



MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA,
BACHILLERATO, CICLOS, ESCUELAS DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS

ANÁLISIS Y PROPUESTA DE UN PROYECTO PEDAGÓGICO

“Pólvora Triangulada y Fallas Ondeantes”

Presentado por:

JUDITH VIZCAÍNO HILARIO

Dirigido por:

MARTA MÍNGUEZ LUJÁN

CURSO 2023-2024

Resumen

El Trabajo Fin de Máster (TFM) con título "Análisis y Propuesta de un Proyecto Pedagógico. Pólvora triangulada y fallas ondeantes" tiene como objetivo revolucionar la metodología de enseñanza de las matemáticas en el nivel de Bachillerato, haciendo hincapié en la trigonometría. La propuesta se basa en un análisis crítico del Proyecto Pedagógico del IES Albal y presenta mejoras significativas, incluidas nuevas estrategias de aprendizaje y metodologías innovadoras. El TFM plantea una Situación de Aprendizaje que utiliza las Fallas de Valencia como contexto para enseñar trigonometría, permitiendo a los estudiantes modelar situaciones reales como una "mascletá" o un castillo de fuegos artificiales mediante triángulos y funciones trigonométricas. La metodología incluye clases magistrales, juegos educativos, cuestionarios en línea e investigación cooperativa, culminando en el desarrollo de una aplicación móvil que calcula alturas y distancias en la festividad de las Fallas a partir de datos introducidos por el usuario. Este enfoque práctico y contextualizado busca mejorar la comprensión de los estudiantes y hacer las matemáticas más accesibles y relevantes para ellos.

Abstract

The Master's Thesis (TFM) titled "Triangulated Gunpowder and Waving Fallas" aims to revolutionize the teaching methodology of mathematics at the high school level, with a focus on trigonometry. The proposal is based on a critical analysis of the Pedagogical Project of IES Albal and presents significant improvements, including new learning strategies and innovative methodologies. The TFM proposes a Learning Situation that uses the Fallas of Valencia as a context to teach trigonometry, allowing students to model real-life situations such as a "mascletà" or a fireworks display using triangles and trigonometric functions. The methodology includes lectures, educational games, online quizzes, and cooperative research, culminating in the development of a mobile application that calculates heights and distances

in the Fallas festivities. This practical and contextualized approach aims to improve students' understanding and make mathematics more accessible and relevant to them.

Palabras clave: Proyecto Pedagógico, Innovación educativa, Metodologías activas, Bachiller, Situación de Aprendizaje, Trigonometría, Fallas Valencia, AppInventor

Keywords: Pedagogical Project, Educational Innovation, Active Methodologies, Bachiller, Learning Situation, Trigonometry, Valencia Fallas Festivity, AppInventor

Índice

<i>Introducción y Objetivos</i>	12
<i>Marco Legislativo de la Programación</i>	13
<i>Contextualización del Centro Educativo</i>	14
Organigrama.....	17
Contextualización del Grupo Clase	17
<i>Presentación del Proyecto Pedagógico del Departamento, Análisis y Propuestas de Mejora</i>	18
Introducción y Contextualización.....	19
Objetivos.....	19
Competencias Clave y Específicas del Área.....	20
Saberes Básicos	22
Evaluación.....	22
Instrumentos de Evaluación y Criterios de Calificación	23
Metodología.....	24
Medidas de Respuesta Educativa para la Inclusión.....	25
Unidades de Programación.....	25
Actividades Complementarias.....	26
Evaluación Práctica Docente.....	26
<i>Propuesta de Proyecto Pedagógico</i>	27
Objetivos.....	27
Competencias Clave y Perfil de Salida	27

Competencias específicas	27
Unidades Programación y su Distribución Temporal.....	28
Unidades de Programación – SA.....	29
Distribución Temporal a lo Largo del Curso de la Asignatura.....	31
Metodología.....	33
Trabajo cooperativo.....	33
Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....	33
Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).....	33
Aula Invertida (Flipped Classroom)	34
Aprendizaje entre Iguales	34
Metodología 3-2-1	34
Gamificación	34
Proyectos Interdisciplinarios.....	34
Evaluación y Calificación	35
Criterios de Evaluación	35
Instrumentos de Evaluación	35
Criterios de Calificación.....	37
Evaluación de la Práctica Docente	38
Elementos Transversales y ODS	39
Objetivos de Desarrollo Sostenible	39
Otros Elementos Transversales	40
<i>Refuerzo y Grupos de Atención Especial.....</i>	43
<i>Propuesta de Innovación Educativa.....</i>	46
Actividades TIC y/o Innovación.....	46
Nuevas Metodologías Activas	47
Trabajo Cooperativo.....	48
Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....	48

Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).....	48
Aula Invertida (Flipped Classroom)	49
Aprendizaje entre Iguales	49
Metodología 3-2-1	49
Gamificación	49
Proyectos Interdisciplinarios.....	50
Desarrollo de Valores Relativos a la Equidad, la Diversidad y la Ética.....	50
<i>Programación de Aula. Desarrollo de la Unidad de Trabajo y/o Situación de Aprendizaje</i>	50
Introducción.....	50
Contextualización	50
Justificación y Descripción.....	52
Producto final	52
Contenidos, Criterios, Estándares y Competencias Clave y Específicas.....	53
Saberes Básicos	53
Competencias Específicas	55
Competencias Clave	55
Innovación educativa. Metodología	56
Distribución Temporal de la Unidad	58
Programación de las Sesiones. Recursos Didácticos y Organizativos. Actividades de	
Enseñanza y Aprendizaje. Actividades Complementarias	58
Programación de las Sesiones	60
Actividades de Enseñanza y Aprendizaje.....	79
Recursos Didácticos, Organizativos y Materiales	80
Elementos Transversales y ODS	80
Elementos Transversales	80
Objetivos de Desarrollo Sostenible 2030	80
Medidas de Atención al Alumnado con Necesidad Específica de Apoyo Educativa.....	82

Criterios de Evaluación y Calificación	83
Criterios de Evaluación	83
Medios de evaluación.....	83
Instrumentos para la Valoración del Progreso del Alumnado.....	84
Criterios de Calificación.....	85
<i>Actividades Complementarias.....</i>	86
<i>Posibilidades de proyectos de innovación educativa</i>	88
Justificación de la Innovación Docente	88
Definición de Objetivos Generales.....	89
Programa y Plan de Trabajo.....	89
Evaluación.....	91
Cuestionario de Evaluación.....	91
<i>Conclusiones y áreas de investigación</i>	91
<i>Referencias y Bibliografía</i>	94
<i>Apéndice A. Organigrama del IES Albal.....</i>	96
<i>Apéndice B. Objetivos de Etapa.....</i>	97
<i>Apéndice C. Objetivos Matemáticas I.....</i>	99
<i>Apéndice D. Competencias Clave.....</i>	100
<i>Apéndice E. Competencias Específicas.....</i>	103
<i>Apéndice F. Sentidos matemáticos y saberes básicos</i>	107
<i>Apéndice G. Horarios sesiones Situación de Aprendizaje.....</i>	111
<i>Apéndice H. Distribución Temporal de las Unidades de Trabajo.....</i>	112
<i>Apéndice I. Criterios de Evaluación.....</i>	114

<i>Apéndice J. Instrumentos de Evaluación Propuesta de Proyecto Pedagógico</i>	118
<i>Apéndice K. Evaluación de la Acción Docente</i>	125
<i>Apéndice L. Elementos Transversales I</i>	127
<i>Apéndice M. Elementos Transversales II</i>	128
<i>Apéndice N. Aplicación Móvil</i>	130
<i>Apéndice Ñ. Tabla Resumen Situación de Aprendizaje</i>	131
<i>Apéndice O. Contenidos, Criterios, Estándares y Competencias Clave y Específicas SA</i> .	138
Saberes Básicos SA	138
Objetivos Didácticos SA	141
Competencias Específicas SA	145
Competencias Clave SA	150
<i>Apéndice P. Actividades Situación de Aprendizaje</i>	154
Actividad S2_A1	154
Actividad S2_A2	155
Actividad S3_A1	156
Actividad S4_A1	158
Actividad S5_A1	160
Actividad S6_A1	160
Actividad S8_A1	161
Actividad S11_A1	164
Actividad S12_A1	167
Actividad S13_A1	168
Actividad S13_A2	170
Actividad S14_A1	171
Actividad S15_A1	173

Actividad S17_A1	174
<i>Apéndice Q. Quiz. Pólvora y Triángulos: Trigonometría en Fallas</i>	176
<i>Apéndice R. TrigonomeTrivial</i>	178
<i>Apéndice S. Material de estudio Resolución de Triángulos</i>	179
<i>Apéndice T. Material de estudio Ecuaciones y Funciones Trigonométricas</i>	184
<i>Apéndice U. Soluciones ecuaciones trigonométricas</i>	189
<i>Apéndice V. Prueba escrita SA</i>	193
<i>Apéndice W. Elementos Transversales Situación de Aprendizaje</i>	194
<i>Apéndice X. Criterios de Evaluación Situación de Aprendizaje</i>	198
<i>Apéndice Y. Evaluación Situación de Aprendizaje</i>	200
Instrumentos de Evaluación SA	200
Criterios de Calificación	210
<i>Apéndice Z. Proyecto de Innovación Educativa</i>	213

Índice de tablas y figuras

Tabla 1	38
Tabla 12	41
Tabla 15	59
Tabla 2	100
Tabla 3	103
Tabla 4	111
Tabla 5	112
Tabla 6	114
Tabla 7	118
Tabla 8	120
Tabla 9	122
Tabla 10	125
Tabla 11	127
Tabla 13	131
Tabla 14	133
Tabla 16	136
Tabla 17	137
Tabla 18	138
Tabla 19	139
Tabla 20	140
Tabla 21	141
Tabla 22	143
Tabla 23	144
Tabla 24	145
Tabla 25	146
Tabla 26	150
Tabla 27	196
Tabla 28	197
Tabla 29	198
Tabla 30	200
Tabla 31	202
Tabla 32	203
Tabla 33	208
Tabla 34	208
Tabla 35	210
Tabla 36	211
Tabla 37	213
Figura 1 - Figura 2	15
Figura 5	17
Figura 3	32
Figura 4	82
Figura 6	96
Figura 7	96
Figura 8	113
Figura 9	124
Figura 10	178
Figura 11	178

Figura 12.	178
Figura 13.	178
Figura 14.	178
Figura 15.	178
Figura 18.	209

Introducción y Objetivos

El presente Trabajo Fin de Máster es fruto de la observación, de la curiosidad y de la ilusión por revolucionar la metodología de aprendizaje de las matemáticas y abogar por una nueva perspectiva innovadora, sobre todo en cursos de mayor complejidad en los contenidos como es Bachillerato, donde muchos centros se siguen aferrando a una metodología bastante tradicional y obsoleta desde mi punto de vista, causado, en parte, por la urgencia de impartir la mayor cantidad posible de contenidos en el menor tiempo posible.

Siguiendo este objetivo, en primer lugar, se realiza una revisión crítica del Proyecto Pedagógico del Centro del IES Albal, a partir del cual se proponen mejoras significativas que quedan recogidas en una Propuesta de Proyecto Pedagógico del Centro en la cual se plantean nuevas estrategias de aprendizaje, maneras revolucionarias de trabajar las competencias y propuestas de innovación educativa.

Según mi experiencia previa, la trigonometría en niveles superiores como es 1º de Bachillerato supone una dificultad añadida por el hecho de que son contenidos totalmente nuevos hasta el momento y de una complicación técnica elevada. Por eso, me propuse el emocionante desafío de mostrarles la trigonometría como un lenguaje con el que describir el mundo y convertir las matemáticas en una mirada con la que observar el entorno que les rodea.

Por ello, se plantea una Situación de Aprendizaje que engloba todos los aspectos de aprendizaje correspondientes a la Unidad de Trigonometría y que muestra cómo se puede modelizar una situación tan cercana como es una mascletá, un castillo de fuegos artificiales o visitar una Falla, mediante triángulos, senos y cosenos. Todo ello, mediante metodologías innovadoras que abarcan desde clases magistrales hasta juegos educativos pasando por cuestionarios en línea o investigación cooperativa.

En definitiva, el presente Trabajo Fin de Máster es por una parte una propuesta de intervención, en cuanto a que se lleva a cabo una aplicación real de la unidad didáctica, pero también es un análisis documental en el sentido de que se revisa los documentos del centro y se propone una mejora sobre los mismos.

Marco Legislativo de la Programación

A continuación, mencionamos la legislación en la que se basa el Proyecto Pedagógico del Centro y el cual analizaremos más en detalle en las siguientes secciones.

- Consell. (2021). Decreto 72/2021, de 21 de mayo, de organización de la orientación educativa y profesional en el sistema educativo valenciano [2021/6157].
- Consell. (2022). Decret 195/2022, de 11 de novembre, del consell, d'igualtat i convivència en el sistema educatiu valencià [2022/10681].
- Constitución Española. (1978). BOE, núm. 311, de 29 de diciembre de 1978.
- Decreto 104/2018, de 27 de julio, del Consell, por el que se desarrollan los principios de equidad y de inclusión en el sistema educativo valenciano. Desarrollada por la ORDEN 20/2019 de 30 de abril.
- Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el que se establecen la ordenación y el currículo de Bachillerato. DOGV
- Decreto 252/2019, de 29 de noviembre, del Consell, de regulación de la organización y el funcionamiento de los centros públicos que imparten enseñanzas de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. DOGV
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación modificada por Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.

- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.
- Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional. BOE
- Resolución de 12 de julio de 2022, del secretario autonómico de Educación y Formación Profesional, por la que se aprueban las instrucciones para la organización y el funcionamiento de los centros que imparten Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato durante el curso 2022-2023.
- Resolución de 17 de noviembre de 2023, del secretario autonómico de Educación, de la Conselleria de Educación, Universidades y Empleo, por la que se modifica el anexo VIII del Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el cual se establecen la ordenación y el currículum de Bachillerato. DOGV

Contextualización del Centro Educativo

El centro educativo en el cual está contextualizado el presente Trabajo Fin de Máster es el IES Albal. Se trata de un centro público de Secundaria, Bachillerato y Ciclos Formativos situado en la localidad de Albal, municipio perteneciente en el área metropolitana de la ciudad de Valencia, a unos 13 kilómetros al sur del centro de la ciudad. Tanto Albal

como Beniparrell, las dos principales localidades de donde provienen los alumnos del centro, son poblaciones de habla valenciana de la Huerta Sur de Valencia con una población actual de 16270 y 1931 vecinos respectivamente. En la Figura 1 podemos observar una imagen del IES Albal. En la Figura 2 observamos la entrada principal del IES.

Figura 1 - Figura 2

Imagen IES Albal



Nota: Adaptado de Horta Noticias [Fotografía], por Redacción Hortanoticias, 2019

(<https://www.hortanoticias.com/albal-vuelve-a-pedir-la-urgente-construccion-del-segundo-ies-ante-la-masificacion-del-actual-instituto/>) y de Ajuntament d'Albal [Fotografía], por Ajuntament d'Albal, 2020 (<https://albal.es/es/noticies/el-alumnado-de-2-de-bachillerato-del-ies-albal-vuelve-a-las-clases-presenciales/>)

El nivel económico de las familias del centro es el de una clase media trabajadora. Sin embargo, el nivel cultural podríamos clasificarlo de bajo. En definitiva, el nivel económico y sociocultural es medio-bajo, lo cual es un hecho bastante relevante en la tipología del alumnado.

El centro tiene 43 unidades: 27 de ESO, 1 PAC, 2 PMAR, 1 PR4, 8 de Bachiller y 4 de Ciclos Formativos. Ofrece Bachiller de Humanidades y Ciencias Sociales, Ciencias de la Naturaleza y la Salud, y General. Hay 4 grupos en 1º de Bachiller y 4 en 2º de Bachiller, distribuidos en diversas modalidades. En cuanto a los Ciclos Formativos ofertados encontramos el Ciclo Formativo de Grado Medio de Instalaciones Eléctricas y Automáticas y el Ciclo Formativo de Grado Superior de Automatismos y Robótica.

En los últimos 17 años, el IES Albal ha experimentado un crecimiento significativo, con 1050 alumnos y 111 profesores. Para mitigar la masificación, se han añadido 4 grupos de Bachillerato en turno de tarde.

