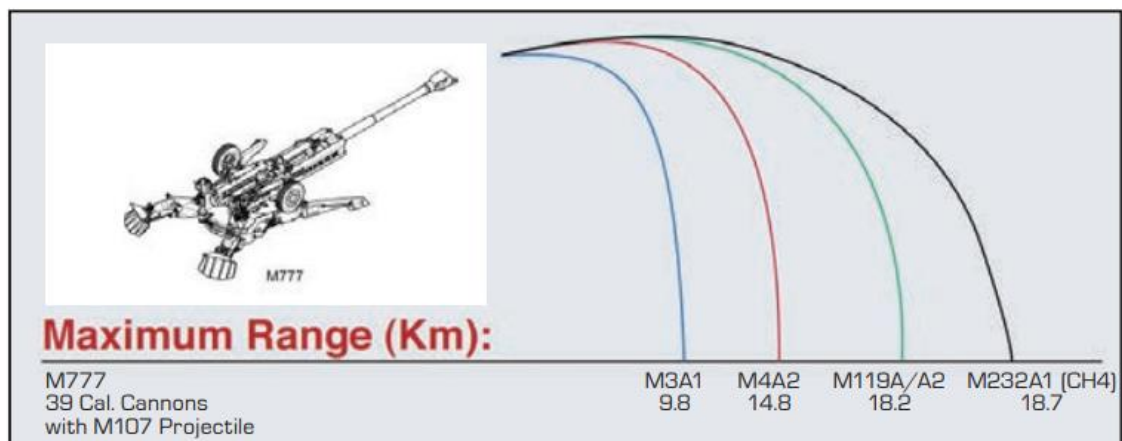


Figura 40. Alcances estimados para un proyectil M107HE disparado con un obús M777. [32]

Con la trayectoria “CFD 2D” se puede observar que presenta la mayor energía remanente en la fase ascendente, y en consecuencia, el apogeo más alto con 5548.35m y el alcance más lejano con 17045.47m, seguido por la trayectoria “MCCOY” y por último la trayectoria “CFD 3D”, siendo apreciables en la Gráfica 4. La desviación lateral acumulada (Gráfica 5) sigue el mismo orden siendo la trayectoria “CFD 2D” unos 7.73m superior a la obtenida con los coeficientes proporcionados por “MCCOY”, y la trayectoria “CFD 3D” se queda 3.54m corta respecto a la trayectoria “MCCOY”. Asimismo, y en consecuencia de los parámetros anteriores, el tiempo de vuelo presenta el mismo orden.

En cuanto a la velocidad (Gráfica 6), los 3 casos muestran el patrón esperado, una desaceleración rápida hasta los 250 m/s tras 30-35s de vuelo, seguida de una recuperación parcial en descenso. No obstante, se puede observar que la velocidad de la trayectoria “CFD 2D” mantiene mayor velocidad en los primeros 15s, indicando un menor drag supersónico (como se refleja en la Figura 28) mientras que termina con menor velocidad terminal que las trayectorias “CFD 3D” y “MCCOY”, reflejando ese incremento de resistencia en el régimen subsónico.

Tomando la trayectoria “MCCOY” como referencia, se puede observar en la Tabla 15 que la trayectoria “CFD 2D” presenta una sobreestimación total de las variables de un 2.24% mientras que la trayectoria “CFD 3D” presenta una subestimación total de las variables de un 1.10%.

Tabla 15. Desviación relativa de las trayectorias CFD vs MCCOY

CFD 2D				
Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]	TOTAL
1.50%	1.94%	3.36%	2.15%	2.24%
CFD 3D				
Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]	TOTAL
-1.29%	-0.89%	-1.50%	-0.73%	-1.10%

En la Tabla 16 se puede observar un resumen de los resultados obtenidos en el disparo nominal donde se han simulado trayectorias con coeficientes CFD 2D, 3D y MCCOY.

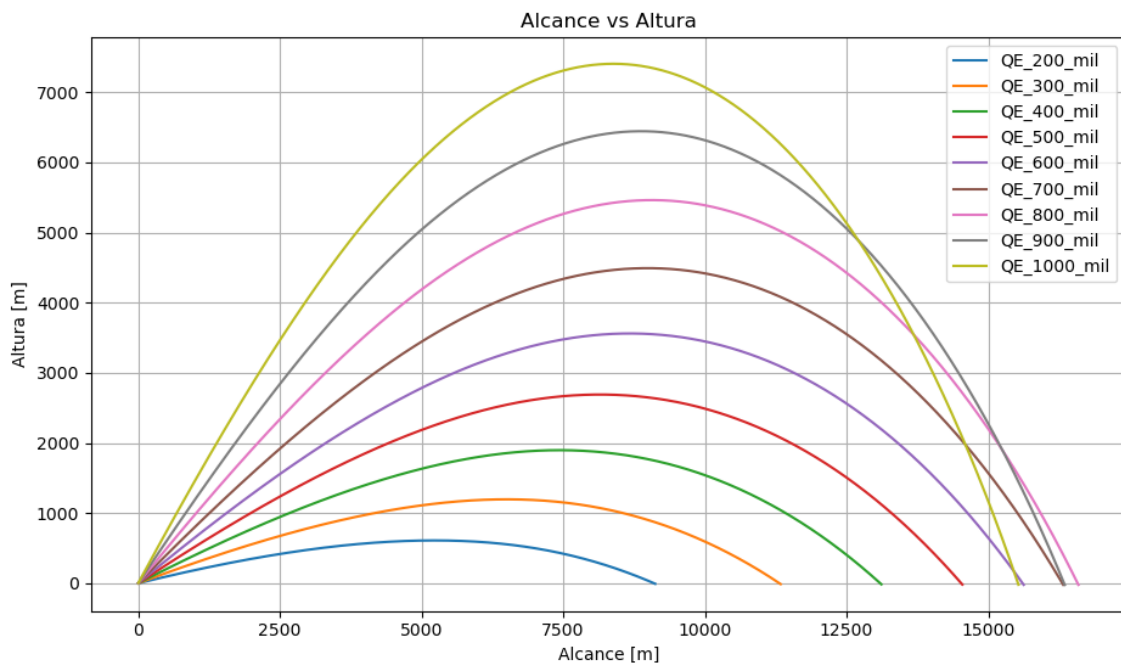
Tabla 16. Resumen de resultados del disparo nominal.

CFD 2D			
Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]
17045.47	406.93	5548.35	66.03
CFD 3D			
Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]
16576.96	395.66	5287.35	64.17
McCoy			
Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]
16793.46	399.20	5368.13	64.64

4.2 Barrido de simulaciones con distinta elevación

Con el objetivo de analizar de forma más completa el comportamiento balístico del proyectil, se ha realizado un conjunto de simulaciones variando el ángulo de elevación de disparo, expresado en milésimas OTAN.