El profesorado del centro es estable: el 60% tiene plaza definitiva y el 75% intenta regresar al IES. Esta estabilidad permite al profesorado comprometerse en proyectos educativos a largo plazo como el PAM y programas plurilingües.

El alumnado del centro se divide en varias categorías: un 50% es trabajador y motivado, abierto a nuevos retos; el 40% necesita apoyo familiar y docente para sus estudios y conducta; el 9% enfrenta dificultades de adaptación, requiriendo medidas especiales para prevenir el fracaso educativo; y solo un 1% muestra resistencia al sistema educativo y es absentista, a pesar de los esfuerzos del centro y servicios sociales. En los últimos 10 años, se ha reducido el porcentaje de alumnos con dificultades de adaptación o rechazo al sistema educativo mediante programas de apoyo coordinados con Servicios Sociales. El desafío actual es continuar esta disminución y aumentar el porcentaje de alumnos motivados mediante nuevas medidas educativas. Para ello, cabe identificar cuáles son los problemas del alumnado, que podríamos resumir en falta de hábitos de estudio y técnicas de trabajo en ESO, falta de motivación, actitudes contrarias a las normas, falta de esfuerzo académico y habilidades sociales, NEE, familias desestructuradas, ausencia de tutela, trastornos de conducta, adicciones, y desmotivación en los primeros cursos de Bachillerato y Ciclos Formativos. Desde 2004, el IES Albal ha mejorado con programas de atención a la diversidad, educación compensatoria, plurilingüismo y estrategias pedagógicas. Promueve la formación del profesorado en metodologías innovadoras, TIC y lenguas extranjeras. Para el curso 2023-2024, destacan proyectos como PAF, PAM, Portafolio de les Llengües, Biblioteca, Pigmalió Internivells, Patis dinàmics, Albal sense armaris y Programes Europeus.

Organigrama

A continuación, se expone la estructura organizativa del IES Albal. En la Figura 3 observamos el equipo directivo, mientras que en la Figura 6 observamos órganos unipersonales de coordinación de ESO, administración y servicios y departamento de orientación. Además, en la Figura 7 observamos los jefes de cada uno de los departamentos y la presidencia del AMPA.

Figura 3

Órganos unipersonales que forman parte del equipo directivo del IES Albal



Nota: Elaboración propia

Contextualización del Grupo Clase

Más en particular, el grupo clase del cual vamos a analizar la programación didáctica es el 1º de Bachillerato de modalidad científica con turno de tarde. Se trata de un grupo reducido de 14 alumnos bastante excepcional: trabajadores, curiosos y entusiasmados con el aprendizaje. Además, en general mantienen una conducta adecuada y respetuosa durante las clases. De hecho, el alumnado de este grupo clase lo categorizaríamos como alumnado trabajador con motivación para estudiar al cual cabe estimular con nuevos retos.

El grupo es multicultural y mayoritariamente masculino, con solo 3 chicas. Cabe destacar que únicamente 2 alumnas utilizan el valenciano como lengua vehicular. Por una parte, uno de los alumnos se encuentra repitiendo curso y, aunque muchas veces frustrado,

sigue motivado. Además, tres alumnos reciben refuerzo académico externo y tienden a conversar en clase, ya que comprenden los conceptos explicados previamente en sus academias, lo que a veces les lleva a participar activamente en clase. Sin embargo, esta participación puede opacar al resto de los alumnos. Así mismo, una de las chicas enfrenta problemas de abstinencia debido a conflictos familiares desconocidos en el centro. Además, hay un alumno con necesidades de compensación educativa leves, que, aunque motivado, no ve reflejado su esfuerzo en los resultados académicos. Se le brinda atención especial para asegurar su comprensión y resolver dudas a medida que se explican los términos. En cuanto a algunas dificultades que presenta el alumnado, descartamos falta de hábitos de estudio o falta de esfuerzo académico. Sin embargo, sí que destacaría la falta de habilidades sociales por parte de algunos de los alumnos, que tienden a aislarse del resto del grupo.

Presentación del Proyecto Pedagógico del Departamento, Análisis y Propuestas de Mejora

En el presente apartado se pretende realizar un análisis breve de los contenidos más relevantes abordados en el Proyecto Pedagógico del Departamento de Matemáticas del IES Albal, más en particular, aquellos referidos al curso de 1º de Bachillerato en modalidad científica. En los primeros capítulos del documento se tratan aspectos más generales de la materia de matemáticas. Sin embargo, a partir del capítulo 18 y prácticamente hasta final del documento se aborda la materia de matemáticas en Bachillerato, contenidos que en este caso nos aplican. En definitiva, veamos cuáles son los apartados que debería tratar el Proyecto Pedagógico del Departamento y en nuestro caso particular en qué capítulos y de qué manera lo aborda.

Introducción y Contextualización

El capítulo 1 del documento aborda la introducción al Proyecto Pedagógico y la contextualización del IES. Se explica el origen y crecimiento del IES, destacando su relevancia social para la localidad. Se describe el tamaño del centro, incluyendo grupos y especialidades, y las características del profesorado y del alumnado, así como su implicación académica y perfiles socioeconómicos. Además, se presenta un resumen en tabla de las estrategias organizativas, metodologías, técnicas, actividades e instrumentos de evaluación, y uso de TIC para matemáticas en 1º de Bachiller, enfatizando metodologías como el trabajo cooperativo y la clase magistral, y diversas actividades de evaluación.

Sin embargo, un aspecto a criticar sería la falta de un contexto legislativo en el cual se especifique en qué normativa estatal y comunitaria está basado el Proyecto Pedagógico.

Además, tampoco encontramos información acerca del organigrama del centro.

Objetivos

Los objetivos de la materia de matemáticas se abordan en los capítulos 3 y 18 del PP del Departamento.

El capítulo 3 establece objetivos para matemáticas en Secundaria y Bachiller, centrados en la alfabetización matemática del alumnado como herramienta esencial para gestionar diversas situaciones y promover una ciudadanía reflexiva y crítica. Se destaca el aprendizaje funcional de matemáticas, basado en contextos reales, y la educación emocional y en valores para fomentar autonomía y reflexión.

En cambio, en el capítulo 18 se detallan los objetivos para el área de matemáticas en Bachillerato, presentando Matemáticas I y II como una continuidad de la Educación Secundaria Obligatoria, enfocada en desarrollar el perfil de salida del Bachiller. Se busca superar la visión instrumental de las matemáticas, promoviendo el razonamiento lógico, la interpretación y la resolución de problemas para formar ciudadanos responsables y favorecer

el desarrollo personal. También se resalta la importancia de la competencia digital para el tratamiento de datos, comprobaciones de cálculos, simulaciones y el desarrollo de algoritmos. Además, se introducen secciones sobre competencias específicas y saberes básicos de Matemáticas I y II.

Sin embargo, se echa en falta entrar en detalle en los objetivos de etapa sin particularizar en una materia en concreto, simplemente de objetivos generales del desarrollo del alumno a medida que atraviesa la etapa de Bachiller.

Competencias Clave y Específicas del Área

Las competencias clave y específicas del área de matemáticas y cómo se trabajan en particular en el centro y para Bachiller se encuentran en detalle en el Capítulo 19 del documento, que lleva como título “Competencias específicas del área de matemáticas I y II en Bachiller”. En este apartado se describen detalladamente las 8 competencias específicas del área. A continuación, exponemos qué habla de cada competencia específica.

- **Competencia específica 1: Resolución de problemas.** Se proponen herramientas digitales y estrategias de ensayo-error, descomposición y estimación para simular, interpretar y validar la resolución de problemas.
- **Competencia específica 2: Razonamiento y conexiones.** Se fomenta la formulación y comprobación de conjeturas por los alumnos para enseñar deducción, validación y el pensamiento computacional.
- **Competencia específica 3: Modelización.** La modelización implica construir mentalmente situaciones reales usando matemáticas, induciendo propiedades generales y estableciendo conexiones interdisciplinarias para diversas perspectivas.
- **Competencia específica 4: Pensamiento computacional.** El pensamiento computacional incluye generalizar métodos y diseñar algoritmos con diversas tecnologías

para organizar datos, analizar patrones y afrontar retos del siglo XXI, utilizando herramientas tecnológicas y elementos gráficos.

- **Competencia específica 5: Representaciones.** Se busca que los alumnos desarrollen la representación algebraica-funcional y las conversiones entre geometría y álgebra para usar rigurosamente el simbolismo matemático.

- **Competencia específica 6: Comunicación.** La competencia incluye comunicar e integrar ideas matemáticas, permitiendo a los alumnos debatir en varios registros lingüísticos y contextos para enriquecer su discurso.

- **Competencia específica 7: Relevancia social, cultural y científica.** Se busca que los alumnos valoren las matemáticas en la cultura y su interacción histórica con la realidad, destacando su utilidad en la sociedad, el desarrollo científico-tecnológico y la digitalización.

- **Competencia específica 8: Gestión de emociones, creencias y actitudes.** Se busca que los alumnos profundicen en el interés por las matemáticas, aprendiendo a reconocer y gestionar emociones negativas asociadas a las dificultades del aprendizaje.

Notemos que en el Proyecto Pedagógico objeto del análisis explica con detalle el significado de cada competencia específica y las aptitudes que se consiguen con su adquisición, es decir, una definición meramente legislativa. Sin embargo, no aporta demasiados detalles en cuanto a que estrategias concretas va a seguir particularmente en la materia de Matemáticas I, es decir, no especifica exactamente de qué manera ni con qué tipo de actividades lo va a realizar. De hecho, en este apartado sería interesante que se aportaran los medios o herramientas que se van a utilizar, incluso mediante ejemplos de situaciones de aprendizaje que se van a plantear o metodologías que se van a utilizar. Este es un aspecto que aportaremos como novedad en la propuesta de Proyecto Pedagógico.

Un aspecto a criticar sería que la conexión entre competencias específicas y clave se especifica únicamente para cursos de Secundaria y no se llega a particularizar para los cursos de Bachiller, al igual que las referencias al perfil de salida.

Saberes Básicos

De manera similar, en el capítulo 20, titulado “Saberes básicos del área de matemáticas I y II en Bachiller”, se enuncian los saberes básicos asociados a sentidos matemáticos, que forman parte del currículum básico de la materia.

En primer lugar, se describe qué aspectos de contenido deben trabajarse para adquirir cada uno de los sentidos matemáticos definidos por ley. De esta manera, por cada sentido matemático se desarrollan los saberes básicos asociados en una tabla de doble entrada y se marca con una cruz según aplique a primer curso, a segundo curso o a ambos. Por este motivo, a destacar el hecho de que en el Proyecto Pedagógico se haya realizado esta distinción según cursos. Además, se especifica con qué competencias específicas se relacionan cada uno de los sentidos matemáticos.

Cabe criticar que en ningún momento se hace referencia a de qué manera se pretende introducir cada sentido matemático, ni qué tipo de actividades se plantearán para conseguir cada uno de los saberes básicos. Además, cabe comentar que se especifican los saberes básicos asociados a cada sentido matemático. Sin embargo, no se aporta información acerca de qué unidades de programación se plantean ni que situaciones de aprendizaje se proponen, así como la relación de los saberes básicos que se trabajarían en cada una.

Evaluación

La evaluación viene explicada en el capítulo 23, donde se recuerda el significado de cada competencia específica y, además, se incluye una tabla que relaciona cada competencia específica con los criterios de evaluación asociados en el caso particular de Matemáticas I y

II. Sin embargo, no se aporta más información acerca de cuándo se realizan dichas evaluaciones, ni qué tipo de evaluación se aplican según el momento (inicial, por unidad, final, etc.).

Instrumentos de Evaluación y Criterios de Calificación

En el capítulo 29 encontramos información tanto de los instrumentos de evaluación como de los criterios de calificación cualitativos. Por una parte, cómo medios de evaluación se establecen la observación sistemática, las pruebas escritas parciales (POP) o pruebas escritas de la situación de aprendizaje (POSA), los trabajos escritos y el portafolio. Sin embargo, el Proyecto no aporta exactamente qué características deben cumplir los instrumentos de evaluación, es decir, no se facilitan exactamente qué rúbricas, listas de cotejo y otros propone el departamento para su utilización por los docentes según si están evaluando de manera competencial o están evaluando una situación de aprendizaje.

En cuanto a los criterios de calificación, simplemente se especifica que en caso de la evaluación de un trabajo en grupo se calificará tanto el trabajo individual como el resultado final del equipo, utilizando indicadores que midan la interdependencia positiva, la construcción de significado y las relaciones psicosociales. Además, se incluyen una serie de pautas particulares para Matemáticas I para el cálculo de la calificación final del curso. Para ello, se define qué peso tienen cada prueba escrita en la media ponderada de las pruebas de todas las unidades de los 3 cuatrimestres. Sin embargo, no se aporta detalle en cuanto a qué criterios de calificación se utilizan dentro de una unidad de programación en concreto, es decir, qué ponderaciones se le otorga a cada tipo de actividad planteada (si se da más peso a las pruebas escritas, a las pruebas orales, a los juegos, etc.).

De la misma forma, se echa de menos las pautas a seguir en caso de que un alumno suspenda, es decir, la directriz de si se recupera en todas las evaluaciones o sólo al final de

curso. Además, tampoco se especifica cómo se gestionan las materias pendientes del año anterior.

Otra crítica sería que no incluye cómo se relacionan los criterios de evaluación legislativos con dichos instrumentos. Además, no se detalla el proceso de interrelación para obtener el perfil de salida, es decir, el Proyecto Pedagógico no especifica de qué manera los instrumentos de evaluación se relacionan con los criterios de evaluación, que a su vez se relacionan con las competencias específicas, que a su vez están relacionados con las competencias clave, que al juntarlas con las competencias claves de otras materias construyen el perfil de salida. Todo ese proceso de trasladar la calificación de los instrumentos de evaluación hasta el perfil de salida es lo que se echa en falta en este Proyecto.

Metodología

El capítulo 29 detalla una metodología adaptada a cada grupo y situación, incluyendo flipclassroom, Kahoot, gamificación, portafolios, problemas quincenales y trabajo cooperativo para fomentar iniciativa y emprendimiento. Sin embargo, no propone las situaciones de aprendizaje o las actividades que se deben desarrollar, especificando el tipo en cada caso. Tampoco hace referencia a los períodos lectivos de los que se dispone. Además, tampoco propone actividades de refuerzo. Así mismo, las metodologías que comenta son bastante generales y podrían ser utilizadas por cualquier materia, por lo que se echa en falta que se propongan metodologías específicas de la materia de matemáticas. Por otra parte, el Proyecto Pedagógico no hace referencia acerca de los recursos que pone el centro a disposición de los docentes y del alumnado para la realización de dichas actividades y el desarrollo de las metodologías propuestas.

Medidas de Respuesta Educativa para la Inclusión

El capítulo 30 aborda las medidas educativas para la inclusión de alumnos con necesidades específicas de soporte educativo, especialmente niveles III y IV, basado en la Orden 20/2019 y la Resolución del 24 de julio de 2019. Se detalla el proceso desde la detección de barreras hasta la definición de medidas individualizadas, incluyendo análisis del servicio de orientación y medidas que no requieren evaluación sociopsicopedagógica. Se especifican procedimientos para alumnos con adaptaciones curriculares significativas, refuerzo pedagógico, compensación educativa, enriquecimiento curricular, deportistas de alto nivel, y aquellos que desconocen las lenguas oficiales o cursan estudios de música y danza. También se describen medidas grupales como PR4, PAC, y PEPLI para secundaria y bachiller.

Unidades de Programación

Las unidades de programación definen criterios para diseñar situaciones de aprendizaje vinculadas a los retos del siglo XXI, enfocándose en problemas STEM reales, resolución mediante algoritmos, formulación de conjeturas y comunicación de ideas matemáticas.

Sin embargo, no se especifican las Unidades de Trabajo o situaciones de aprendizaje que se van a trabajar en cada momento del curso, es decir, notamos la ausencia de una distribución temporal calendarizada que indique exactamente cuántas sesiones se disponen para cada unidad de trabajo, qué fechas concretas comprende y en qué evaluación está incluida. Además, no se proponen en particular qué situaciones de aprendizaje se van a proponer y se deja a elección del profesorado.