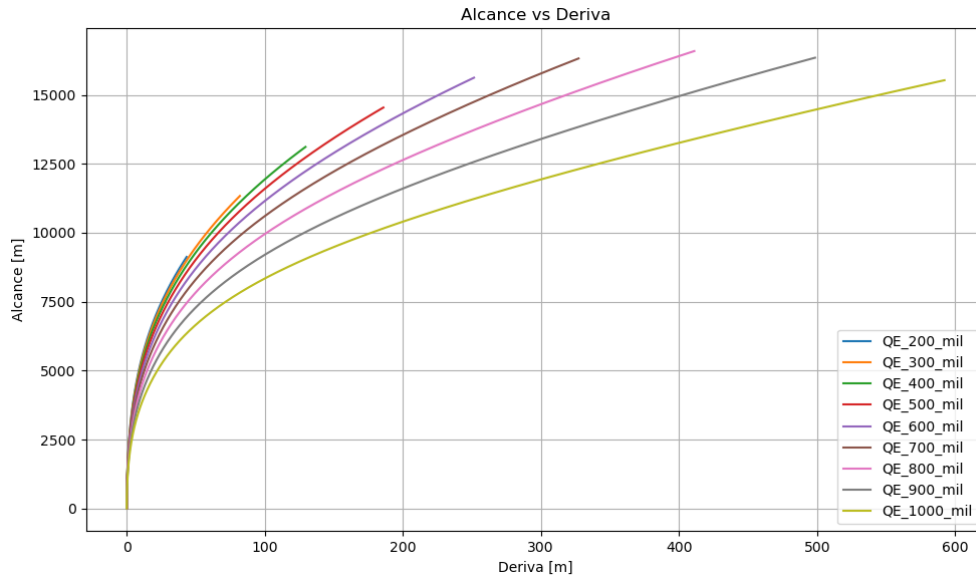
En la Gráfica 7 se pueden observar las trayectorias balísticas obtenidas para diferentes ángulos de tiro. Se puede identificar que a bajas elevaciones (200mil-400mil), los proyectiles describen trayectorias tensas, con alturas reducidas y alcances moderados, como se podría esperar de una plataforma de fuego directo. A medida que se incrementa la elevación la altura máxima crece significativamente, alcanzando valores próximos a los 7.5km para una elevación de 1000mil. Sin embargo, el alcance no crece indefinidamente, ya que a partir de un ángulo próximo al de máxima eficiencia balística (600mil-700mil) se produce un descenso progresivo del alcance a pesar del aumento de altura, fenómeno consistente con la existencia de trayectorias de igual alcance a diferentes ángulos de tiro como se observa en las tablas de tiro convencionales.



Gráfica 7. Comparación de trayectorias a distinta elevación de tiro.

En la Gráfica 8 se observa la desviación lateral en función del alcance para el barrido de ángulos de elevación previamente mencionados. Se aprecia que la deriva crece de forma moderada con el alcance, siendo reducida en trayectorias tensas y alcanzando magnitudes mucho mayores en disparos con alta elevación, donde la deriva puede superar con facilidad el medio kilómetro. Este comportamiento se debe al mayor tiempo de vuelo en trayectorias altas, que amplifican la acción de los efectos giroscópicos y aerodinámicos responsables de la deriva lateral. El modelo MPM reproduce la relación esperada entre la estabilidad giroscópica, el tiempo de vuelo y la

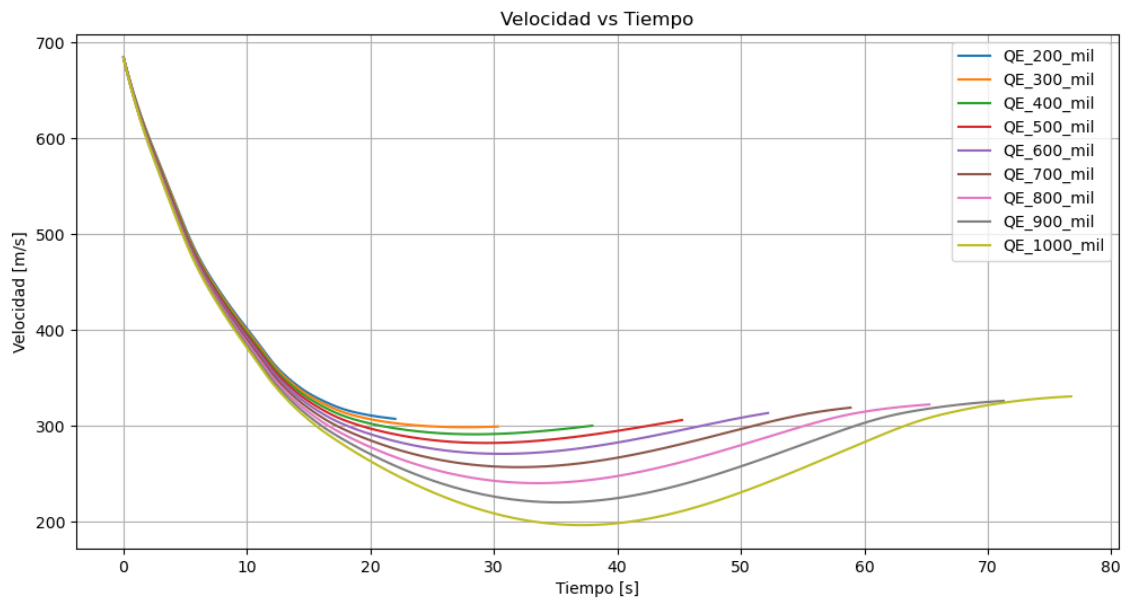
magnitud de la desviación lateral, fenómeno de especial relevancia en los sistemas de apuntamiento de fuego indirecto y en correcciones de tiro en artillería de campaña.



Gráfica 8. Desviación lateral acumulada a distintas elevaciones de disparo.

En la Gráfica 9 se compara la evolución temporal de la velocidad para las diferentes elevaciones de disparo. El proyectil parte con una velocidad inicial de 684 m/s que sufre una rápida desaceleración donde la velocidad se ve reducida hasta los 300 m/s en los primeros 20s, reflejando la fuerte influencia de la resistencia aerodinámica en las fases iniciales del vuelo de proyectiles de 155mm. Posteriormente, las trayectorias muestran un mínimo de velocidad seguido de una recuperación parcial, fenómeno atribuible a la acción de la gravedad durante la fase descendiente del proyectil.

En disparos de ángulo bajo la velocidad mínima se mantiene en valores relativamente altos, mientras que en elevaciones pronunciadas puede descender hasta 200 m/s antes de aumentar de nuevo. Con esta información se puede concluir que para disparos de alta elevación el proyectil presentará menor energía cinética en el apogeo, y un ángulo de caída mayor. Este último valor presenta gran relevancia debido a que un bajo ángulo de caída puede provocar un rebote del proyectil con la zona de impacto.

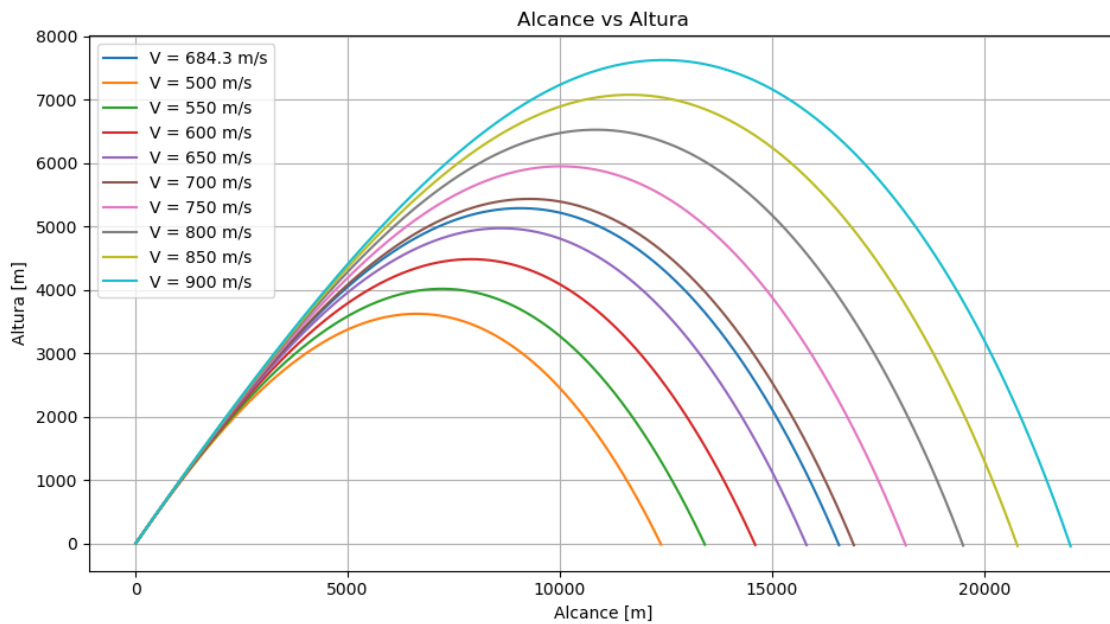


Gráfica 9. Comparación de velocidades a distintas elevaciones de disparo.