Actividades Complementarias

El Proyecto Pedagógico dedica más de un capítulo en exclusivo para el detalle de las actividades complementarias. En particular, en el capítulo 31 encontramos la descripción de las actividades del plan lector que se lleva a cabo, mientras que en el capítulo 32 se describen algunas actividades y estrategias de enseñanza y aprendizaje que se consideran complementarias. En el caso que nos aplica, en cuanto a las actividades complementarias planificadas, previamente se definen los objetivos de aprendizaje que se persiguen con la realización de dichas actividades. Además, se incluye una tabla que incluye el nombre de cada actividad complementaria propuesta, a qué cursos aplica, la fecha aproximada para la cual está planificada, la descripción de la actividad y los objetivos que persigue. En particular, las actividades que hay planificadas para primer curso de bachiller, que es el curso que nos ocupa son Satwars, las pruebas Cangur y la ruta matemática. Satwars o “La rebelión de las dadas” es un proyecto de divulgación científica que tiene como objetivo acercar la estadística a los estudiantes a través de un contexto cercana y divertida y está prevista para diciembre de 2023. La prueba Cangur es un concurso que tiene como objetivo motivar el aprendizaje de matemáticas a través de problemas, por lo que se presentan 30 retos matemáticos y tiene categoría internacional. Esta está prevista para marzo de 2024. Por último, la ruta matemática es un recorrido en grupo por las calles, plazas y parques de Valencia con la intención de apreciar las matemáticas presentes en el entorno y está prevista para el 14 de febrero de 2024.

Evaluación Práctica Docente

El Proyecto Pedagógico no hace referencia en ninguno de sus puntos acerca de qué manera se evalúa la práctica docente.

Propuesta de Proyecto Pedagógico

Objetivos

En este primer apartado del Proyecto Pedagógico vamos a desarrollar los objetivos, tanto los objetivos de etapa como los objetivos didácticos.

Por una parte, en el Decreto 107/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el que se establece la ordenación y el currículo de Educación Secundaria Obligatoria, se establecen una serie de capacidades que la educación secundaria obligatoria contribuirá a desarrollar en el alumnado. No se trata de objetivos competenciales propios de la materia de la materia de matemáticas, sino más bien objetivos generales centrados en el desarrollo personal del alumno. En el Apéndice B, se desarrollan cuáles son estos objetivos de etapa que se definen.

Por otra parte, los objetivos específicos de la materia de matemáticas los podemos encontrar en el anexo de Matemáticas I del Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece el currículum de la materia. Los objetivos de la materia de matemáticas los podemos consultar en el Apéndice C.

Estos objetivos buscan que el alumnado no solo adquiriera conocimientos matemáticos sólidos, sino que también desarrolle habilidades críticas y de resolución de problemas aplicables en múltiples contextos.

Competencias Clave y Perfil de Salida

En la Tabla 4 podemos consultar la descripción legislativa de las Competencias Clave.

Competencias específicas

En la Tabla 5 vemos desarrollada la definición legislativa de cada competencia específica para la materia de matemáticas.

En el Apéndice E vemos desarrollada qué estrategias se proponen para trabajar cada una de las competencias específicas comentadas.

Unidades Programación y su Distribución Temporal

En el presente apartado se pretende definir las unidades de trabajo, las situaciones de aprendizaje, así como su secuenciación y temporalización, para el grupo-clase que nos ocupa. Para ello, se presentará una secuenciación de los aspectos de aprendizaje que se van a desarrollar a lo largo de todo el curso, con su respectiva relación con los saberes básicos y las situaciones de aprendizaje a impartir. A su vez, estos saberes básicos se agrupan en bloques asociados a los sentidos matemáticos. Así mismo, se detallarán las competencias específicas aplicadas y los instrumentos de evaluación y calificación implicados, siempre tomando como base las propuestas de mejora realizadas sobre el Proyecto Pedagógico del Departamento del IES Albal.

En base al Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el cual se establecen la ordenación y currículo de Bachillerato, el currículo básico de la materia de matemáticas en Bachillerato está constituida por los saberes básicos, asociados a sentidos matemáticos, junto con las competencias específicas, las situaciones de aprendizaje y los criterios de evaluación.

Aunque en el Decreto se presentan los contenidos tanto para Matemáticas I como para Matemáticas II, en nuestro caso nos centraremos únicamente en Matemáticas I, que son prácticamente iguales que Matemáticas II pero con un nivel de complejidad a trabajar diferente.

Según lo expuesto en el Decreto, los contenidos de una Programación Didáctica deben seguir la siguiente distribución: Bloque I. Sentido numérico de las operaciones; Bloque II. Sentido algebraico; Bloque III. Sentido funcional; Bloque IV. Sentido espacial y geometría; Bloque V. Sentido estocástico.

Los 5 sentidos matemáticos (numérico, algebraico, relaciones y funciones, espacial y geométrico, y computacional) se asocian a cada uno de esos bloques. El pensamiento computacional es transversal y se trabaja con algoritmos. En Bachillerato, se enfocan en

estrategias y comprobación de resultados. De la misma forma, los sentidos no son independientes y se abordan desde múltiples perspectivas. En el Apéndice F encontramos el detalle de cada sentido numérico o Bloque qué unidades de trabajo incluye y qué saberes básicos corresponden a cada Unidad.

Unidades de Programación – SA

A continuación, se exponen las unidades de trabajo que componen cada bloque, así como los saberes básicos que se trabajan en cada una de ellas, para el caso particular de la materia de Matemáticas I, correspondiente al 1° curso de Bachillerato, puesto que es el nivel educativo que nos ocupa. En el Apéndice F encontramos la

Una vez descritos los aspectos de aprendizaje de cada Unidad de Trabajo, se describen de manera breve las situaciones de aprendizaje que se plantean en cada una de ellas.

- UT 1: Números y operaciones

"Expedición Matemática por el Mundo": Los estudiantes planificarán una expedición matemática a destinos icónicos, aplicando conceptos clave: notación científica para distancias, logaritmos para tiempos de vuelo, áreas y conversiones con potencias y radicales, y análisis de errores. Usarán números complejos para trayectorias, optimizarán costos con matrices e investigarán la evolución del sentido numérico. Evaluación: informe y reflexión.

- UT 2: Álgebra

"Diseño de un Parque Temático Científico": Los estudiantes diseñarán un parque temático científico aplicando álgebra: resolverán ecuaciones para calcular áreas y volúmenes, optimizarán recursos con inecuaciones, y planificarán la logística usando sistemas de ecuaciones lineales y no lineales. Evaluación: informe y reflexión.

- UT 3: Funciones, límites y continuidad

"Diseño de una Aplicación de Redes Sociales": Los estudiantes diseñarán una aplicación de redes sociales integrando funciones, límites y continuidad. Modelarán

algoritmos con funciones variadas y analizarán continuidad, asíntotas y ramas. Utilizarán composición de funciones, funciones inversas y traslaciones para optimizar la interfaz. Calcularán límites puntuales y en el infinito, aplicando la regla de L'Hôpital. Usarán herramientas tecnológicas para visualizar problemas y reflexionarán sobre el desarrollo histórico del análisis de funciones, fomentando perseverancia y adaptabilidad en su aprendizaje.

- **UT 4: Derivadas e Integrales**

"Optimización del Rendimiento en Deportes Electrónicos (eSports)": Los estudiantes analizarán el rendimiento en eSports usando derivadas. Calcularán derivadas de funciones de rendimiento en función del tiempo, interpretando tasas de cambio instantáneas y puntos críticos. Aplicarán técnicas de derivación para determinar momentos de máximo rendimiento, representarán gráficamente la evolución del rendimiento y optimizarán estrategias de entrenamiento en contextos STEM.

- **UT 5: Trigonometría**

"Pólvora triangulada": Los estudiantes desarrollarán una app para las Fallas de Valencia con App Inventor, permitiendo calcular alturas, intensidades y distancias usando trigonometría. Aplicarán relaciones trigonométricas, teoremas del seno, coseno y tangente, y ecuaciones trigonométricas. La actividad fomentará perseverancia, flexibilidad y trabajo en equipo, culminando en una presentación y recolección de feedback.

- **UT 6: Geometría analítica**

"Diseño de un Skatepark": Los estudiantes diseñarán un skatepark usando geometría analítica: planificarán rampas y obstáculos con vectores y operaciones geométricas, evaluarán la dependencia lineal y utilizarán bases ortogonales. Calcularán ecuaciones de rectas y resolverán problemas métricos. Representarán objetos geométricos con tecnología y reflexionarán sobre la historia y aplicaciones de la geometría analítica.

- **UT 7: Estadística bidimensional**

"Influencer de los datos": Los estudiantes analizarán tendencias en redes sociales utilizando estadística bidimensional. Recopilarán datos, crearán tablas de frecuencia, calcularán parámetros estadísticos y analizarán distribuciones condicionadas. Aplicarán correlación y regresión lineal y cuadrática, resolviendo problemas y evaluando fiabilidad. Usarán herramientas tecnológicas y reflexionarán sobre la historia de la estadística, fomentando perseverancia y flexibilidad en el análisis de datos.

- **UT 8: Probabilidad**

"Pulpo Paul vuelve a predecir": Los estudiantes analizarán y predecirán resultados de un torneo de eSports aplicando probabilidad. Identificarán experimentos aleatorios, clasificarán sucesos, analizarán frecuencias, estudiarán dependencia e independencia, y usarán estrategias de recuento con diagramas de árbol y tablas de contingencia. Aplicarán la regla de Laplace y desarrollarán habilidades de análisis y toma de decisiones basadas en probabilidad.

Distribución Temporal a lo Largo del Curso de la Asignatura

Una vez recopilados los bloques del currículo de la materia Matemáticas I de Bachillerato, recogidos en el Decreto 108/2022 de Conselleria, además de las unidades de trabajo y los saberes básicos trabajados en cada una, procedemos a distribuir temporalmente dichas unidades de trabajo y a realizar la respectiva correspondencia con el libro de texto utilizado en el aula.

Se disponen de 4 sesiones semanales para la materia de Matemáticas I, cada una de 50 minutos. En particular, son impartidas Lunes, Martes, Miércoles y Jueves en los horarios a consultar en la Tabla 6. Teniendo en cuenta el calendario escolar marcado por la Generalitat Valenciana y el calendario del curso 2023-2024 presentado por el IES Albal (consultar en Figura 8), donde se tiene plasman los festivos locales y los períodos dedicados a evaluación

de cada uno de los cursos, se procede a presentar la secuenciación de cada unidad de trabajo junto con el número de sesiones dedicadas, las unidades del libro equivalentes, el bloque al que pertenecen y la evaluación donde entraría.

En la Tabla 7 encontramos la relación entre las unidades de trabajo, el bloque al que pertenecen y la unidad del libro que se puede utilizar como apoyo y como material de estudio. En particular, el libro de texto utilizado para Matemáticas I en el IES Albal es el libro de Matemáticas para 1º de Bachiller de la editorial Anaya.

Figura 4

Calendario de temporalización de las Unidades de Trabajo



Nota: Elaboración propia

Metodología

Las metodologías en la enseñanza que se proponen incluyen diversas estrategias que promueven el aprendizaje activo y la colaboración.

Trabajo cooperativo

El trabajo cooperativo organiza a los estudiantes en pequeños grupos donde asumen roles específicos para realizar actividades como la resolución de problemas y proyectos matemáticos, fomentando habilidades sociales y cognitivas. La evaluación incluye autoevaluación y coevaluación, mejorando la comprensión de conceptos y habilidades como la comunicación y el pensamiento crítico.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se enfoca en la aplicación práctica de conceptos matemáticos a situaciones reales, desarrollando habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico a través de la modelización y análisis de problemas auténticos.

Las clases magistrales son esenciales para introducir y explicar conceptos complejos, proporcionando una base teórica sólida. Estas clases se complementan con actividades prácticas que permiten a los estudiantes aplicar los conocimientos de manera autónoma, consolidando su comprensión.

Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) se centra en la creación de un producto final que integra diversos conceptos matemáticos para resolver problemas reales. A lo largo del curso, los alumnos trabajan en fases del proyecto y presentan sus resultados, fomentando la colaboración y el pensamiento crítico.

Aula Invertida (Flipped Classroom)

La metodología de Aula Invertida (Flipped Classroom) introduce los conceptos clave a través de recursos revisados de manera independiente antes de la clase. Durante la sesión, se realizan actividades prácticas y colaborativas para reforzar el aprendizaje y resolver dudas.

Aprendizaje entre Iguales

El Aprendizaje entre Iguales promueve el trabajo cooperativo donde los estudiantes asumen roles cambiantes de profesor y alumno dentro de sus grupos, compartiendo y reforzando conocimientos mutuamente, lo que fortalece sus habilidades académicas y de comunicación.

Metodología 3-2-1

La metodología 3-2-1 se utiliza como herramienta diagnóstica inicial, pidiendo a los estudiantes que identifiquen tres conceptos que ya conocen, dos que encuentran confusos, y una pregunta sobre el tema, permitiendo al docente ajustar la enseñanza a las necesidades específicas del grupo.

Gamificación

La Gamificación implementa actividades lúdicas como cuestionarios interactivos y juegos de mesa personalizados, haciendo el aprendizaje más atractivo y promoviendo la participación activa y el trabajo en equipo.

Proyectos Interdisciplinarios

Los proyectos interdisciplinarios integran competencias y conocimientos de diversas materias, ofreciendo a los estudiantes una visión más holística y aplicada del conocimiento, preparándolos para resolver problemas complejos en contextos reales.

Evaluación y Calificación

En cuanto a características de la evaluación, en nuestro caso es continua y se realizan varias actividades evaluadoras a lo largo del proceso formativo, con el objetivo de detectar las dificultades del alumnado en el instante en que se desarrollan para reorientar y adaptar la acción docente a las necesidades educativas. De la misma manera, es evaluación formativa, puesto que a través de los instrumentos no se pretende otra cosa que mejorar y ayudar en el proceso de enseñanza. Es también inclusiva, puesto que se establecen una serie de medidas para adaptarse a todas las casuísticas, por lo que, de alguna forma, es también individualizada. Por último, es participativa en el sentido de que el alumno se convierte en el protagonista de su aprendizaje, mediante la utilización de metodologías activas y que permiten al alumno aprender de manera cooperativa.

Criterios de Evaluación

En el Apéndice I encontramos la relación de las competencias específicas con los criterios de evaluación y la descripción de cada uno de ellos.

Instrumentos de Evaluación

Los instrumentos de evaluación son las herramientas utilizadas para medir y evaluar conocimientos, habilidades y actitudes de los estudiantes o participantes en un proceso educativo. Notemos que en el Proyecto Pedagógico del Departamento del IES Albal se proponían las pruebas escritas parciales (POP) o pruebas escritas de la situación de aprendizaje (POSA), los trabajos escritos y el portafolio como únicos medios de evaluación a utilizar. A continuación, detallamos algunos otros medios de evaluación que se proponen como mejora, además de los ya comentados.

- **Prueba escrita:** Se realizará una prueba escrita individual al finalizar cada Unidad de Trabajo en la cual se incluirá una aplicación práctica de los conceptos estudiados.
- **Situación de Aprendizaje:** Cada Unidad de Trabajo deberá ser trabajada mediante una SA a través de la cual se trabajen los saberes básicos propios del bloque correspondiente englobados en una situación real, cercana y atractiva para los alumnos que debe finalizar con el desarrollo de un producto final tangible.
- **Prueba oral:** La prueba oral se utiliza como medio de evaluación y divulgación del producto final de las situaciones de aprendizaje, es decir, como una manera de dar visibilidad entre sus iguales del centro del trabajo realizado.
- **Cuestionarios:** A modo de evaluación continua o como evaluación diagnóstica se realizarán cuestionarios lúdicos y cooperativos en los cuales se propondrá a los alumnos la resolución de problemas mediante los contenidos trabajados.
- **Juegos:** Se propone utilizar la metodología de gamificación como un medio de evaluar el trabajo de conceptos de manera divertida, sobre todo mediante juegos comunes que son adaptados a modo de concurso interno.

En cuanto a instrumentos de evaluación, el Proyecto Pedagógico no aportaba información acerca de qué instrumentos se debían utilizar. Por este motivo, como mejora vamos a proponer qué instrumentos de evaluación se deben utilizar y qué aspectos deben cumplir según el medio en el que se apliquen.

- **Rúbricas de evaluación:** Las rúbricas de evaluación pruebas escritas y productos situación de aprendizaje son matrices donde se colocan los criterios a valorar en el eje vertical y los niveles de consecución en el eje horizontal. Las rúbricas se utilizarán para evaluar pruebas escritas, pruebas orales y productos de las SA. En función del medio, se propone utilizar una rúbrica distinta adaptada. Las rúbricas diseñadas se

pueden consultar en la Tabla 9 para las pruebas escritas y en la Tabla 10 para las pruebas orales.

- **Listas de cotejo:** La lista cotejo es una herramienta de evaluación que enumera criterios o habilidades específicas para verificar su cumplimiento, por lo que tiene una escala de dos posibilidades (“sí” o “no”, “correcto” o “incorrecto”, etc.). En particular, se propone utilizar las listas de cotejo en los juegos, es decir para verificar que en los entregables del juego se han cumplido los requisitos mínimos de realización. La lista de cotejo diseñada para evaluar los juegos se puede consultar en Tabla 11.

- **Dianas de evaluación:** Una diana de evaluación es una herramienta visual que representa el logro de objetivos mediante círculos concéntricos, donde cada nivel indica diferentes grados de competencia o cumplimiento y cada sector representa un objetivo o aspecto a alcanzar. Los estudiantes marcan su progreso en la diana, proporcionando una representación gráfica de su desempeño en las diversas áreas evaluadas. En particular, se propone utilizar dianas para la evaluación de cuestionarios de evaluación diagnóstica y continua, permitiendo así visualizar la mejora respecto al cuestionario diagnóstico del nivel del alumno en cada objetivo definido a medida que avanza la unidad y que se realizan otros cuestionarios de continuidad. La diana de evaluación diseñada para evaluar los cuestionarios se puede consultar en Figura 9.

Criterios de Calificación

Los criterios de calificación son aquellos que nos permiten dar un valor numérico a cada uno de los criterios de evaluación.

La calificación de una evaluación será el promedio de las calificaciones obtenidas en cada una de las Unidades de Trabajo de esa evaluación, de manera que la calificación de la materia en el curso será el promedio de la calificación de las tres evaluaciones.

Para calcular la calificación total de una Unidad se tendrá en cuenta la calificación extraída de cada instrumento de evaluación de cada medio de evaluación y se realizará una media ponderada siguiendo los pesos de la Tabla 1.

Tabla 1

Relación de cada medio de evaluación con el peso de su calificación en la calificación total de la unidad

Medio de evaluación	Prueba escrita	Situación Aprendizaje	Prueba oral	Cuestionarios	Juegos
Peso	25 %	15 %	10 %	35 %	15 %

Nota: En la tabla aparecen referenciadas en cada caso exactamente el instrumento de evaluación que se ha diseñado como propuesta

La calificación de cada medio será la media aritmética de las calificaciones obtenidas de cada instrumento (por ejemplo, si hay varios cuestionarios, el 35 % de peso irá dedicado a la media aritmética de la calificación de todos los cuestionarios)

En caso de que esta calificación de una Unidad sea inferior a 4 está se recuperará al final de la Unidad mediante una prueba escrita que recogerá todos los contenidos mínimos a adquirir. Si todas las Unidades tienen una calificación superior a 4 pero el promedio de las Unidades para calcular la calificación de la evaluación es menor que 5, se deberá realizar una prueba escrita a final de evaluación donde se evaluarán contenidos propios de todas las unidades englobadas en dicha evaluación.

Evaluación de la Práctica Docente

La evaluación de la práctica docente es importante porque permite detectar dificultades particulares que pueden repercutir en el proceso de enseñanza y analizar si la práctica docente se adecúa tanto a las particularidades de cada grupo mediante un análisis crítico y reflexivo. Para ello, se propone utilizar una lista de control con una serie de indicadores, que se puede consultar en Tabla 12.

Además de la autoevaluación que supone rellenar esta lista de cotejo sobre la acción docente, también es necesario escuchar la opinión del alumnado para adoptar su punto de vista de cómo viven el aprendizaje y cómo nos podemos adaptar mejor a sus necesidades. Por este motivo, se propone que el alumnado realice al final de impartir cada Unidad un formulario de manera totalmente anónima de una forma segura y sin consecuencias negativas (<https://forms.gle/dsPex67pbbuCNU3K7>).

Elementos Transversales y ODS

Objetivos de Desarrollo Sostenible

A continuación, detallamos de qué manera se propone trabajar cada uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible, es decir, qué contenidos de matemáticas se pretenden desarrollar y en qué situaciones reales se aplicarían cada uno de ellos.

El análisis de datos y el uso de modelos estadísticos son esenciales para abordar los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Para el ODS 1 (Fin de la pobreza), se analizan datos sobre pobreza y gráficos para entender su distribución y reducción. En el ODS 2 (Hambre cero), se calculan índices de malnutrición y se modela la distribución óptima de alimentos. El ODS 3 (Salud y bienestar) se aborda con análisis de datos epidemiológicos y predicción de brotes mediante modelos estadísticos. Para el ODS 4 (Educación de calidad), se evalúa el rendimiento escolar con estadísticas para mejorar estrategias educativas. El ODS 5 (Igualdad de género) implica análisis de brechas de género y propuestas de soluciones basadas en datos. En el ODS 6 (Agua limpia y saneamiento), se calcula el consumo y calidad del agua con modelos para la gestión sostenible de recursos hídricos. El ODS 7 (Energía asequible y no contaminante) se enfoca en el análisis de consumo energético y la optimización del uso de energías renovables. Para el ODS 8 (Trabajo decente y crecimiento económico), se evalúan indicadores económicos y se utilizan estadísticas para mejorar políticas de empleo. El ODS 9 (Industria, innovación e infraestructura) incluye análisis de

desarrollo industrial y modelado para mejorar infraestructura e innovación. En el ODS 10 (Reducción de las desigualdades), se analiza la distribución de ingresos y se diseñan políticas para reducir desigualdades. El ODS 11 (Ciudades y comunidades sostenibles) se aborda con modelado de crecimiento urbano y optimización del diseño urbano y transporte sostenible. Para el ODS 12 (Producción y consumo responsables), se analiza el ciclo de vida de productos y se modela la producción para reducir el desperdicio. En el ODS 13 (Acción por el clima), se calcula la huella de carbono y se predicen impactos del cambio climático. El ODS 14 (Vida submarina) implica análisis de biodiversidad marina y modelos para la conservación de ecosistemas marinos. Para el ODS 15 (Vida de ecosistemas terrestres), se evalúa la deforestación y se usan estadísticas para la gestión sostenible de ecosistemas. En el ODS 16 (Paz, justicia e instituciones sólidas), se analizan datos sobre conflictos y se mejora la transparencia institucional. Finalmente, el ODS 17 (Alianzas para lograr los objetivos) incluye análisis de cooperación internacional y modelos para evaluar la efectividad de alianzas globales. Estos enfoques permiten integrar los ODS en matemáticas, promoviendo aplicaciones prácticas y resolución de problemas reales.

Otros Elementos Transversales

En la Tabla 13 se detallan los elementos transversales y su respectiva abreviatura.

Además, en el Apéndice M se detalla cómo se propone trabajar cada elemento transversal.

En conclusión, en la Tabla 2 se resumen todas las medidas de mejora propuestas respecto lo ya existente en el Proyecto Pedagógico del IES Albal por cada una de las secciones que debe incluir un buen Proyecto Pedagógico.

Tabla 2*Resumen de las propuestas de mejora del Proyecto Pedagógico*

Sección	Mejoras
Introducción y contextualización	Contexto legislativo estatal y comunitario en que se basa la Propuesta de Proyecto Pedagógico
	Organigrama del centro
Objetivos	Especificar objetivos de etapa (etapa de Bachiller) además de los objetivos propios de la materia de Matemática I
Competencias específicas	Estrategias, medios, metodologías o actividades que se proponen para alcanzar cada una de las competencias específicas.
	Relacionar competencias específicas con competencias clave y perfil de salida en el caso de la etapa de Bachiller (no únicamente para Secundaria como se realizaba en el Proyecto Pedagógico del IES Albal)
Saberes básicos	Propuesta de unidades de programación y situaciones de aprendizaje y qué saberes básicos se trabajan en cada una de ellas.
Instrumentos de evaluación	Definición de los instrumentos de evaluación a utilizar según el medio de evaluación que se esté evaluando. Se facilitan exactamente qué rúbricas, listas de cotejo, ... se deben utilizar en función del instrumento.
Criterios de calificación	Ponderación de pesos de cada actividad o medio de evaluación y su repercusión en la calificación final, así como el instrumento a utilizar.
	Se definen los mínimos de calificación que se debe obtener en cada Unidad para poder realizar el promedio para calcular la calificación de la evaluación y se define de qué manera se recupera dicha calificación

	<p>en caso de ser inferior. Además, también se define cómo recuperar en caso de que la calificación de la evaluación sea inferior a 5.</p>
	<p>Se definen la manera de calcular las calificaciones de cada trimestre y de la totalidad del curso a partir de la calificación de cada unidad.</p>
	<p>Relación de los instrumentos de evaluación con los criterios de evaluación y a su vez con el perfil de salida.</p>
Evaluación práctica docente	<p>Se propone una lista de control con una serie de indicadores para autoevaluar la acción docente, de la cual no se comentaba nada en el Proyecto Pedagógico.</p>
	<p>Se propone que los alumnos realicen al final de una unidad un cuestionario anónimo donde puedan realizar críticas constructivas respecto la metodología de aprendizaje o los materiales.</p>
Metodología	<p>Propuesta de nuevas metodologías innovadoras.</p>
Unidades de Programación	<p>Se definen las Unidades de Trabajo y los saberes básicos asociados.</p>
	<p>Se proponen las Situaciones de Aprendizaje a trabajar en cada Unidad de Trabajo.</p>
	<p>Distribución temporal calendarizada de las Unidades de Trabajo.</p>
	<p>Incluir tabla resumen de cada bloque qué unidades de trabajo se plantean, cómo se relacionan con las unidades del libro de texto utilizado, cuántas sesiones abarca, en qué fechas y a qué evaluación pertenece.</p>

Nota. Elaboración propia

Refuerzo y Grupos de Atención Especial

Supongamos que un alumno con TDAH muestra problemas de atención e hiperactividad, interfiriendo en el aula y afectando a sus compañeros. También tiene dificultades en la planificación y resolución de problemas. Conocer sus gustos y hábitos es crucial para adaptar medidas personalizadas. Empezaremos con medidas más generales y profundizar en adaptaciones más particularizadas en caso de que las primeras no funcionaran. Por este motivo, según la legislación de inclusión de la Comunidad Valenciana (Decreto 104/2018 y la Orden 20/2019), la primera respuesta educativa estaría englobada dentro del primer nivel de respuestas educativas, es decir, medidas generales dirigidas a toda la comunidad educativa. En particular, consideramos oportuno realizar unas jornadas de formación para el profesorado del centro, dirigidas por profesionales de salud mental para permitir identificar el trastorno, así como conocer las intervenciones educativas en función de cada alumno. Esta formación se realizará a nivel de centro. Así mismo, resulta útil trasladar estas charlas al alumnado con el objetivo de sensibilizar. Así, los propios compañeros son conscientes de los problemas que puede experimentar su compañero y cómo actuar.

De la misma forma, a nivel de centro se cuenta con un aula externa al aula habitual de docencia, en la cual se permite al alumno acudir cuando se encuentre inmerso en una conducta inadecuada. De esta manera, su comportamiento no impide el transcurso de la clase para el resto de sus compañeros, mejorando el clima de tensión, y, lo más importante, es que se le permite al alumno superar su ataque de ira a través de preguntas de reflexión.

Si tras implementar estas medidas a nivel general la situación persiste sin mejoras, pasaremos a implementar medidas de segundo nivel de respuesta educativa, que van dirigidas al conjunto de la clase donde se encuentra el alumno con necesidades. Por una parte, se propone que la metodología de aprendizaje sea inclusiva, lo que en este caso implicaría la utilización de metodologías activas. Por ejemplo, al tratarse de la asignatura de matemáticas y

a sabiendas de sus gustos, podríamos organizar una especie de gymkana matemática formada por pruebas donde se trabajen los contenidos del currículum y en las cuales se tenga en cuenta alguna de sus aficiones. De esta forma, además de conseguir motivar el rendimiento del alumno porque lo hace de una forma activa y mediante intereses propios, también conseguiremos destacar sus cualidades, con la finalidad de mejorar su autoestima. De forma similar, otra manera de captar su atención, sería plantear una situación de aprendizaje en la que se traten los correspondientes contenidos de matemáticas pero aplicados a alguno de sus intereses lúdicos. Estaremos de nuevo motivándolo y aumentando su autoestima. Además, mediante las metodologías activas se fomenta también el trabajo cooperativo, lo que le permite mejorar las relaciones sociales.

Por otra parte, en cuanto a las clases magistrales, se tratará siempre de que el ambiente sea lo más tranquilo posible antes de iniciar las explicaciones para fomentar la atención. Antes de comenzar con la explicación, se introducirá la idea principal del tema que se va a tratar para ayudar a sintetizar conceptos. Para llamar la atención durante la explicación, se propone utilizar apoyos audiovisuales y cambiar el énfasis del discurso para llamar la atención, así como escribir en la pizarra palabras o conceptos clave, con diferentes colores, para focalizarla. Aunque se trate de clases magistrales de teoría, es importante incentivar la participación en clase con situaciones donde vayan a tener buen desempeño para fomentar su autoestima. En cuanto a la evaluación, se fomentará la evaluación continua.

Por último, es importante cultivar en el grupo la cultura de la organización mediante el uso de la agenda: revisar que se anoten con antelación la fecha de los exámenes, las tareas a realizar, etc. Esto ayudará al alumno a mejorar su organización del trabajo y planificarse.

Si estas medidas no dieran resultados positivos entonces tendríamos que pasar a medidas de tercer nivel de respuesta educativa, que son aquellas dirigidas exclusivamente al

alumnado con necesidades especiales e implica apoyos ordinarios adicionales. A continuación desarrollamos algunas de las que se proponen.

Debemos de ser flexibles en cuanto a la permisión del alumno con TDAH a tomarse descansos frecuentes. Una opción interesante es proponerles actividades en movimiento como ir a hacer una fotocopia, borrar la pizarra, abrir la ventana, etc.; así como permitirle libertad de movimiento sin sanción mientras trabaje dentro del aula. Una propuesta que considero interesante de aplicar en este caso sería el método Pomodoro (ciclos de trabajo de 25 minutos con pausas de 5 minutos).

En cuanto a los contenidos curriculares, resultará beneficioso proporcionar al estudiante con TDAH un listado de conceptos clave antes de comenzar la explicación. También es interesante fragmentar en fases las actividades con mayor complejidad. En cuanto a la prueba escrita, esto se traduciría en permitirles más tiempo para resolverlo y ofrecer ayudas (ej. subrayar la idea principal de los enunciados).

Otra herramienta, que fomenta la planificación del alumno sería invitarlo a utilizar carpetas o libretas diferenciadas para cada asignatura. Además, se les facilitará resumen de los conceptos clave de cada unidad para que puedan prepararse una prueba escrita. De la misma forma, supervisar los ejercicios a medida que los acaba y comprobar que realiza los deberes. Además, resulta positivo premiar la productividad (en lugar de bien/mal) para contribuir a la mejora de la autoestima, es decir, resaltar los pequeños avances.

En cuanto a la colocación en el aula, debería colocarse enfrente del profesor para que este pueda interactuar y supervisar, evitando fuentes de distracción como ventanas o puertas.

Finalmente, si el problema persistiera, acudiremos al personal especializado del centro. Se realizaría una evaluación socio-pedagógica conjunta entre el Tutor y el Departamento de Orientación para analizar las barreras, la información personal y las

medidas aplicadas hasta el momento y decidir cuál sería la respuesta educativa personalizada e individualizada de carácter extraordinario con apoyos especializados adicionales.