4.3 Barrido de simulaciones con distinta velocidad inicial

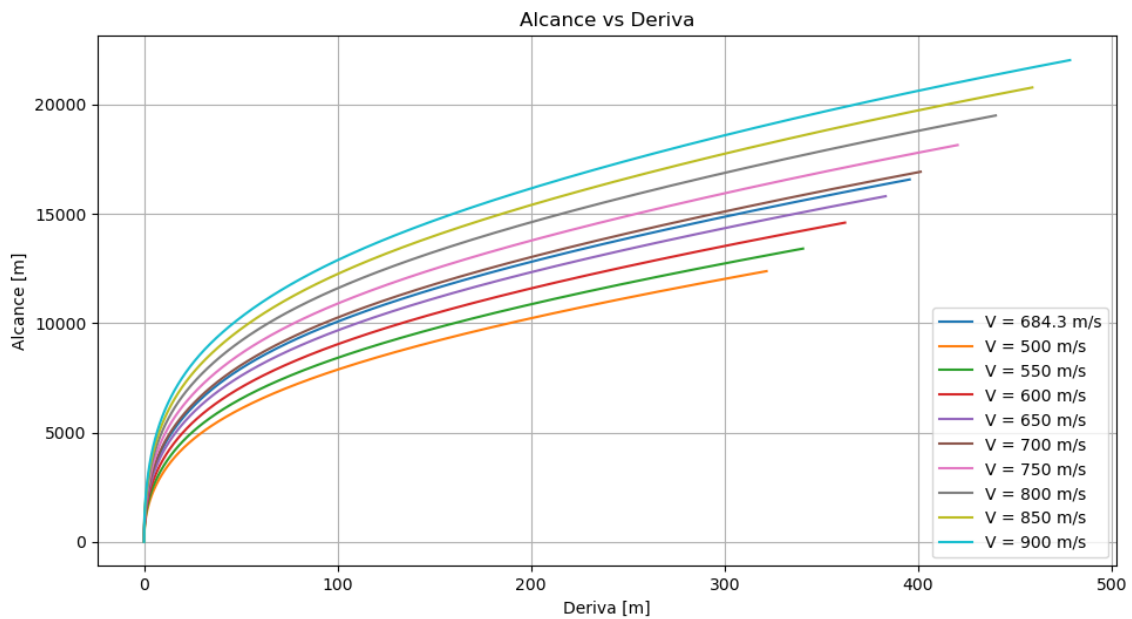
Con el objetivo de analizar la influencia de la velocidad en boca sobre el comportamiento balístico del proyectil se ha realizado un barrido en el que se consideran distintas velocidades iniciales, comprendidas entre 500 y 900 m/s.

En la Gráfica 10 se observa la variación de las trayectorias para distintas velocidades iniciales. Un incremento de la velocidad en boca produce un aumento significativo tanto del alcance como de la altura máxima. Para valores bajos (500-600 m/s) se alcanzan alturas inferiores a los 5km y alcances entre 12-15 km, mientras que para valores elevados (850-900 m/s) se alcanzan altitudes de 7.5km y distancias próximas a los 23km. La tendencia muestra un crecimiento no lineal, ya que el efecto del arrastre aerodinámico se intensifica a altas velocidades, moderando el incremento del alcance respecto al aumento de velocidad. Es necesario destacar que por norma general es complicado aumentar la velocidad en boca del proyectil ya que va ligado únicamente a las propiedades físicas del obús desde donde se dispare el proyectil. Al ir aumentando el número de cargas modulares se incrementa la velocidad inicial, pero esto conlleva un crecimiento de la presión interna dentro de la recámara del obús. Por este motivo, si se requiere de un aumento del alcance del proyectil se suele tender a modificar dicho proyectil con medidas de asistencia de propulsión por cohete o con base bleed, ya que o bien se genera una fuerza de empuje que permite un mayor alcance, o bien se disminuye la resistencia aerodinámica y aumentan el alcance si poner en riesgo a la tripulación del obús por un aumento significativo de la presión interna.



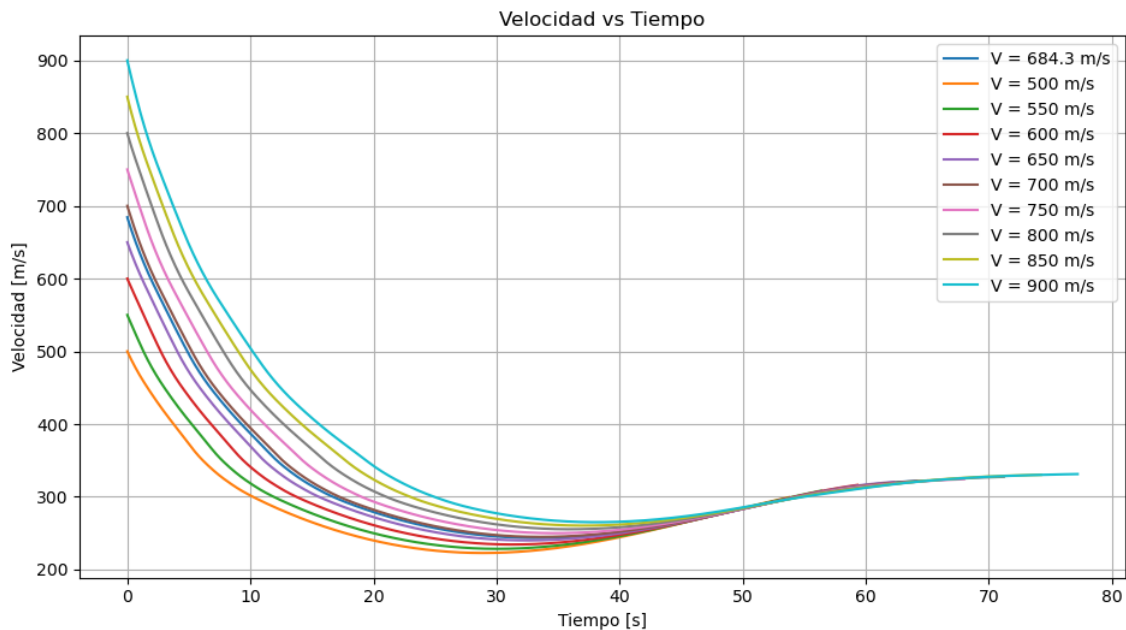
Gráfica 10. Trayectorias balísticas para distintas velocidades en boca.

En la Gráfica 11 se observa la deriva lateral en función del alcance para distintas velocidades iniciales. Se observa que a mayor velocidad se obtiene un mayor alcance, pero también una mayor deriva acumulada. Este efecto responde al incremento del tiempo total de vuelo para trayectorias más largas, que amplifica las perturbaciones laterales. Estos resultados evidencian la importancia de considerar la deriva como una variable altamente dependiente de la velocidad inicial.



Gráfica 11. Deriva lateral en función del alcance para distintas velocidades en boca.

En la Gráfica 12 se representa la evolución de la velocidad con el tiempo para el conjunto de velocidades iniciales simuladas. Se aprecia que, aunque el valor inicial de velocidad varía, todas las simulaciones presentan un comportamiento similar, una rápida pérdida de velocidad en los primeros segundos de vuelo debido al arrastre, seguida de una fase mínima de velocidad y una recuperación parcial durante el descenso. Las trayectorias de menor velocidad inicial muestran pérdidas menos abruptas y alcanzan valores mínimos en torno a 220-250 m/s, mientras que las de mayor velocidad experimentan caídas más pronunciadas.



Gráfica 12. Evolución temporal de la velocidad para distintas velocidades de salida.

4.4 Barrido de simulaciones con distinto peso del proyectil

Uno de los parámetros que más suele variar en las campañas de tiro es el peso del proyectil. Ya que en dichas campañas los eventos de disparos se suceden en pocos minutos y la preparación de estas conlleva un complejo conjunto de tareas, el peso del proyectil se suele estimar según el marcado amarillo que presentan estos en la parte próxima a la espoleta. Esto se puede evidenciar en la Figura 41. Estos cuadrados presentan una estimación de peso por cuadrado pintado, es decir, a más cuadrados pintados se asume que el proyectil pesa una cierta cantidad más que el estándar. Por este motivo se ha decidido estudiar con el simulador MPM la sensibilidad de las trayectorias a las variaciones de peso del proyectil.

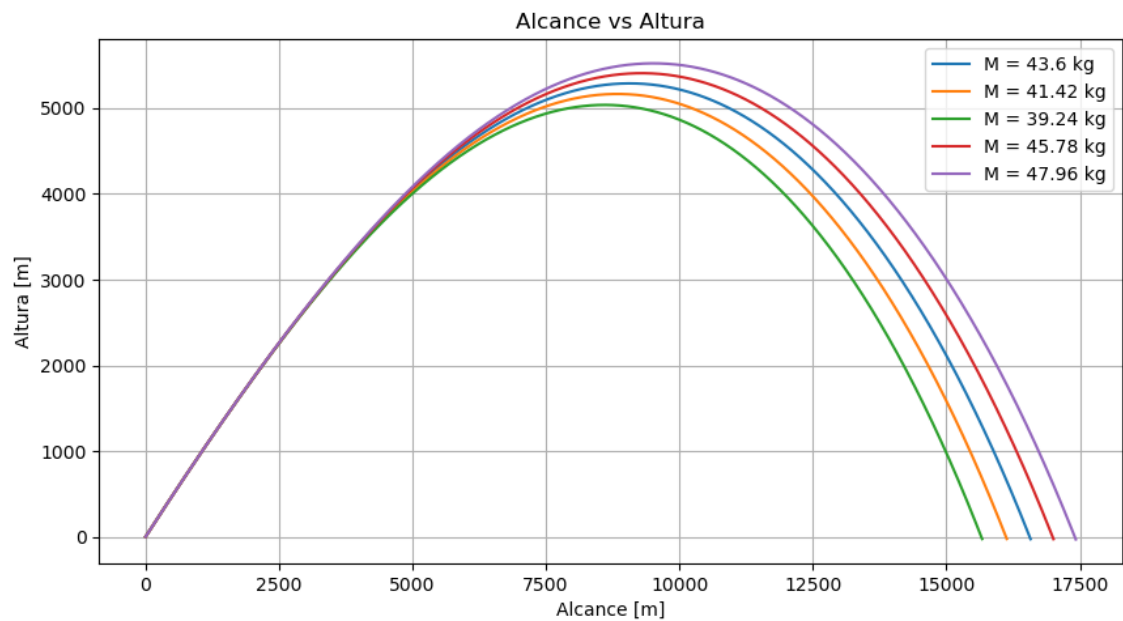


Figura 41. Proyectiles M107 con el marcado característico. [33]

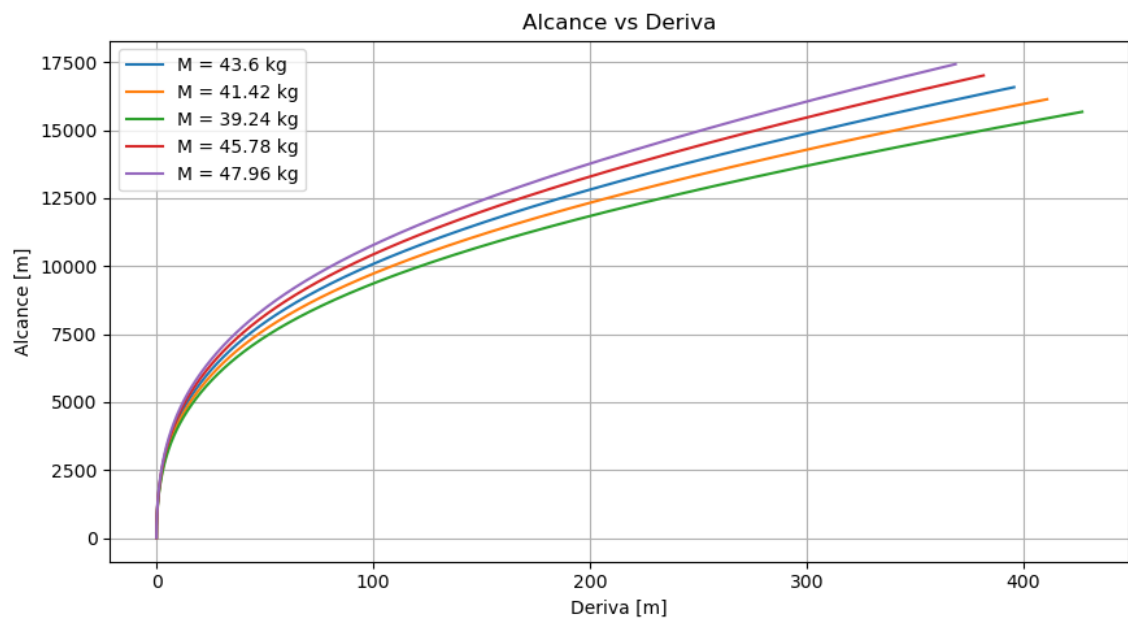
Se ha decidido variar la masa del proyectil un 5% y un 10% para poder visualizar correctamente los resultados. Además, se presentan las mismas condiciones de disparo nominal mencionadas en los apartados anteriores.

En la Gráfica 13 se observa que al incrementar la masa del proyectil la trayectoria se alarga ligeramente y alcanza mayores alturas máximas. Esto se debe a que, aunque el ángulo de elevación y las condiciones iniciales son las mismas, un proyectil más pesado presenta mayor resistencia a las perturbaciones aerodinámicas debido a su inercia, lo que retrasa la desaceleración de este, y por ello puede mantener una velocidad más alta durante el vuelo como se puede ver en la Gráfica 15.