Propuesta de Innovación Educativa

Actividades TIC y/o Innovación

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han transformado radicalmente nuestra sociedad, especialmente en el ámbito educativo. Desde la expansión de internet hasta el desarrollo de plataformas educativas digitales, las TIC han democratizado el acceso al conocimiento y han revolucionado la forma en que enseñamos y aprendemos. Sin embargo, su influencia va más allá de la accesibilidad: han promovido un cambio de paradigma en la educación, fomentando la colaboración global, el aprendizaje personalizado y la innovación continua. A medida que avanzamos hacia un futuro cada vez más digitalizado, es crucial explorar cómo estas herramientas pueden optimizar aún más los procesos educativos y preparar a las generaciones futuras para los desafíos de un mundo interconectado. Por este motivo, vamos a exponer una serie de situaciones en las que se utilizan las TIC para favorecer el aprendizaje.

- **Material de apoyo durante las clases magistrales:** Durante las clases magistrales, el profesor usa recursos audiovisuales, combinando explicaciones en pizarra convencional y digital con transparencias. Las diapositivas incluyen contenidos teóricos y ejercicios. Los alumnos no necesitan copiar todo, ya que el material está en la plataforma Aules, permitiendo enfocarse en entender las explicaciones.
- **Aprendizaje por investigación:** Muchas de las actividades que se proponen consisten en el planteamiento de una hipótesis que deben verificar a través de la investigación en la red de fenómenos similares y extraer sus propias conclusiones. Estas

actividades se realizan de manera cooperativa y suelen ir acompañadas de una presentación al resto de equipos de las conclusiones extraídas.

- **Uso de calculadoras gráficas:** Se utilizan herramientas como GeoGebra para ayudar a comprender conceptos geométricos complejos mediante la representación gráfica. Además, permite realizar simulaciones para investigar y sacar conclusiones acerca de cómo varía la representación gráfica a medida que se modifican ciertos parámetros.
- **Realización de cuestionarios en línea:** La utilización de herramientas como Quiz o Kahoot para la realización de pruebas de resolución de problemas motiva al estudiantado porque se enfrentan de manera divertida y conjunta a ejercicios clásicos.
- **Uso de herramientas de programación o análisis de datos:** Con el objetivo de trabajar la competencia digital, muchos de los productos finales de las Situaciones de Aprendizaje implican la creación de una aplicación móvil o informes interactivos, con lo que se fomenta la introducción al lenguaje de programación o incluso de estrategias de análisis de datos mediante herramientas user-friendly de fácil utilización.

Algunas de las actividades comentadas son desarrolladas con más detalle en el desarrollo de la Situación de Aprendizaje en este mismo Trabajo Fin de Máster.

Nuevas Metodologías Activas

En el Proyecto Pedagógico del IES Albal se proponían una serie de metodologías que, en el caso de 1º de Bachiller, se centraban sobre todo en la clase magistral. Por este motivo, consideramos que las medidas que se proponen suponen de gran innovación porque abren una nueva forma de enseñanza centrada en el alumno. En particular, la metodología por la que se quiere abogar, a pesar de que en el Proyecto Pedagógico se proponía únicamente para cursos inferiores, es la de gamificación, pues a través de los juegos se permite trabajar contenidos complejos, de manera cooperativa con sus compañeros, lúdica y con mayor grado

de aprendizaje que una clase magistral al uso, ya que los alumnos se encuentran motivados por realizar la actividad. Además, también se propone la Metodología 3-2-1 a modo de evaluación diagnóstica al principio de cada Unidad y al final de la misma a modo de reflexión del propio aprendizaje. A continuación, se adjunta un resumen de las distintas metodologías que se aplican y algunos ejemplos concretos en las que se utilizan.

Trabajo Cooperativo

El trabajo cooperativo es una forma de colaboración en la que los miembros de un grupo trabajan juntos de manera coordinada para alcanzar objetivos comunes, compartiendo responsabilidades. Por ejemplo, con la realización de cuestionarios de evaluación formativa de manera conjunta o mediante juegos que impliquen resolver retos de manera cooperativa.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

En el aprendizaje basado en problemas (ABP) los estudiantes adquieren conocimientos a través de la resolución de problemas complejos y realistas, promoviendo el aprendizaje activo, la investigación y el pensamiento crítico. En particular, muchos de estos cuestionarios que comentábamos, al igual que las pruebas escritas de evaluación final, se basan en la modelización y resolución de situaciones reales.

Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

En el aprendizaje basado en proyectos (ABP) los estudiantes adquieren conocimientos y habilidades mediante la planificación, ejecución y evaluación de proyectos reales o simulados, fomentando la investigación, la colaboración y la aplicación práctica de los conocimientos. Por ejemplo, todas las Unidades de Trabajo se trabajan mediante una Situación de Aprendizaje que en sí es un pequeño proyecto a partir del cual se pretende obtener un producto final aplicando todos los conceptos correspondientes.

Aula Invertida (Flipped Classroom)

El aula invertida es un enfoque educativo donde los estudiantes aprenden los contenidos en casa y utilizan el tiempo de clase para actividades prácticas y resolución de problemas con la guía del profesor. En particular, algunos conceptos que se presuponen ya trabajados en cursos anteriores se dejan como candidatos a repasar mediante vídeos en casa, para poder dedicar así el tiempo en el aula para resolver dudas al respecto más complejas.

Aprendizaje entre Iguales

El aprendizaje entre iguales es una metodología en la que los estudiantes se enseñan y aprenden unos de otros, compartiendo conocimientos y habilidades. En particular, esta metodología se aplica continuamente en todas las actividades que impliquen trabajo cooperativo, donde los alumnos toman el rol de profesor o alumno indistintamente.

Metodología 3-2-1

La metodología 3-2-1 es una técnica educativa que ayuda a los estudiantes a reflexionar sobre su aprendizaje. Consiste en que los estudiantes identifiquen 3 cosas que aprendieron, 2 preguntas que tienen y 1 aspecto que les sorprendió o que encontraron interesante. En particular, se propone utilizarla al principio y final de cada unidad, invitando así a la propia reflexión y además conociendo el nivel del alumnado.

Gamificación

La gamificación es la aplicación de elementos y dinámicas de juegos en contextos no lúdicos para motivar y mejorar la participación y el compromiso de los alumnos. En particular, se propone adaptar las actividades o problemas dentro de juegos o concursos tradicionales o conocidos para que los alumnos refuercen los conocimientos de forma divertida y no de manera convencional). De esta manera se trabaja también mediante resolución de problemas, cooperativamente y con aprendizaje entre iguales.

Proyectos Interdisciplinarios

Los proyectos interdisciplinarios son iniciativas educativas que integran conocimientos y métodos de distintas disciplinas para abordar un tema o problema desde múltiples perspectivas. En particular, todas las Unidades de Trabajo que se trabajan mediante Situaciones de Aprendizaje son en realidad Proyectos en los cuales, además de matemáticas, se integran conceptos de otras materias como física mediante la modelización de fenómenos o informática mediante la programación de algoritmos.

Desarrollo de Valores Relativos a la Equidad, la Diversidad y la Ética

El desarrollo de valores relacionados con la equidad, la diversidad y la ética en la educación es crucial para formar ciudadanos conscientes y comprometidos con una sociedad inclusiva y justa.

Una actividad adecuada para primero de bachillerato es un proyecto interdisciplinario sobre "Diversidad Cultural y Derechos Humanos". Los estudiantes investigan culturas, comparan derechos humanos universales, crean presentaciones multimedia, debaten en clase, y redactan ensayos reflexivos. También se organizan visitas a comunidades locales, charlas con expertos, y talleres de sensibilización. Así, adquieren conocimientos académicos, desarrollan pensamiento crítico y se preparan como agentes de cambio positivo.

Programación de Aula. Desarrollo de la Unidad de Trabajo y/o Situación de Aprendizaje

Introducción

Contextualización

Como ya hemos comentado en más detalle en la Contextualización del Grupo Clase, se trata de un grupo pequeño de 14 estudiantes de 1º de Bachillerato científico, con una alta

motivación y buen comportamiento en general. Sin embargo, se destaca la presencia de subgrupos dentro del aula, con algunos alumnos que tienden a aislarse y otros que, debido a su refuerzo académico externo, pueden eclipsar la participación del resto.

Por este motivo, como fortalezas del grupo y de la Situación de Aprendizaje planteada destacaría la motivación general por el aprendizaje y la buena conducta del grupo que permite desarrollar variedad de actividades sin que eso suponga desestabilidad en el aula. Así mismo, la situación real que se toma como contextualización de la Situación de Aprendizaje es la festividad de las Fallas, un tema cercano y de aprecio entre los alumnos del grupo, además teniendo en cuenta las fechas en las que se desarrollan, muy cercana a la celebración de la festividad en el mes de marzo. Esto supone que el alumnado se sienta mucho más cómodo en lo que se refiere a conceptos del contexto (mascletá, Falla, fuegos artificiales, etc.) y además se sienta atraído por conocer de qué manera las matemáticas y la trigonometría le pueden acercar a la festividad, a modelizarla y a explotar la información que pueden extraer de ella.

En cuanto a algunas barreras de contexto destacaría que en 1º de Bachillerato, la urgencia temporal dificulta aplicar metodologías activas como gamificación o aprendizaje por proyectos, favoreciendo las clases magistrales que permiten cubrir más contenido en menos tiempo. No obstante, se intenta incluir metodologías activas innovadoras junto a sesiones magistrales para introducir nuevos conceptos, ajustándose al tiempo disponible. Por otra parte, otra barrera de contexto sería el hecho de que al tratarse de 1º de Bachillerato, cada uno de los alumnos tiene un origen distinto, por lo que sus conocimientos previos en la materia pueden variar. Por este motivo, son tan importantes las pruebas diagnósticas de evaluación inicial que nos permiten conocer el nivel del alumnado antes de iniciar una Unidad y, además, detectar exactamente cuáles son las debilidades y fortalezas de cada alumno y qué conceptos deberían de ser repasados.

Justificación y Descripción

La Situación de Aprendizaje que se plantea consiste en el desarrollo de una aplicación móvil cuyo objetivo principal condensar de una manera divulgativa algunas de las posibles aplicaciones de las matemáticas, y más en particular de la Trigonometría, en la vida real, más en concreto, en la Festividad de las Fallas.

Para ello, los alumnos deberán previamente interiorizar y comprender la aplicación de conceptos trigonométricos como resolución de triángulos, estrategia de altura, funciones trigonométricas o resolución de ecuaciones trigonométricas para posteriormente condensar todos estos cálculos en el desarrollo algorítmico de una aplicación móvil que permita acercar estos conocimientos a familiares, amigos o personas cercanas que no deben precisar necesariamente de un nivel elevado de matemáticas para utilizar la aplicación.

La repercusión social que esto supone es que se acerca la aplicabilidad de las matemáticas de manera divulgativa a un contexto cercano y conocido como son las Fallas. Además, esto supone un interés añadido tanto por parte de los alumnos como de los usuarios finales, al ser un tema que les motiva.

Producto final

Como fruto del aprendizaje, el alumnado deberá presentar a modo de producto final una aplicación para dispositivos móviles. En particular, la aplicación debe convertirse en una herramienta de divulgación dirigida a un usuario estándar con el objetivo de permitirle valorar la utilidad de las matemáticas en un mundo tan lúdico como es la festividad de Fallas de Valencia. Más en particular, se pretende convertir en una herramienta que permita a los usuarios obtener información acerca de la altura de una Falla, la altura máxima que alcanza un cohete, la intensidad de un trueno, la distancia entre dos puntos de observación en la Mascletà o la posición de caída de un cohete tras estallar a partir de medidas sencillas. En el

Apéndice N se adjunta un mock-up de los elementos con los que debería de contar la pantalla de inicio de la aplicación.

La herramienta que se propone a los alumnos para la realización es App Inventor. Se trata de una plataforma de desarrollo de actividades móviles visual e intuitiva que utiliza bloques para las instrucciones lógicas y de control. No requiere de conocimientos previos y, además, permite fomentar el pensamiento computacional de sus alumnos. De esta manera, los alumnos deberán de generalizar todas las técnicas aprendidas de resolución de triángulos y modelización de funciones trigonométricas y programarlas en función de las entradas del usuario para devolver la respuesta adecuada.

Al tratarse de un grupo-clase reducido, se realizará una única entrega conjunta que habrá sido desarrollada por todos, lo cual obligará a la creación de roles dentro del equipo de trabajo y les permitirá aprender sobre gestión de los recursos humanos durante la realización de un proyecto. Así mismo, el proyecto final será expuesto al resto de alumnos del centro en una jornada diseñada para ello, donde se expondrá el proceso de realización del proyecto, así como el resultado final y se recogerá la experiencia de usuario para conocer mejoras.

Contenidos, Criterios, Estándares y Competencias Clave y Específicas

En la siguiente sección vamos a particularizar qué saberes básicos, competencias específicas y criterios de evaluación se van a trabajar en la Unidad de Trabajo a desarrollar y de qué manera estos se relacionan con el perfil de salida del alumnado.

Saberes Básicos

Según el Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el cual se establecen la ordenación y currículo de Bachillerato, los contenidos didácticos, en forma de saberes básicos, que constituyen el currículo de la Unidad de Trabajo de Trigonometría. Notemos que esta Unidad de Trabajo y sus respectivos saberes básicos están englobados dentro del Sentido

espacial y geometría, como también está la Unidad de Trabajo de Geometría Analítica. Dicho sentido está asociado a la capacidad de analizar formas geométricas, realizar cambios sobre ellas, identificar sus características y extraer conclusiones utilizando lenguaje matemático adecuado. Más en particular, en el subbloque de trigonometría, los saberes básicos engloban desde cálculo de longitudes, medidas angulares o resolución de triángulos hasta la construcción de modelos matemáticos que permitan la resolución de problemas geométricos.

Los saberes básicos que deben trabajarse en la Unidad de Trabajo de Trigonometría de la materia Matemáticas I correspondiente al 1º curso de Bachiller se encuentran detallados en la Tabla 18. Así mismo, notemos que, debido a la naturaleza de la Aplicación móvil que se propone como producto final de la Situación de Aprendizaje, también vamos a trabajar sentido computacional. En particular, mediante la identificación de patrones para el desarrollo de algoritmos y la demostración de propiedades sencillas. Por ello, en la Tabla 18 se exponen también los saberes básicos englobados dentro de este bloque.

En la Tabla 19, se establece la relación entre las sesiones y cada saber básico, es decir, qué saberes básicos se trabajan en qué sesiones. En particular, en la Tabla 20 podemos observar qué saberes básicos se trabajan en cada actividad.

De la misma forma, definimos los objetivos didácticos que se pretenden adquirir y que son deducidos a partir de dichos saberes básicos expuestos. En la Tabla 21 observamos los distintos aspectos de aprendizaje u objetivos didácticos planteados con su correspondiente codificación para luego poder relacionarlo con las sesiones y las respectivas actividades. En la Tabla 22. podemos observar qué aspectos de aprendizaje se trabajan en cada sesión. Más en particular, en la Tabla 23 vemos en detalle en qué actividades se trabajará cada uno de los objetivos.

Competencias Específicas

En el Decreto 108/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el cual se establecen la ordenación y currículo de Bachillerato, se especifica las competencias específicas que se trabajan en la Unidad de Trabajo y son las siguientes: CE1, CE2, CE3, CE5, CE6, CE7, CE8, es decir todas las competencias específicas menos la CE4, referida a la implementación de algoritmos computacionales. Sin embargo, notemos que en nuestro caso particular sí se trabaja dicha competencia específica, al tratarse de un producto final que supone la configuración y programación de una aplicación móvil. Por este motivo, estamos en condiciones de afirmar que nuestra situación de aprendizaje es transversal a todas las competencias específicas.

En el Apéndice O se detalle de qué forma se adquieren dichas competencias durante el desarrollo de la Unidad de Trabajo, especificando en qué actividades y sesiones se trabajan y de qué manera. Por resumir todo lo comentado, en la Tabla 24 observamos en qué sesiones se trabaja cada competencia específica. En particular, en la Tabla 25 observamos en qué actividades se trabajan cada una de las competencias específicas.

Competencias Clave

En primer lugar, veamos las relaciones de las Competencias Clave con las Competencias Específicas, que vienen resumidas en la Tabla 26.

En el Apéndice O se detalla cómo se trabaja cada competencia clave en esta unidad, teniendo en cuenta aquellos aspectos comentados para cada competencia específica y las relaciones entre éstas y las competencias clave.

Innovación educativa. Metodología

A continuación, vamos a desarrollar qué metodologías se van a utilizar durante la Situación de Aprendizaje y qué medidas de Innovación educativa se implementan, indicando en cada caso en qué actividades o sesiones concretas se aplican.