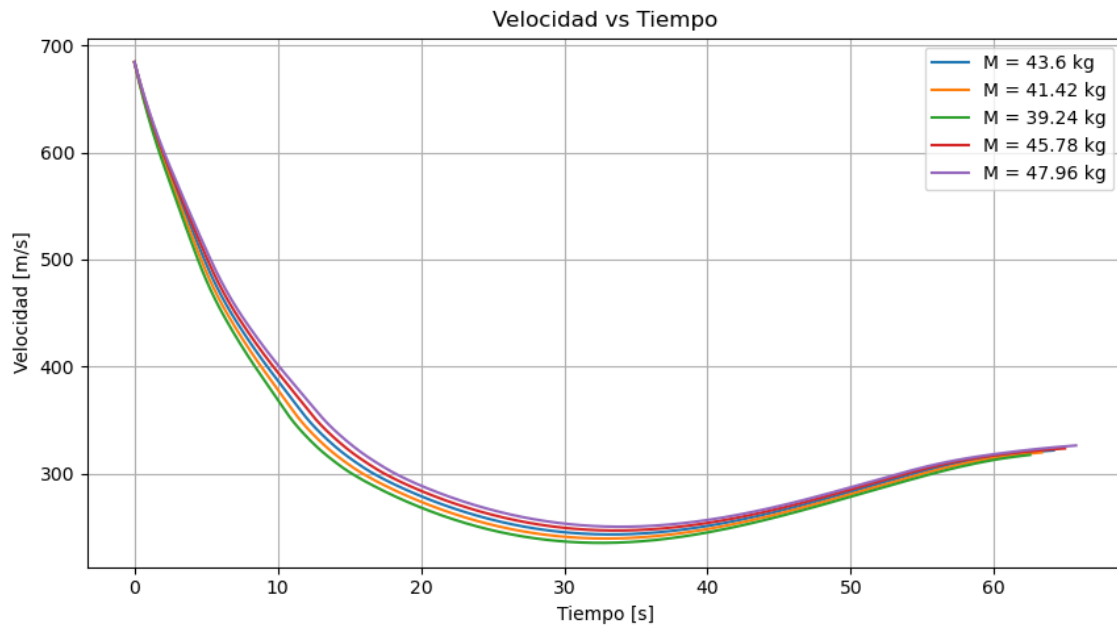
Por otra parte, un proyectil con mayor peso presenta menor deriva acumulada que un proyectil más ligero como se puede observar en la Gráfica 14. Esto también se debe a que los efectos laterales generados por las fuerzas aerodinámicas son menores en proyectiles de mayor peso debido a este incremento de masa.



Gráfica 13. Trayectorias simuladas con variaciones de masa del proyectil

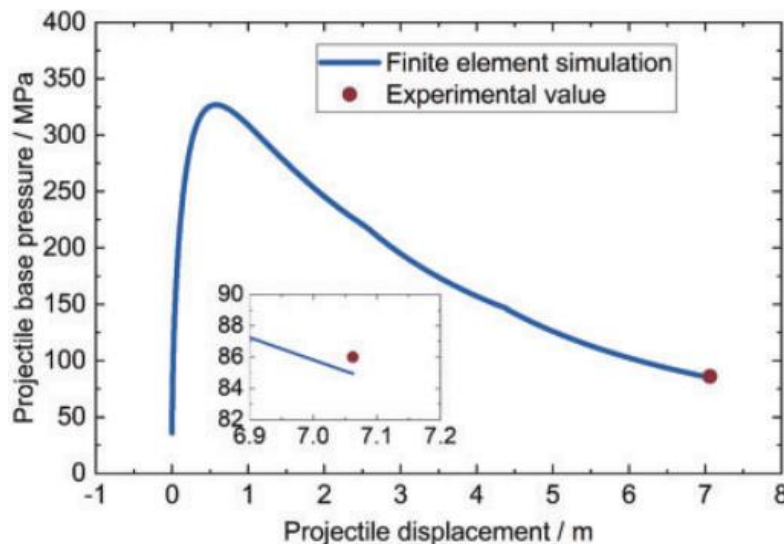


Gráfica 14. Derivas acumuladas para simulaciones con variaciones de masa del proyectil



Gráfica 15. Variación de la velocidad para distintas configuraciones de masa del proyectil

Todas estas simulaciones, generadas con el MPM, están despreciando los efectos de balística interna. Esto significa que, aunque no lo recoge el modelo, un incremento en la masa del proyectil incrementará la presión interna de la recámara del obús pudiendo alcanzar valores máximos de 350MPa en la base del proyectil en el interior del tubo, como se puede observar en la Gráfica 16 proveniente del estudio propuesto por Xie J [34].



Gráfica 16. Presión de base del proyectil a lo largo del cañón del obús. [34]

Como se puede observar en la Tabla 17, una variación negativa del peso del proyectil se traduce en una desviación del 5.47% en alcance y un 7.94% en deriva de los resultados. Esto implica que la medición errónea del peso del proyectil puede desembocar en una desviación de 906m en alcance y 31m respecto a las simulaciones nominales, por lo que se puede concluir que la masa del proyectil es un valor con gran sensibilidad dentro del modelo MPM.

Tabla 17. Resultados del barrido de simulaciones con variación de masa

Porcentaje de variación de masa	-10%	-5%	0%	5%	10%
Variación de alcance [%]	5.47%	2.69%	0%	2.59%	5.11%
Variación de alcance [m]	-906.86	-445.22	0	429.41	847.28
Alcance simulado [m]	15670.12	16131.76	16576.98	17006.39	17424.26
Variación de deriva [%]	7.94%	3.85%	0%	3.56%	6.83%
Variación de deriva [m]	31.4	15.23	0	-14.09	-27.02
Deriva simulada [m]	427.05	410.88	395.65	381.56	368.63

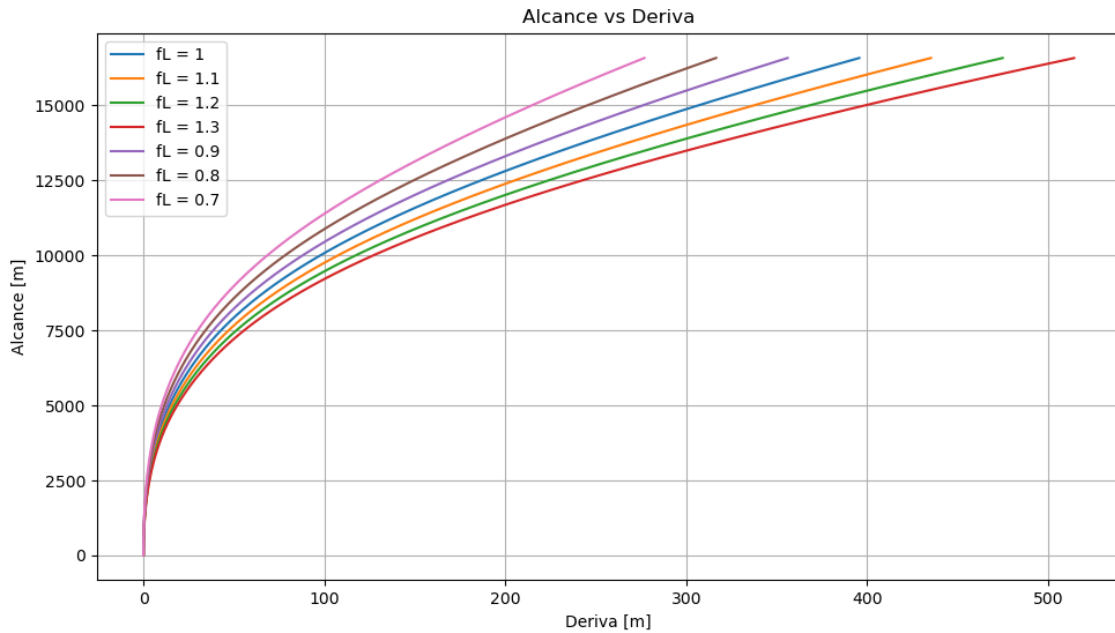
4.5 Barrido de simulaciones con distintos factores de ajuste de sustentación

Como se ha comentado en el Capítulo 2.1.3.3, las principales ecuaciones gobernantes de las fuerzas modelo MPM presentan factores de ajuste. Estos factores son de gran utilidad ya que a partir de datos experimentales o campañas de tiro se pueden modificar para ajustar la trayectoria de los disparos al comportamiento real del proyectil en vuelo.

El factor de ajuste de la fuerza de sustentación denominado fL permite realizar modificaciones de la desviación lateral de la trayectoria sin perjudicar en gran medida el alcance del proyectil. Suele ser bastante útil para cuadrar disparos en los que ya se haya realizado un apuntamiento erróneo o que las propias condiciones ambientales como grandes ráfagas de viento hayan modificado la trayectoria del proyectil.

En otras ocasiones también se utiliza al no poder alcanzar una correcta caracterización aerodinámica del proyectil y de esta forma se corrigen las trayectorias preliminares.

El valor estándar de este factor de ajuste es 1 según el STANAG 4355, y se puede observar en la Gráfica 17 como se modifica la deriva mientras se mantienen el alcance y velocidades en un rango muy parecido al del disparo nominal.



Gráfica 17. Barrido de factores de ajuste de sustentación para corrección de deriva

En la Tabla 18 se pueden observar los distintos alcances y derivas obtenidas variando el factor de ajuste.

Tabla 18. Resultados del barrido de simulaciones con variación de factor de ajuste de fuerza de sustentación

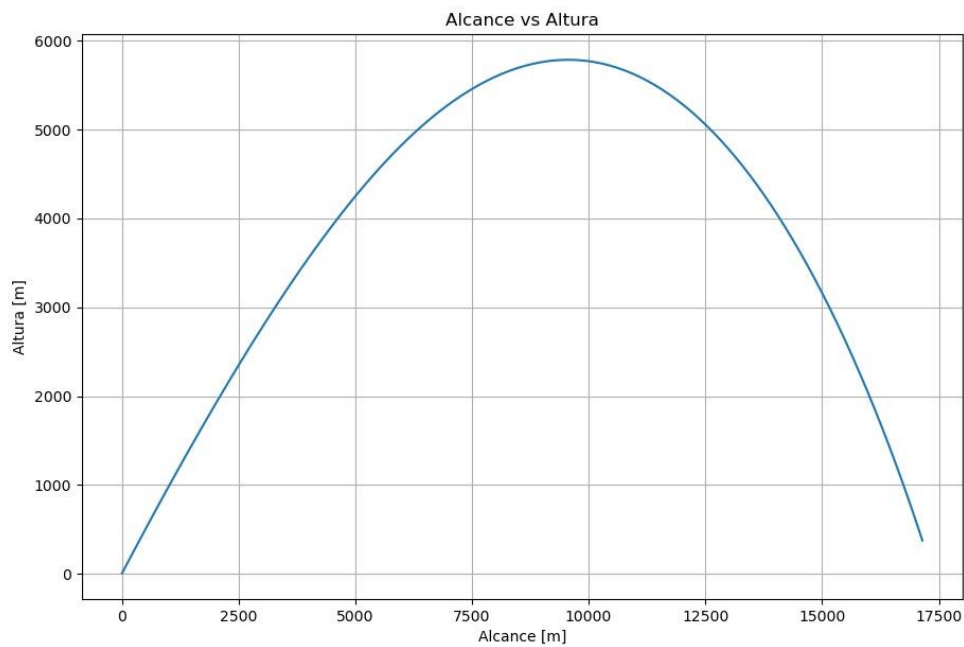
Factor de ajuste de sustentación				
fL	Alcance [m]	Deriva [m]	Apogeo [m]	Tiempo de Vuelo [s]
0.7	16577.31	276.9	5286.49	64.15
0.8	16577.92	316.51	5286.74	64.16
0.9	16576.66	356.04	5287.02	64.16
1	16576.98	395.65	5287.33	64.17
1.1	16577.14	435.28	5287.68	64.18
1.2	16577.16	474.91	5288.05	64.19
1.3	16575.32	514.41	5288.47	64.19

4.6 Simulación con diferente altura entre punto de disparo y objetivo

Otra funcionalidad que presenta el simulador es la capacidad de simular el escenario en el que el punto de disparo y el objetivo no se encuentra a la misma altura. Esta funcionalidad es realmente útil ya que simula condiciones reales de tiro que puede permitir realizar estimaciones en las correcciones de apuntamiento en cuanto a alcance y deriva.

En la Gráfica 18, se puede observar una diferencia de altura de 400m en donde el objetivo se encuentra en una posición superior al punto de disparo. En las tablas de tiro militares existen

conversiones para poder realizar apuntamientos para objetivos a distinta altura. Con esta funcionalidad el simulador puede ser empleado no solo para la predicción de trayectorias sino para la generación de tablas de tiro simuladas.



Gráfica 18. Simulación con diferencia de altura entre posición de disparo y objetivo

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 Conclusiones

El objetivo principal de este proyecto es el diseño de un simulador MPM para realizar simulaciones de baja fidelidad orientado al análisis preliminar de proyectiles de artillería. Este simulador es capaz de integrar coeficientes aerodinámicos procedentes de CFD o literatura para analizar de forma rápida las prestaciones de un proyectil de 155mm estabilizado por giro (M107HE). Se ha elegido este modelo de proyectil ya que presenta una geometría convencional de proyectil de artillería y además existen varios estudios que proporcionan los datos balísticos necesarios para inicializar el simulador.

Se ha conseguido implementar el simulador en un lenguaje de programación Python con arquitectura modular y se ha alimentado con coeficientes obtenidos mediante resultados de la literatura y simulaciones CFD. La motivación y alcance (herramienta ágil y de bajo coste para fases tempranas) quedan reflejados y soportados en la memoria del proyecto.

Los resultados numéricos obtenidos en el simulador muestran tendencias físicas coherentes.

Existe una diferencia de 216m en alcance entre los coeficientes obtenidos mediante simulación frente a los coeficientes obtenidos de la referencia. Las diferencias en deriva, apogeo y tiempo de vuelo son moderadas, lo que confirma la sensibilidad de la solución al arrastre aerodinámico y la consistencia global del modelo. Asimismo, el análisis de errores frente a datos de referencia arroja una desviación media del CD_0 del 33.7% para el caso 2D y del 12.8% para el caso 3D, con disparidad por regímenes (mayor en el tramo transónico 0.9-0.95 y seguido por el tramo supersónico), lo que justifica el empleo del simulador para tendencias más que para predicción absoluta sin calibración. El barrido de elevaciones reproduce el patrón esperado, alcances máximos próximos al ángulo de elevación de máxima eficiencia (600-700mil), incremento de apogeo con la elevación y derivas acumuladas mayores en tiros altos por el aumento en tiempo de vuelo. Asimismo, se ha podido concluir que en disparos con alta elevación el proyectil presenta menor energía cinética de impacto y un ángulo de caída mayor, disminuyendo la posibilidad de rebote con el terreno debido a la pérdida de velocidad horizontal por el arrastre asumiendo disparo nivelado.