Algunas de las metodologías que vamos a comentar se incluían en el Proyecto Pedagógico del Departamento del IES Albal para el curso de 1º de Bachiller. Otras las hemos incluido en nuestra Propuesta de Proyecto Pedagógico como innovación educativa, puesto que no estaba contemplada para cursos superiores de Bachiller.

- **Trabajo cooperativo:** La propia SA supone en sí un proyecto cooperativo en el sentido de que el producto final es el resultado de un trabajo conjunto.
- **Aprendizaje basado en problemas:** El objetivo principal de la SA es estudiar la aplicabilidad de la trigonometría en situaciones reales. Es por eso gran parte de las actividades implican la modelización y resolución de problemas reales, en este caso contextualizados en las Fallas. En particular, se utiliza esta metodología en la actividad S4_A1 con problemas de resolución de triángulos presentes en la festividad y en la actividad S14_A1 con modelización de sonido durante una mascletá.
- **Clase magistral:** Las sesiones magistrales son importantes en cursos tan elevados para poder introducir y explicar conceptos más complejos. En particular, desde la sesión 4 a la sesión 7 se emplea la clase magistral para introducir la resolución de ecuaciones trigonométricas y la demostración de identidades. Sin embargo, estas sesiones teóricas se combinan con actividades de resolución autónoma de ejercicios y es cuando el alumno se vuelve el protagonista de su aprendizaje.
- **Aprendizaje basado en proyectos:** La metodología de aprendizaje en realidad abarca toda la SA, puesto que en sí se trata de un gran proyecto que tiene como

objetivo obtener un producto final, en este caso la aplicación móvil. En las sesiones 16 y 17 es donde se observará el resultado del proyecto.

- **Flipped Classroom o Aula Invertida:** En la sesión 2 se aplica la metodología de aula invertida, mediante la cual se introducen todos los conceptos de resolución de triángulos necesarios para proseguir con la Unidad. De hecho, son contenidos que se presuponen aprendidos de cursos anteriores. Es por eso que durante la sesión 2 en la hora de clase se realiza una evaluación diagnóstica y ésta se vuelve a realizar en la sesión 3 (actividad S3_A1) tras haber los alumnos visto por su cuenta los vídeos de Flipped Classroom para evaluar cómo ha mejorado.

- **Aprendizaje entre iguales:** En general en todas las actividades propuestas se utiliza la metodología aprendizaje entre iguales, ya que trabajar cooperativamente implica tener que asumir de manera cambiante rol de profesor-alumno con los propios compañeros. En particular, en las actividades S5_A1 y S6_A1 que implica la resolución de ecuaciones trigonométricas en el aula de manera autónoma se pone en práctica esta metodología, ya que dentro de un mismo grupo los alumnos asumirán rol de profesor o de alumno con el objetivo de nutrirse de los conocimientos de sus compañeros o de transmitir los suyos propios.

- **Metodología 3-2-1:** En la actividad S2_A1 se aplica la metodología 3-2-1 como prueba diagnóstica inicial para conocer el nivel de conocimiento de los alumnos de la Unidad que se va a empezar.

- **Gamificación:** La metodología de gamificación se aplica mediante cuestionarios interactivos por equipos en el aula a modo de competición (actividades S2_A2 y S4_A1) y mediante juegos de mesa modificados y personalizados para trabajar los aspectos de aprendizaje (Jenga de demostraciones en la actividad S8_A1 y Trivial de ecuaciones trigonométricas en la actividad S11_A1).

- **Proyecto interdisciplinar:** La propia SA es un proyecto interdisciplinar en sí mismo en el sentido de que el producto final, la aplicación móvil, implica el desarrollo de competencias propias de la materia de Informática mediante el desarrollo de la aplicación móvil mediante herramientas de programación. Así mismo, también se trabajan conceptos propios de Física para modelizar la propagación del sonido en una mascletá mediante ondas (actividades S13_A2 o S14_A1).

Distribución Temporal de la Unidad

Para el desarrollo de la presente Situación de Aprendizaje contamos con un total de 17 sesiones, comprendidas entre finales de marzo y principios de mayo. Esto supone una disponibilidad de 4 sesiones de 55 minutos cada una a la semana. Los horarios de las sesiones se pueden consultar en Tabla 6.

Programación de las Sesiones. Recursos Didácticos y Organizativos. Actividades de Enseñanza y Aprendizaje. Actividades Complementarias

En primer lugar, a modo de resumen, la Tabla 14, la Tabla 15., la Tabla 16 y la Tabla 17 (ver Apéndice Ñ), recogen todas las características de la situación de aprendizaje a desarrollar: descripción, saberes básicos, objetivos didácticos, resumen de sesiones y actividades, así como metodologías, recursos, transversalidad, medidas de respuesta a la inclusión, instrumentos de evaluación y elementos transversales y ODS.

En la

Tabla 3, se resume la temporalización de las sesiones, así como las actividades que se plantean en cada una de ellas.

Tabla 3*Resumen de sesiones, temporalización y actividades propuestas*

Sesión	Fecha	Actividades
Sesión 1	Miércoles 24 de enero de 2024	-
Sesión 2	Jueves 25 de enero de 2024	Actividad S2_A1: “Metodología 3-2-1 trigonometría” Actividad S2_A2: “Prueba evaluación diagnóstica resolución de triángulos”
Sesión 3	Lunes 29 de enero de 2024	Actividad S3_A1: “Prueba resolución de triángulos tras aula invertida”
Sesión 4	Martes 30 de enero de 2024	Actividad S4_A1: “Pólvora y triángulos: trigonometría en Fallas”
Sesión 5	Miércoles 31 de diciembre de 2024	Actividad S5_A1: “Ejercicios ecuaciones trigonométricas simples”
Sesión 6	Jueves 1 de febrero de 2024	Actividad S6_A1: “Ejercicios ecuaciones trigonométricas 2º grado”
Sesión 7	Lunes 5 de febrero de 2024	
Sesión 8	Martes 6 de febrero de 2024	Actividad S8_A1: “Trigonometría en equilibrio”
Sesión 9	Miércoles 7 de febrero de 2024	-

Sesión 10	Jueves 8 de febrero de 2024	-
Sesión 11	Lunes 12 de febrero de 2024	Actividad S11_A1: “Trigonome Trivial”
Sesión 12	Martes 13 de febrero de 2024	Actividad S12_A1: “¡Que vienen curvas!”
Sesión 13	Miércoles 14 de febrero de 2024	Actividad S13_A1: “Trigonometría dinámica: Explorando transformaciones con GeoGebra” Actividad S13_A2: “Ondeando aplicaciones de la trigonometría”
Sesión 14	Jueves 15 de febrero de 2024	Actividad S14_A1: “Fallas ondeantes”
Sesión 15	Lunes 19 de febrero de 2024	Actividad S15_A1: “Prueba escrita resolución de triángulos y ecuaciones y funciones trigonométricas”
Sesión 16	Martes 20 de febrero de 2024	-
Sesión 17	Jueves 29 de febrero de 2024	Actividad S17_A1: “Prueba oral presentación Aplicación”

Programación de las Sesiones

A continuación, procedemos a comentar en detalle las actividades a desarrollar en cada sesión.

Cabe destacar que la descripción en detalle de las actividades se encuentra en el Apéndice P.

Sesión 1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Miércoles 24 de enero de 2024
- **Tipo de sesión:** Clase magistral interactiva
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** -
- **Objetivos:** Introducir la Situación de Aprendizaje y transmitir los objetivos.
- **Estructura de la sesión:** Durante esta primera sesión se presenta a los alumnos la Situación de Aprendizaje y se les cuenta qué se espera de ellos y qué producto final se espera como resultado. Para ello, se plantearán una serie de retos que se esperan resolver durante la SA y se dejan como pregunta abierta para invitar a la reflexión de los alumnos. De esta manera, se presentan muchas de las situaciones o fenómenos de la festividad de Fallas que se van a modelizar matemáticamente a lo largo de la unidad pero sin dar detalles de cómo se va a hacer, fomentando así el pensamiento crítico y creativo.
- **Recursos:** Proyector
- **Competencias clave:** CMCT, CPSAA, CC, CE
- **Competencias específicas:** CE3, CE7
- **Saberes básicos:** SB7, SB10
- **Elementos transversales:** EEV, CEC
- **Atención a la diversidad:** -

Sesión 2

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Jueves 25 de enero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión diagnóstica
- **Entorno de aprendizaje:** Aula informática

- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O2, O4, O5, O6
- **Objetivos:** En esta primera sesión, se realizará una evaluación diagnóstica para conocer el grado de conocimiento del alumnado en trigonometría, a sabiendas de que han realizado la Educación Secundaria en centros distintos y somos conscientes de que existirán diversidad de niveles iniciales. El objetivo de este diagnóstico es detectar las debilidades y fortalezas de nuestro alumnado en cuanto a conocimientos previos para diseñar los materiales y las siguientes sesiones en función de ello y detectar qué alumnos van a necesitar un refuerzo extra para el correcto seguimiento de las clases.
- **Estructura de la sesión:**
 - En primer lugar, para realizar un primer barrido general y poder hacerse una idea del nivel de la clase en términos generales, utilizaremos la metodología 3-2-1 (**Actividad S2_A1: “Metodología 3-2-1 trigonometría” en el Apéndice P**).
 - En segundo lugar, durante los 45 minutos restantes, realizaremos de manera cooperativa una prueba de nivel de carácter diagnóstico y no evaluable (**Actividad S2_A2: “Prueba evaluación diagnóstica resolución de triángulos” en el Apéndice P**). Para ello, utilizaremos la plataforma Kahoot.
 - Tras finalizar la actividad, se presentará a los alumnos la Diana de objetivos.
 - Finalmente, se les presentará a los alumnos una serie de vídeos explicativos preparados por el propio docente que deben visualizar en casa antes del próximo día. Se trata de la metodología aula invertida o “flipped classroom”. Son un total de 4 vídeos: uno para razones trigonométricas de un triángulo rectángulo, otro para transformación de grados a radianes y viceversa, otro para la resolución de triángulos cualquiera utilizando la estrategia de altura y otro para los teoremas del seno y coseno. Cada vídeo incluye una explicación teórica en detalle y la resolución de un ejercicio.
- **Recursos:** Ordenador, Internet, calculadora, pizarra, proyector

- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE6, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7
- **Elementos transversales:** CL, EOE, CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** Como no se pretende evaluar la capacidad memorística sino más bien la capacidad de aplicar los conceptos, para la prueba de Kahoot se les facilitará un formulario con las principales fórmulas que deben utilizar en la resolución de los problemas planteados.

Sesión 3

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Lunes 29 de enero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión repaso
- **Entorno de aprendizaje:** Aula informática
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O2, O4, O5, O6
- **Objetivos:** El objetivo de esta sesión es recoger los resultados de aprendizaje tras la visualización de las clases de manera online y actualizar el nivel de adquisición de los objetivos en la diana. Además, se resolverán dudas surgidas durante la visualización de dichos vídeos. Recordemos que se trata de conceptos que ya deberían de estar aprendidos en cursos anteriores y simplemente nos encontramos realizando un análisis de la situación del grupo clase.
- **Estructura de la sesión:**
 - En primer lugar, se dedicarán los primeros 10 minutos a la resolución de dudas de los vídeos explicativos y que los alumnos deberían de haber visualizado por su cuenta en casa.

- En segundo lugar, se realizará de nuevo una prueba Kahoot con ejercicios similares a los de la primera prueba, es decir, uno por cada uno de los 4 objetivos planteados en la diana (**Actividad S3_A1: “Prueba resolución de triángulos tras aula invertida” en el Apéndice P**). De igual manera, deberán ser resueltos agrupados en los mismos equipos que la vez anterior.
- Finalmente, en base a los resultados obtenidos en el Kahoot, cada equipo moverá sus dardos respecto la posición anterior. La idea es analizar, por una parte, si ha habido un margen de mejora en la mayoría de equipos y si ha habido algún objetivo que de forma general no ha sido alcanzado en su totalidad. En ese caso se tomarán medidas extraordinarias como la realización de tutorías personalizadas.
- **Recursos:** Ordenador, Internet, calculadora, pizarra, proyector
- **Competencias clave:** CMCT, CD, CPSAA, CC, CE
- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7
- **Elementos transversales:** CL, CAT
- **Atención a la diversidad:** Realización de tutorías personalizadas en caso de no alcanzar los objetivos propuestos en la adquisición de conocimientos previos.

Sesión 4

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Martes 30 de enero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O2, O4, O5, O6
- **Objetivos:** Con el objetivo de trabajar los objetivos de nuestra situación de aprendizaje y empezar a enfocar las funcionalidades de la aplicación, les planteamos a los alumnos la

resolución de una serie de problemas reales contextualizados en la festividad de las Fallas que nos servirán más adelante para generalizar estos cálculos a las peticiones de los usuarios de la aplicación.

- **Estructura de la sesión:**

- En primer lugar, se realizará una explicación teórica de cómo se podrían relacionar todos los conceptos y procedimientos estudiados hasta el momento con la Festividad de las Fallas y en qué casos de uso vamos a aplicarlo en nuestro caso, atendiendo a los contenidos que queremos incluir en la aplicación a desarrollar.
- En segundo lugar, se resolverán en clase un par de ejercicios ejemplo de cada tipo para comprender la manera de modelizar cada situación geoméricamente y la forma de proceder en función de los datos de los que disponemos.
- Finalmente, durante los últimos 10 minutos de la sesión, se explicará una actividad que deben realizar de manera autónoma individual en casa (**Actividad S4_A1: “Pólvora y triángulos: trigonometría en Fallas” en el Apéndice P**).

- **Recursos:** Ordenador, Internet, calculadora, pizarra, proyector

- **Competencias clave:** CL, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC

- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE5, CE7

- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7, SB10

- **Elementos transversales:** CL, EOE, CAT, CEC

- **Atención a la diversidad:** Tras la finalización de la sesión se subirá en la plataforma Aules la resolución de los ejemplos vistos en casa para que puedan proceder a la resolución de los ejercicios del cuestionario en caso de que no hayan podido copiar durante las explicaciones.

Sesión 5

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Miércoles 31 de diciembre de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O11
- **Objetivos:** Durante esta sesión se introducirá el concepto de ecuación trigonométrica y se resolverán ejemplos de las más sencillas.
- **Estructura de la sesión:**
 - En primer lugar, explicaremos de manera teórica el algoritmo básico de resolución de las ecuaciones trigonométricas. Además, se explicará la periodicidad de las funciones trigonométricas para que entiendan la infinidad de soluciones.
 - En segundo lugar, se les mostrará la resolución de las ecuaciones más simples donde la razón trigonométrica está igualada a un único valor.
 - Finalmente, durante los últimos 15 minutos de la sesión se les planteará una serie de ejercicios similares a los resueltos en clase para que resuelva por su cuenta, con el apoyo de sus compañeros y con el apoyo del docente en caso de necesitarlo. El resto de las ecuaciones propuestas deberán ser resueltas en casa como material de estudio
(Actividad S5_A1: “Ejercicios ecuaciones trigonométrica simples” en el Apéndice P).
- **Recursos:** Pizarra, proyector, material de estudio (ver Apéndice T).
- **Competencias clave:** CMCT, CD, CPSAA, CC, CE
- **Competencias específicas:** CE1
- **Saberes básicos:** SB1, SB4, SB6
- **Elementos transversales:** CEC

- **Atención a la diversidad:** La resolución detallada de las ecuaciones que se plantean como ejercicio para los alumnos será subida a la plataforma Aules para que puedan consultarlo aquellos alumnos que no hayan conseguido llegar a la solución o que simplemente quieran comprobar que sus repuestas son correctas (ver Apéndice U).