El barrido de velocidades en boca ha permitido identificar el crecimiento no lineal que existe entre la velocidad inicial y el alcance del proyectil. La evolución de la velocidad evidencia una fuerte desaceleración inicial por arrastre, seguida de un mínimo y una recuperación parcial en la fase descendente, coherente con la conversión potencial-cinética. Además, se ha podido concluir que la masa del proyectil es un parámetro de gran interés en la predicción de trayectorias balísticas ya que una reducción del 10% de la masa del proyectil se traduce en una desviación de 5.47% en alcance y un 7.94% en deriva, afectando en gran medida a la precisión del sistema y concluyendo que los proyectiles con mayor masa más presentan una menor sensibilidad a las fuerzas aerodinámicas debido al incremento su inercia.

En cuanto a limitaciones, el modelo implementado adopta hipótesis deliberadas para mantener el coste bajo: aproximación del ángulo de ataque (sin dinámica transitoria), Magnus y spin tratados de forma simplificada y geometría con banda de forzamiento idealizada. Además, no se ha podido realizar una validación con campañas de tiro debido a la naturaleza confidencial de los datos. Estas restricciones explican parte de las discrepancias con datos experimentales y orientan claramente las líneas de mejora.

Se han encontrado diferencias notables entre los resultados 2D frente a los resultados 3D. Como era de esperar, las simulaciones 3D presentan mayor similitud frente a los datos experimentales, lo que significa que existen fenómenos físicos como el flujo tridimensional que influye en la solución. A través de la caracterización 3D y la comparación de estos resultados con estudios similares se ha podido concluir que las simulaciones numéricas en 2D no modelizan correctamente el comportamiento del flujo, dificultando el estudio aerodinámico de proyectiles mediante licencia gratuita. Además, se han encontrado dificultades para realizar un mallado eficiente en la banda de forzamiento realista, teniendo que adoptar una simplificación para poder emplear dicha licencia gratuita. Por otra parte, las simulaciones numéricas en 2D han generado un coste computacional de 6h frente a las 64h de las simulaciones parciales 3D, teniendo que emplear un tiempo estimado de 13 días para poder obtener un set completo de coeficientes mediante una plataforma de 96 núcleos, con una sola licencia realizando simulaciones secuencialmente.

El simulador es capaz de medir de forma cualitativa la sensibilidad de los parámetros de interés tales como la masa, elevación y velocidad en boca entre otros. Esta funcionalidad, sumada a la capacidad de predicción de trayectorias, capacidad de refinamiento mediante los factores de ajuste y a la simulación de disparos a distinta altura entre la zona de disparo y el objetivo dotan al simulador de un valor añadido, especialmente en la definición de requisitos. El reducido tiempo de simulación (2 simulaciones por minuto) permite realizar un gran número de pruebas para poder justificar distintos requisitos balísticos tales como alcance esperado o máxima variación de peso permitido, superando con creces la eficiencia computacional del modelo 6DOF (0.4 simulaciones por minuto). El otro valor añadido de este simulador es que debido a este bajo coste computacional se pueden generar tablas de tiro preliminares con el fin de realizar apuntamientos estimados

Este trabajo de Fin de Máster entrega una primera aproximación de una herramienta de bajo coste que combina CFD y MPM para caracterizar un proyectil M107HE, útil para estudios de sensibilidad y análisis de tendencias en fases iniciales de diseño de forma rápida. Sin embargo, es preciso señalar que esta herramienta aún no ha sido sometida a un proceso de validación.

5.2 Posibles aplicaciones prácticas

La herramienta propuesta es adecuada para fases tempranas del ciclo de diseño de un proyectil, donde se requiera explorar rápidamente el efecto de cambios geométricos (ojiva, culote y banda) siempre que se disponga de licencia de un software balístico (PRODAS, RASAERO, AEROFI

o MCDRAG) , condiciones de tiro, (elevación, velocidad en boca, masa del proyectil) y ambiente (atmósfera ISA, viento) sin incurrir en el coste de modelos 6DOF, campañas extensas de CFD o ensayos en túnel de viento. Asimismo, se plantea la posibilidad de emplear los datos obtenidos en campañas de tiro, puesto que estos ensayos sobre terreno pueden presentar información relevante para realizar ajustes en el simulador.

Además, puede servir de apoyo a MBSE en la generación de curvas de sensibilidad y “envelopes” de prestaciones para munición no guiada. Asimismo, puede servir como herramienta para la obtención de tablas de tiro preliminares y soporte a la planificación de campañas de tiro. Todas estas aplicaciones están alineadas con la orientación de bajo coste/baja fidelidad que el propio documento defiende para maximizar la eficiencia en etapas tempranas.

5.3 Propuestas para futuras investigaciones

Partiendo de las limitaciones identificadas y de las necesidades habituales en integración balística, uno de los puntos de desarrollo es la obtención de un set completo de coeficientes mediante la simulación total de 3D para la validación de la metodología. Del mismo modo, el acceso a resultados de túnel de viento o campañas de disparo del proyectil M107HE podrían servir como herramientas de validación o mejora del simulador.

Otro punto de desarrollo es la generación de coeficientes con la banda de forzamiento realista y observar el impacto que presenta la simplificación asumida en el proyecto en las simulaciones numéricas.

Por otro lado, el simulador podría ser comparado con un simulador de 6DOF para poder observar las diferencias que presentan entre ambos y poder dimensionar el trade-off que existe entre el uso de un tipo de simulador u otro. Adicionalmente se puede mejorar el simulador MPM mediante la implementación de las ecuaciones para considerar Base-Bleed o RAP.

Para poder optimizar el bajo tiempo de simulación que permite el MPM, se podrían emplear herramientas de cálculo rápido de coeficientes aerodinámicos como PRODAS, AEROFI o MCDRAG, todos sujetos al carácter militar de su uso, con licencia necesaria) y con los problemas de exportación que esto conlleva.

Por último, se podría adaptar el simulador al STANAG 4355 para poder realizar simulaciones con coeficientes aerodinámicos validados y de esta forma generar tablas de tiro para municiones de nuevo diseño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] “balístico, balística | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.” Accessed: Mar. 03, 2025. [Online]. Available: <https://dle.rae.es/bal%C3%ADstico>
- [2] “(PDF) Resolving the conflict between design and manufacturing: Integrated Rapid Prototyping and Rapid Tooling (IRPRT).” Accessed: May 03, 2025. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/264233193_Resolving_the_conflict_between_design_and_manufacturing_Integrated_Rapid_Prototyping_and_Rapid_Tooling_IRPRT
- [3] “Revista_Ejercito_956_extra.” Accessed: Mar. 04, 2025. [Online]. Available: https://publicaciones.defensa.gob.es/pprevistas/REVISTAS_PAPEL21864/page_52.html
- [4] “Rheinmetall proveerá munición de artillería al Ejército de Tierra español por un total de 208 millones de euros.” Accessed: Mar. 04, 2025. [Online]. Available: <https://www.zona-militar.com/2024/03/14/rheinmetall-proveera-municion-de-artilleria-al-ejercito-de-tierra-espanol-por-un-total-de-208-millones-de-euros/>
- [5] Defensa.com, “Ucrania recibirá obuses M777 y munición incluyendo la Excalibur - Noticias Defensa defensa.com OTAN y Europa,” 2022, Accessed: May 08, 2025. [Online]. Available: <https://www.defensa.com/otan-y-europa/mas-artilleria-para-ucrania-incluyendo-municiones-precisas>
- [6] “155 mm HE M107 | Msm.sk.” Accessed: May 08, 2025. [Online]. Available: <https://www.msm.sk/en/produkt/155-mm-he-m107-en/>
- [7] Robert. McCoy, “Modern exterior ballistics : the launch and flight dynamics of symmetric projectiles,” p. 328, 1999, Accessed: Mar. 03, 2025. [Online]. Available: https://books.google.com/books/about/Modern_Exterior_Ballistics.html?hl=es&id=ay5UPQAACAAJ
- [8] A. Ferfour, T. Allouche, D. D. Jerković, N. Hristov, M. Vučković, and A. Benmeddah, “PREDICTION OF DRAG AERODYNAMIC COEFFICIENT OF THE 155MM PROJECTILE UNDER AXISYMMETRIC FLOW USING DIFFERENT APPROACHES,” *J Serbian Soc Comput Mech*, vol. 17, no. 2, pp. 69–86, 2023, doi: 10.24874/jsscm.2023.17.02.06.
- [9] M. E. Wessam and Z. H. Chen, “Flow Field Investigations and Aerodynamic Characteristics of Artillery Projectile,” *Proceedings of the 2015 International Conference on Electrical, Automation and Mechanical Engineering*, vol. 13, May 2015, doi: 10.2991/EAME-15.2015.73.
- [10] D. Siva, K. Reddy, S. Harish, V. K. Padmanabhan, R. Shivram, and B. Karthikeyan, “Numerical Prediction of aerodynamic coefficients of a supersonic spinning artillery projectile”.