Sesión 6

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Jueves 1 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O11
- **Objetivos:** Clase magistral sobre la resolución de ecuaciones trigonométricas de segundo grado y particularización de la resolución en caso de ecuaciones incompletas.
- **Estructura de la sesión:**
 - En primer lugar, se les explica de qué manera resolver una ecuación cuadrática completa. Para ello, se les explica el cambio de variable. La explicación del algoritmo a seguir se realiza sobre un ejemplo práctico en la pizarra.
 - De manera similar, se presentan mediante ejemplos cómo resolveríamos ecuaciones trigonométricas cuadráticas incompletas de tipo 1 y 2 (cuando falta el término independiente o cuando falta el término de primer grado).
 - Finalmente, les mostraremos como resolver un ejemplo en los que haya que utilizar el hecho de que la suma de los cuadrados de seno y coseno sea la unidad.
 - En definitiva, la metodología utilizada en este caso es mediante ejemplos, es decir, se van introduciendo las diferentes casuísticas mediante ejemplos que las cumplan y se indica la manera de resolverlo. Cabe destacar que todas las explicaciones se combinan

con participaciones de los alumnos, pues se les va invitando mediante preguntas a que interactúen con la explicación.

- Para finalizar, se les plantea una serie de ecuaciones de cada uno de los tipos explicados. Dispondrán de los últimos 15 minutos de la sesión para resolverlos con sus respectivos equipos de trabajo. (**Actividad S6_A1: “Ejercicios ecuaciones trigonométricas 2º grado” en Apéndice P**).
- El resto de las ecuaciones de segundo grado propuestas deberán ser resueltas por su cuenta en casa como material de estudio. Se les facilita una hoja con todas ellas.
- **Recursos:** Pizarra, proyector, material de estudio (ver Apéndice T).
- **Competencias clave:** CMCT, CD, CPSAA, CC, CE
- **Competencias específicas:** CE1
- **Saberes básicos:** SB1, SB4, SB6
- **Elementos transversales:** CEC
- **Atención a la diversidad:** La resolución detallada de las ecuaciones que se plantean como ejercicio para los alumnos será subida a la plataforma Aules para que puedan consultarlo aquellos alumnos que no hayan conseguido llegar a la solución o que simplemente quieran comprobar que sus respuestas son correctas (ver Apéndice U).

Sesión 7

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Lunes 5 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O9, O10, O12
- **Objetivos:** Presentación y demostración de identidades y propiedades de las razones trigonométricas de: suma y resta de ángulos, ángulo doble y ángulo mitad.

- **Estructura de la sesión:**
 - Presentación y demostración de la identidad de la razón trigonométrica de la suma de dos ángulos en función de las razones trigonométricas de cada ángulo.
 - Ejemplo de cómo demostrar una identidad trigonométrica cualquiera donde se tengan que aplicar las propiedades anteriores.
 - Presentación y demostración de la identidad de la razón trigonométrica de la resta de dos ángulos en función de las razones trigonométricas de cada ángulo.
 - Ejemplo de cómo demostrar una identidad trigonométrica cualquiera donde se tengan que aplicar las propiedades anteriores.
 - Presentación y demostración de la identidad de la razón trigonométrica del ángulo doble.
 - Ejemplo de cómo demostrar una identidad trigonométrica cualquiera donde se tengan que aplicar las propiedades anteriores.
 - Presentación y demostración de la identidad de la razón trigonométrica del ángulo mitad.
 - Ejemplo de cómo demostrar una identidad trigonométrica cualquiera donde se tengan que aplicar las propiedades anteriores.
- **Recursos:** Pizarra, proyector, material de estudio (ver Apéndice T).
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE2, CE6
- **Saberes básicos:** SB2, SB3, SB8
- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Como no se pretende fomentar la capacidad memorística sino más bien la manera de aplicar las propiedades a la demostración de identidades, se les

facilitará un formulario con las razones trigonométricas cuya utilización será permitida de cara a la prueba escrita de evaluación de los contenidos.

Sesión 8

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Martes 6 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión de gamificación
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O9, O10, O12
- **Objetivos:** Juego del Jenga con demostraciones de expresiones aplicando propiedades de razones trigonométricas.
- **Estructura de la sesión:**
 - El total de la sesión será dedicado a la explicación y ejecución del juego (**Actividad S8_A1: “Trigonometría en equilibrio” en Apéndice P**).
- **Recursos:** Juego del Jenga original, formulario con propiedades trigonométricas
- **Competencias clave:** CL, CMCT, CD, CPSAA, CEC
- **Competencias específicas:** CE2, CE5
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB6, SB8, SB10
- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Se les facilitará un formulario con todas las razones trigonométricas que deben utilizar para demostrar las expresiones.

Sesión 9

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Miércoles 7 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria

- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O9, O10, O11, O12
- **Objetivos:** Ecuaciones trigonométricas con propiedades
- **Estructura de la sesión:**
 - Se presentan ejemplos de cómo resolver una ecuación trigonométrica que implique aplicar identidades y propiedades previamente para simplificar la expresión.
 - Para finalizar, se les plantea una serie de ecuaciones a resolver. Dispondrán de los últimos 15 minutos de la sesión para resolverlos con sus respectivos equipos de trabajo para que puedan consultar las dudas en caso de ser necesario.
- **Recursos:** Pizarra, proyector, material de estudio (ver Apéndice T).
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE6
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB8, SB9
- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Se sube a Aules la resolución de las ecuaciones como material de estudio (Apéndice U).

Sesión 10

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Jueves 8 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O9, O10, O11, O12
- **Objetivos:** Ejercicios ecuaciones trigonométricas
- **Estructura de la sesión:** Seguir con la resolución de ecuaciones.
- **Recursos:** Pizarra, proyector, material de estudio (ver Apéndice T).
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC

- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE6
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB8, SB9
- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Se sube a Aules la resolución de las ecuaciones como material de estudio (Apéndice U).

Sesión 11

- **Asignatura:** Matemáticas I
 - **Fecha:** Lunes 12 de febrero de 2024
 - **Tipo de sesión:** Sesión de gamificación
 - **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
 - **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O9, O10, O11, O12
 - **Objetivos:** Juego del Trivial con ecuaciones trigonométricas (**Actividad S11_A1: “Trigonomé Trivial” en el Apéndice P**).
 - **Estructura de la sesión:**
 - El total de la sesión será dedicado a la explicación y ejecución del juego.
 - **Recursos:** Tablero de juego Trivial Pursuit, dados, tarjetas juego con ecuaciones, quesitos de papel
 - **Competencias clave:** CL, CMCT, CD, CPSAA, CEC
 - **Competencias específicas:** CE2, CE5
 - **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB6, SB8, SB10
 - **Elementos transversales:** EOE, CEC
 - **Atención a la diversidad:** Equipos de juegos compensados en cuanto a capacidades.
- Además, uno de los propósitos del juego es que se resuelvan el mayor número de ecuaciones posibles entre todos los equipos para así al finalizar el juego agrupar todas las

ecuaciones resueltas por todos los grupos y crear así una especie de dossier de ejercicios de ecuaciones resueltas que les será útil para estudiar.

Sesión 12

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Martes 13 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión teórica - participativa
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O13
- **Objetivos:** Concepto de función trigonométrica, definición de función trigonométrica a partir de una tabla de ángulos evaluados, relaciones entre funciones trigonométricas, desplazamiento de funciones, periodicidad, asíntotas, dominio, recorrido, puntos de corte, extremos relativos, transformación de funciones periódicas y su influencia en el período y la amplitud.
- **Estructura de la sesión:**
 - Iniciamos la sesión planteándole una pregunta abierta para que reflexionen acerca de qué consideran que representa una función trigonométrica, aprovechando los conocimientos que ya disponen acerca de funciones de otro tipo.
 - Se les plantea la **Actividad S12_A1 (“¡Que vienen curvas!”)** en el **Apéndice P** y se les deja tiempo para su realización.
 - Tras este ejercicio autónomo, se les muestra en la pizarra como sería la representación de las otras dos funciones trigonométricas (coseno y tangente) si siguiéramos el mismo procedimiento.
 - A continuación, se les muestra solapadas en una misma gráfica las funciones seno, coseno y tangente y se les invita a debatir sobre qué aspectos o relaciones observan entre ellas. El objetivo con esta reflexión es que detecten la similitud y desplazamiento entre

la función seno y coseno y que se percaten de que la tangente no está definida en aquellos puntos donde el coseno se anula, para así relacionarlo con la relación fundamental estudiada en la cual se expresa la tangente como el cociente entre seno y coseno.

- Seguidamente, se les recuerda el concepto de periodicidad trabajado en la Unidad de Trabajo de funciones y se les invita a detectar e este caso cuál sería el período de las funciones seno, coseno y tangente.
- A través de un debate abierto y colaborativo, se invita a los alumnos a identificar el resto de las propiedades a analizar en una función en base a lo que saben hasta el momento y con ayuda de la representación gráfica del seno, coseno y tangente.
- Por último, se les explica gráficamente el concepto de amplitud para posteriormente introducirles con ejemplos sencillos cómo éste y el período se ven afectados frente a transformaciones de las funciones trigonométrica. Las explicaciones se acompañan con exposición interactiva en la pizarra digital mediante Geogebra.

- **Recursos:** Pizarra digital
- **Competencias clave:** CL, CMCT, CD, CPSAA
- **Competencias específicas:** CE5
- **Saberes básicos:** SB1, SB8
- **Elementos transversales:** CEC
- **Atención a la diversidad:** Trabajo cooperativo
- **Evaluación:** No evaluable.

Sesión 13

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Miércoles 14 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:**

- **Entorno de aprendizaje:** Aula de informática
- **Aspectos de aprendizaje:** O13, O14, O15
- **Objetivos:** Transformación de funciones trigonométricas mediante producto por un escalar y su influencia en la amplitud y el período. Presencia de las funciones trigonométricas en la naturaleza y el mundo que nos rodea. Aplicaciones prácticas y utilidades de las funciones trigonométricas en otros ámbitos de la ciencia.
- **Estructura de la sesión:**
 - La primera mitad de la clase será dedicada a una actividad donde de manera interactiva y de forma cooperativa asentarán los conocimientos trabajados en la sesión anterior acerca de transformación de funciones trigonométricas por el producto por un escalar.
 - Durante la primera mitad de la sesión, desarrollo de la actividad con Geogebra sobre transformación de funciones trigonométricas. (**Actividad S13_A1: “Trigonometría dinámica: Explorando transformaciones con GeoGebra” en Apéndice P**).
 - Durante la segunda mitad de la sesión, los alumnos realizarán una investigación acerca de posibles casos de uso de las funciones trigonométricas en la vida real (**Actividad S13_A2: “Ondeando aplicaciones de la trigonometría” en Apéndice P**).
- **Recursos:** Ordenador o dispositivo con acceso a Internet
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE4, CE6, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB7, SB9, SB10
- **Elementos transversales:** CL, EOE, CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** Esquema con todas las conclusiones de la investigación en cuanto a transformaciones de funciones trigonométricas. Trabajo cooperativo.

Sesión 14

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Jueves 15 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión de evaluación continua
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O13, O14, O15
- **Objetivos:** Aplicabilidad de las funciones trigonométricas en las Fallas y su contexto.
Generalización del problema a cualquier casuística con el objetivo de preparar el material que permita posteriormente implementar su resolución en la aplicación móvil producto.
- **Estructura de la sesión:**
 - Realización de la **Actividad S14_A1 (“Fallas ondeantes”)** en **Apéndice P**.
- **Recursos:** Ordenador, calculadora
- **Competencias clave:** CL, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB6, SB7, SB9
- **Elementos transversales:** CL, CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** Prestar el aula de informática para la realización del cuestionario y facilitar ejemplos de ejercicios.

Sesión 15

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Lunes 19 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión de evaluación escrita
- **Entorno de aprendizaje:** Aula ordinaria
- **Aspectos de aprendizaje:** O2, O3, O4, O5, O6, O8, O9, O10, O11, O12, O13, O14, O15

- **Objetivos:** Evaluación escrita de todos los contenidos impartidos durante las anteriores sesiones.
- **Estructura de la sesión:**
 - Se dedica la totalidad de la sesión a la realización de la prueba escrita (**Actividad S15_A1: “Prueba escrita Trigonometría” en Apéndice P**).
- **Recursos:**
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE5, CE6, CE8
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB5, SB6, SB7, SB8, SB9, SB10
- **Elementos transversales:** CL, EOE
- **Atención a la diversidad:** Formulario con expresiones necesarias para facilitar el estudio. Tutorías individuales y colectivas. Formulario durante la realización de la prueba de expresiones cuya memorización no es relevante.

Sesión 16

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Martes 20 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión de planificación
- **Entorno de aprendizaje:** Aula de informática
- **Aspectos de aprendizaje:** O16
- **Objetivos:** Definir roles del alumnado en el proyecto, presentar la estructura del producto final e introducir nociones básicas de App Inventor.
- **Estructura de la sesión:**
 - Durante los primeros 10 minutos de la sesión se les presentará la herramienta App Inventor y sus funcionalidades. Por una parte, se les mostrará la manera de diseñar la interfaz gráfica a partir de los elementos disponibles. Por otra parte, se les explicará la

funcionalidad de cada uno de los tipos de bloques de programación que la herramienta pone a disposición.

- Durante los siguientes 15 minutos, se les planteará el mock-up de lo que se espera obtener como aplicación móvil y como producto final. De esta manera, se explicará tanto la pantalla inicial de la aplicación y sus respectivas secciones, como la funcionalidad que debe cumplir cada sección. Para ello, se establecerán directrices claras de qué parámetros son a introducir por el usuario y cuál debe ser el resultado final que debe devolver la aplicación. Además, se relacionará cada una de las funcionalidades de la aplicación con alguno de los problemas tipo trabajados durante las sesiones.
- A continuación, se dedicarán otros 15 minutos para la definición de roles en el grupo-clase dentro del proyecto de elaboración de la aplicación. La idea es que se establezcan al menos un pequeño comité de dirección del proyecto, un equipo de diseño gráfico encargado del diseño y elaboración de la interfaz de la aplicación, un equipo técnico encargado de la configuración de la aplicación y un equipo de marketing y comunicación encargado de preparar la fase de adopción de usuarios.

- **Recursos:**

- **Competencias clave:** CMCT, CD, CPSAA, CC, CE, CEC

- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE4, CE7

- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB5, SB6, SB7, SB8, SB9, SB10

- **Elementos transversales:** CAT, EEV, CEC

- **Atención a la diversidad:** Se adjunta listado de links con vídeos explicativos de cómo programar las funcionalidades requeridas en la app. Además, en Aules se les facilita un ejemplo de un problema similar generalizado para que lo tomen como muestra. Trabajo cooperativo. Los roles se definen teniendo en cuenta las actitudes y aptitudes de cada alumno.

Sesión 17

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Fecha:** Jueves 29 de febrero de 2024
- **Tipo de sesión:** Sesión de presentación, defensa y evaluación del producto final
- **Entorno de aprendizaje:**
- **Aspectos de aprendizaje:** O16
- **Objetivos:** programar
- **Estructura de la sesión:** Esta última sesión de la SA, separada temporalmente del resto, se dedicará a la presentación oral de la aplicación móvil y su funcionamiento al público objetivo en este caso (otros cursos del centro). **Actividad S17_A1: “Prueba oral y divulgativa del producto final SA” en Apéndice P.**
- **Recursos:** Pizarra digital, móvil con acceso a la aplicación desarrollada.
- **Competencias clave:** CL, CP, CMCT, CPSAA, CC, CE, CEC
- **Competencias específicas:** CE4, CE6, CE7, CE8
- **Saberes básicos:** SB7, SB9, SB10
- **Elementos transversales:** EOE, CAT, EEV, CEC
- **Atención a la diversidad:** Trabajo cooperativo.

Actividades de Enseñanza y Aprendizaje

En el Apéndice P encontramos el detalle de cada una de las actividades a las que se ha hecho referencia en las descripciones de las sesiones. En éste se describe para cada actividad los aspectos de aprendizaje, el desarrollo, el entregable, los recursos, las competencias específicas, saberes básicos y elementos transversales que se trabajan, así como la evaluación y las medidas de atención a la diversidad que se aplican.

Recursos Didácticos, Organizativos y Materiales

Para llevar a cabo las actividades planificadas, se requieren diversos recursos organizativos y materiales. Los recursos más recurrentes incluyen hojas de papel para cada alumno, ordenadores y pizarras digitales, que son esenciales para la mayoría de las actividades, facilitando tanto la escritura manual como la interacción tecnológica y la visualización de conceptos. En algunas actividades específicas, como aquellas que utilizan hojas de cálculos, calculadoras y juegos educativos personalizados (como Jenga y Trivial Pursuit), se añaden elementos didácticos que fomentan la participación activa y la gamificación del aprendizaje. Entre estos recursos, los juegos personalizados y las pizarras digitales podrían considerarse menos comunes y potencialmente más difíciles de conseguir debido a su especificidad y coste, en comparación con el papel y las hojas de cálculos, que son de fácil acceso y ampliamente disponibles.