- [11] “155mm M107 shell configuration | Download Scientific Diagram.” Accessed: May 06, 2025. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/figure/mm-M107-shell-configuration_fig1_283055036
- [12] “modelo 3d Proyectil militar de proyectil de artillería de 155 mm. - TurboSquid 2210700.” Accessed: May 06, 2025. [Online]. Available: <https://www.turbosquid.com/es/3d-models/3d-artillery-shell-military-projectile-155mm-2210700>
- [13] M. Khalil, H. Abdalla, and O. Kamal, “Dispersion Analysis for Spinning Artillery Projectile”.
- [14] “Las ventajas de las pistolas de tanques de ánima lisa.” Accessed: May 08, 2025. [Online]. Available: <https://es.topwar.ru/151390-o-preimuschestvah-gladkostvolnyh-tankovyh-pushek.html>
- [15] “EQUATIONS OF MOTION FOR A MODIFIED POINT MASS TRAJECTORY by Robert F. Lieske Mary L. Reiter”.
- [16] “A Study of Artillery Shell Drift at High Angle of Fire Using Solar Aspect ... - W. Z. Collings - Google Libros.” Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: https://books.google.es/books/about/A_Study_of_Artillery_Shell_Drift_at_High.html?id=xMJGAQAACAAJ&redir_esc=y
- [17] M. Khalil, H. Abdalla, and O. kamal, “Dispersion Analysis for Spinning Artillery Projectile,” *International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology*, vol. 13, no. AEROSPACE SCIENCES, pp. 1–12, May 2009, doi: 10.21608/ASAT.2009.23740.
- [18] National Oceanic and Atmospheric Administration, “U.S. STANDARD ATMOSPHERE, 1976.” Accessed: Apr. 03, 2025. [Online]. Available: https://www.ngdc.noaa.gov/stp/space-weather/online-publications/miscellaneous/us-standard-atmosphere-1976/us-standard-atmosphere_st76-1562_noaa.pdf
- [19] “Fourth Order Runge-Kutta.” Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: <https://lpsa.swarthmore.edu/NumInt/NumIntFourth.html>
- [20] “Runge-Kutta method”.
- [21] “Diseño de Tablas de Tiro Utilizando el Modelo Modificado de Masa Puntual | Revista de Marina.” Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: <https://revistamarina.cl/es/articulo/disenio-de-tablas-de-tiro-utilizando-el-modelo-modificado-de-masa-puntual>
- [22] “Rheinmetall and Northrop Grumman: Improved artillery ammunition | SPARTANAT.” Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: <https://spartanat.com/en/rheinmetall-und-northrop-grumman-verbesserte-artilleriemunition>

- [23] ANSYS Training Course, Available: <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-fluent>
- [24] M. A. Dali and S. Jaramaz, "OPTIMIZATION OF ARTILLERY PROJECTILES BASE DRAG REDUCTION USING HOT BASE FLOW," vol. 23, no. 1, pp. 353–364, doi: 10.2298/TSCI180413210D.
- [25] S. Chang and D. Li, "Aerodynamic Coefficients of a Microspoiler for Spin-Stabilized Projectiles," *J Spacecr Rockets*, vol. 60, no. 3, pp. 991–1009, May 2023, doi: 10.2514/1.A35566.
- [26] D. Siva Krishna Reddy *et al.*, "Prediction of Drag Coefficient of a Base Bleed Artillery Projectile at Supersonic Mach number The Influence of Magnetic Fields on the Operational State and Velocity of Smart Projectiles Multi-fidelity drag prediction for base bleed projectile", doi: 10.1088/1757-899X/973/1/012033.
- [27] H. Belaidouni, S. Živković, and M. Samardžić, "Numerical Simulations in Obtaining Drag Reduction for Projectile with Base Bleed," *Scientific Technical Review*, vol. 66, no. 2, pp. 36–42, 2016.
- [28] K. Torangatti and D. Basawaraj, "DRAG PREDICTION AND VALIDATION OF STANDARD M549, 155mm PROJECTILE," *International Journal of Engineering Research and Reviews*, vol. 2, pp. 26–32, Accessed: Jul. 20, 2025. [Online]. Available: www.researchpublish.com
- [29] "155mm M198 | Weaponsystems.net." Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: https://weaponsystems.net/system/47-155mm%2BM198?utm_source=chatgpt.com
- [30] "TM-43-0001-28 Army Data Sheets - Guns, Howitzers, Mortars, Rifles, Gren Launchers & Arty Fuzes : Free Download, Borrow, and Streaming : Internet Archive." Accessed: Aug. 30, 2025. [Online]. Available: <https://archive.org/details/milmanual-tm-43-0001-28-army-data-sheets---guns-howitzers-mortars-rifle/page/n265/mode/2up?q=M107&view=theater>
- [31] "M777." Accessed: Aug. 31, 2025. [Online]. Available: https://armyrecognition.com/military-products/army/artillery-vehicles-and-weapons/towed-howitzer-guns/m777-united-states-uk?highlight=WyJtNzc3Il0%3D&utm_source=chatgpt.com
- [32] High, "Built to US specifications-Conventional standard High Explosive projectile for all current 155mm Howitzers-Low cost munition for general Harassment and Interdiction (H&I) fire missions-Can be loaded to accept both Point Detonating (PD) and Proximity fuzes-Maximum range up to 18.7 Km 155MM 155MM 155MM 155MM 155MM 155MM M107 HE Characteristics," vol. 33716, no. 727, pp. 578–8100, Accessed: Aug. 31, 2025. [Online]. Available: www.gd-ots.com
- [33] "Content Not Found." Accessed: Aug. 27, 2025. [Online]. Available: <https://www.marines.mil/unit/mcbhawaii/PublishingImages/100414-M-5241M-001.jpg>

- [34] J. Xie, G. Yang, L. Wang, and L. Li, “Multi-Stage Multidisciplinary Design Optimization Method for Enhancing Complete Artillery Internal Ballistic Firing Performance,” *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, vol. 140, no. 1, pp. 793–819, 2024, doi: 10.32604/CMES.2024.048174.
- [35] “calibre | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.” Accessed: Aug. 29, 2025. [Online]. Available: <https://dle.rae.es/calibre>
- [36] Israel Morillas, “Aerodynamic Characterisation of a Ballistic Model Through Numerical Simulation of its Free-Flight Motion”