Elementos Transversales y ODS

Elementos Transversales

En el Apéndice W se describe en detalle de qué manera y en qué actividades o sesiones se trabajan cada uno de los elementos transversales. En particular, en la Tabla 27 y en la Tabla 28 observamos qué elementos transversales se trabajan en qué sesiones y actividades respectivamente.

Objetivos de Desarrollo Sostenible 2030

Por otra parte, veamos qué Objetivos de Desarrollo Sostenible se trabajan durante la presente situación de aprendizaje planteada.

Por una parte, uno de los principales ODS que se pretendía aplicar era el **ODS 4** “**Educación de calidad**”, que consiste en garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos. En

particular, la aplicación móvil desarrollada busca divulgar la trigonometría y sus aplicaciones prácticas a diferentes edades, haciendo accesible el aprendizaje matemático. Incluye una sección explicativa de los fundamentos trigonométricos utilizados. La última sesión de divulgación está diseñada para acercar conceptos complejos a alumnos de otros cursos de manera comprensible y asimilable.

Por otra parte, también se trabaja el **ODS 5 “Igualdad de género”**, que pretende lograr la igualdad entre los géneros y empoderar a todas las mujeres y las niñas. En nuestro caso particular, únicamente contamos con 3 niñas en clase. Precisamente por eso, se busca despertar en ellas la vocación STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) mediante el desarrollo de la aplicación móvil de la que son partícipes. Con esto se pretende disminuir la brecha tecnológica de género y al mismo tiempo inspirarlas para que se conviertan en las profesionales innovadoras del futuro, fomentando el aumento de presencia femenina en las ingenierías y carreras técnicas.

Así mismo, destacaría también la implicación del **ODS 9, titulado “Industria, Innovación e Infraestructura”** y que consiste en construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización inclusiva y sostenible y fomentar la innovación. En esta SA, el ODS se refleja en la promoción de la innovación mediante una app educativa que permite a los estudiantes calcular alturas y distancias. Esto moderniza el aprendizaje, promoviendo habilidades técnicas esenciales para una industria sostenible y resiliente.

Por último, la aplicación móvil apoya el **ODS 11 (“Ciudades y comunidades sostenibles”)** al ofrecer herramientas para calcular la amplitud de las ondas sonoras de los petardos, contribuyendo a la reducción de la contaminación acústica en las ciudades. Además, al calcular el punto de caída de los cohetes, se mejora la seguridad durante los eventos festivos, promoviendo así zonas más seguras y resilientes para los ciudadanos.

Figura 5

Iconos de los ODS trabajados en la SA



Medidas de Atención al Alumnado con Necesidad Específica de Apoyo Educativa

Se han implementado varias medidas para apoyar a los alumnos con necesidades educativas específicas (NEAE). Las actividades se llevan a cabo en equipos equilibrados para fomentar el trabajo cooperativo, asegurando que los alumnos con NEAE reciban apoyo de sus compañeros más avanzados. Durante muchas de estas actividades, se proporciona un formulario con identidades y fórmulas clave para centrarse en la aplicación de conceptos en lugar de la memorización.

Para facilitar el aprendizaje, se suben a la plataforma Aules las resoluciones de los ejemplos vistos en clase, así como la resolución de los ejercicios detallada paso a paso. También se crea un portafolio común con las soluciones de los diferentes equipos, permitiendo a los alumnos ver diferentes enfoques para resolver problemas. Los alumnos que no tengan acceso a recursos tecnológicos en casa pueden utilizar el aula de informática del centro. Antes de las pruebas escritas, se facilita a los alumnos un formulario con las expresiones necesarias y, durante la prueba, se les proporciona información clave para evitar la memorización excesiva.

Los docentes prestan especial atención a los alumnos con NEAE, ofreciendo orientación y pistas durante las actividades. Además, están disponibles para tutorías antes de las pruebas escritas. Se fomenta la participación de los alumnos en actividades adicionales si terminan antes de tiempo y se les proporcionan esquemas para ayudar en su estudio y en la sintetizar los conceptos más relevantes. Estas medidas buscan crear un entorno inclusivo y de

apoyo, garantizando que todos los alumnos, especialmente aquellos con NEAE, tengan las mismas oportunidades de aprendizaje y desarrollo.

Criterios de Evaluación y Calificación

Criterios de Evaluación

En la Tabla 29 podemos ver la relación entre los criterios de evaluación y las actividades de la SA en una tabla de doble entrada.

Medios de evaluación

En primer lugar, veamos qué medios son utilizados para realizar la evaluación de la unidad de trabajo y en qué actividades se aplica cada uno.

Por una parte, cabe destacar que la unidad de trabajo se plantea como una Situación de Aprendizaje en su totalidad, por lo que en este caso en medio de evaluación sería el propio proyecto, es decir, se valor la capacidad de los estudiantes a trabajar de manera cooperativa en la construcción de un proyecto, el proceso de aprendizaje y el producto final resultante de dicha situación, en este caso, la aplicación móvil. Dicho proceso de aprendizaje se evalúa mediante una serie de actividades entre las cuales se incluyen cuestionarios individuales, cuestionarios colectivos, juegos, una prueba escrita y una prueba oral.

En particular, las actividades S2_A2 y S3_A1 corresponden a una evaluación diagnóstica que tiene como medio un cuestionario en línea. La actividad S2_A1 utiliza la metodología 3-2-1 para realizar una evaluación inicial diagnóstica. Así mismo, las actividades S4_A1 y S14_A1 tienen como medio un cuestionario en línea y corresponden a una evaluación continua formativa. En el caso de las actividades S8_A1 y S11_A1, el medio de evaluación es un juego, el Jenga y el Trivial respectivamente. Por otra parte, la actividad S15_A1 utilizar la prueba escrita como medio de evaluación, mientras que la actividad

S17_A1 se utiliza una prueba oral para evaluar el producto final de la situación de aprendizaje.

El resto de las actividades (S5_A1, S6_A1, S12_A1, S13_A1 y S13_A2) no son evaluables, por lo que no tienen un medio de evaluación asociado.

Instrumentos para la Valoración del Progreso del Alumnado

En segundo lugar, veamos cuáles son los instrumentos de evaluación utilizados para cada una de las actividades. En nuestro caso, los instrumentos que se han utilizado son las rúbricas, las listas de cotejo y las dianas de evaluación.

Por una parte, utilizamos rúbricas de evaluación en las actividades S4_A1, S8_A1, S15_A1 y S17_A1. En particular, cada rúbrica contará con 3 niveles de adquisición y cada aspecto a evaluar corresponderá con los aspectos de aprendizaje definidos para dichas actividades. Además, los niveles de adquisición se definen teniendo en cuenta los criterios de evaluación que aplican en cada caso, según las competencias específicas que se trabajen en cada una.

A continuación, veamos las rúbricas definidas para cada actividad comentada.

- **Rúbrica actividad S4_A1:** Tabla 30
- **Rúbrica actividad S14_A1:** Tabla 31
- **Rúbrica actividad S15_A1:** Tabla 32
- **Rúbrica actividad S17_A1:** Tabla Tabla 10

Por parte, se utiliza lista de cotejo en las actividades S11_A1 y S8_A1, el Trivial de ecuaciones trigonométricas y el Jenga de demostraciones de identidades respectivamente, donde cada criterio corresponde a haber resuelto o no de forma correcta al menos una ecuación trigonométrica de cada tipo, es decir, la equivalencia con haber conseguido o no cada uno de los quesitos del juego del Trivial, y haber demostrado al menos alguna identidad de cada uno de los niveles de dificultad definidos. Además, se le asigna un peso distinto en

función de la dificultad de dicho tipo de ecuaciones o de identidades. La lista de cotejo de la Actividad S8_A1 se puede consultar en la

Tabla 33 y la de la Actividad S11_A1 la encontramos en la Tabla 34.

Por último, en las actividades S2_A2 y S3_A1, ambas correspondientes a un cuestionario cooperativo utilizado para realizar una evaluación diagnóstica, se utiliza la diana como instrumento de evaluación. En particular, cada sector representa un objetivo de aprendizaje de los trabajados en la actividad y cada disco un nivel de adquisición. En este caso, los objetivos didácticos que se trabajan en la actividad eran O1, O2, O4, O5, O6.

Por tanto, dividiremos la diana en 5 sectores, cada uno de ellos correspondiente a uno de dichos objetivos.

- **Sector 1:** O1. Medidas angulares: Saber realizar cambios de unidad de medida angular. Transformar de grados a radianes y viceversa.
- **Sector 2:** O2. Razones trigonométricas: Calcular las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo a partir de la longitud de sus ángulos.
- **Sector 3:** O4. Resolución de triángulos rectángulos: Resolver triángulos rectángulos.
- **Sector 4:** O5. Teorema seno y coseno: Resolver triángulos cualesquiera. Utilizar estrategia de altura y saber aplicar Teoremas del seno y del coseno.
- **Sector 5:** O6. Áreas de triángulos: Calcular el área de cualquier rectángulo.

La idea de esto es tener una visión general de la situación inicial de la clase en cada aspecto de aprendizaje. Podemos consultar la diana en la Tabla 16.

Criterios de Calificación

Notemos que de cada uno de los instrumentos de evaluación definidos para cada actividad se obtiene una cualificación cuantitativa. Por ejemplo, en el caso de las rúbricas según el nivel de adquisición adquirido en cada criterio definido se obtiene una puntuación. Así mismo, en la lista de cotejo se recoge la media ponderada de los criterios teniendo en cuenta el peso definido para cada uno. En el caso de la diana se tendrá en cuenta únicamente la correspondiente a la actividad realizada tras el aula invertida, puesto que la primera tiene carácter meramente diagnóstico.

En la Tabla 35 se han definido las ponderaciones de cada instrumento de evaluación, es decir, qué peso tiene cada actividad evaluada en la cualificación cuantitativa final de la situación de aprendizaje.

En resumen, en la Tabla 36 queda recogido el medio y el instrumento de evaluación, así como la ponderación sobre la calificación final, de cada una de las actividades evaluables.

Por último, cabe comentar que, en caso de que la unidad tenga una cualificación final inferior a 4, el alumno tendrá la oportunidad de realizar una prueba escrita con contenidos similares a la ya realizada en la actividad S15_A1. Esta prueba se realizará a final de cada unidad, previa a la semana de evaluaciones. Si el promedio de todas las calificaciones de las Unidades de un trimestre es inferior a 5 (suponiendo que todas son superiores a 4), el alumno tendrá la oportunidad de realizar una prueba escrita a final de trimestre para recuperar.

Actividades Complementarias

Algunas de las actividades complementarias que se proponían en el Proyecto Pedagógico del IES Albal para la materia de Matemáticas para 1º de Bachiller son: Satwars, un proyecto de divulgación científica que pretende acercar la estadística a los estudiantes a través de un contexto cercano y divertido; las pruebas Cangur, un concurso que pretende

motivar el aprendizaje de matemáticas a través de la resolución de problemas, y la ruta matemática, un paseo por la Ciudad de Valencia con la intención de apreciar las matemáticas presentes en el entorno y resolver una serie de retos.

Además de las ya planteadas, se proponen otras actividades que permiten complementar el aprendizaje de matemáticas, en este caso dirigidas a 1º de Bachiller.

- **Preparación para las olimpiadas matemáticas:** Se propone dedicar una sesión semanal durante la hora del recreo para la resolución de problemas tipo que prepare a los alumnos para las olimpiadas matemáticas. Estará abierta a cualquier alumno de Bachiller y dirigida por un profesor del departamento con previa experiencia.
- **Participación en la olimpiada matemática:** En marzo se lleva a cabo la inscripción a la Olimpiada Matemática. Durante los meses previos se realizará una prueba escrita para realizar la selección del equipo del instituto.
- **Actividades del día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia (11 febrero):** Se propone realizar actividades para fomentar la presencia de la mujer en ámbitos STEM e inspirar a las niñas a elegir carreras profesionales científicas. Por ejemplo, talleres de investigación para conocer referentes femeninos en la ciencia y se charlas en que mujeres referentes en empresas les contarán su experiencia y qué dificultades de brecha de género han sufrido para llegar hasta ahí.
- **Sliceforms Project con María García Monera:** María García Monera es profesora del Departamento de Geometría y Topología en la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de València. Lleva a cabo un proyecto titulado “Superficies Seccionadas” mediante el cual se invita a grupos procedentes de institutos a la Facultat a estudiar propiedades geométricas a partir del diseño de modelos en cartulina, como conejos, estrellas, corazones o elipsoides, utilizando ecuaciones geométricas.

- **Exposición y concurso de fotografía matemática:** Se propone realizar un concurso de fotografía en el cual los alumnos que estén interesados deben identificar matemáticas en la naturaleza o en su entorno cercano y retratarlo.
- **Campus científicos de verano UPV-UV-FECYT:** Se trata de un campus organizado por la Universitat Politècnica de València y la Universitat de València para estudiantes de 4º de ESO y de 1º de Bachillerato donde los alumnos tendrán la oportunidad de estar en contacto durante una semana de verano con la investigación científica en proyectos de diversas áreas de conocimiento (biología, física, química, etc.).

Posibilidades de proyectos de innovación educativa

El proyecto de innovación educativa que describiremos a continuación nace a raíz de una sinergia entre los diferentes departamentos dentro del área de ciencias puras y ciencias de la salud y el deporte, en particular, de los departamentos de Matemáticas, Física y Química, Biología y Educación Física.

Justificación de la Innovación Docente

Durante el período de prácticas se observa que los alumnos apenas dedican tiempo a la realización de deporte y pasan muchas horas sentados o delante de pantallas debido a la alta exigencia que les supone los estudios y la comodidad de descansar viendo una película o jugando a videojuegos en sus tiempos libres.

Ante este grave problema que se detecta y que seguro afecta a su bienestar físico y mental, se plantean diferentes alternativas para fomentar la realización de actividades deportivas al aire libre. Aprovechando las instalaciones del polideportivo municipal de Albal se plantea la realización de una competición no reglamentaria de carreras de velocidad, a partir de la cual se propone un profundo análisis estadístico de los datos en cuanto a velocidades, distancias, tiempo en movimiento, ritmo medio y por tramos, aceleración media,

etc. Para ello, los alumnos trabajarán cooperativamente con herramientas complejas de análisis de datos para extraer conclusiones fundamentadas, que expondrán a otros compañeros de instituto en una jornada deportiva realizada a nivel de centro donde se celebrará una cursa solidaria con alumnos, profesores y familias.

Definición de Objetivos Generales

Los objetivos son los siguientes:

- Incentivar la realización de deporte entre los alumnos para evitar hábitos sedentarios causados por la exigencia de los estudios, así como fomentar hábitos saludables de nutrición.
- Motivar al alumnado a superar sus propias marcas personales.
- Conocer y dominar instrumentos para la medición de tiempos y distancias.
- Comprender y aplicar conceptos estadísticos en una situación real (medias, cuartiles, tendencias, etc.).
- Conocer y dominar herramientas de análisis de datos para Extraer conclusiones a partir del graficado de datos recogidos.
- Comprender y aplicar cálculo de velocidades y aceleraciones, aplicando así conceptos estudiados con el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento uniformemente acelerado en la materia de Física y química.
- Promover el trabajo cooperativo.
- Trabajar las competencias de expresión oral y el aprendizaje de servicio.
- Fomentar entre sus compañeros de centro, familiares y amigos los hábitos saludables de actividad física mediante la realización de la cursa.
- Participar en causas solidarias mediante la realización de la cursa.

Programa y Plan de Trabajo

- **Sesión 1:** Durante esta primera sesión en el aula ordinaria se mostrará a los alumnos qué instrumentos de medición deben utilizar y qué medidas de distancias y tiempos deben tomar durante la prueba física. En particular, se les plantea experimentar con tramos de carrera de 100 metros, 200 metros y 500 metros respectivamente y tomar las medidas de tiempo de cada uno de ellos.
- **Sesión 2 y 3:** En primer lugar, para facilitar las mediciones el grupo clase se debe colocar en parejas, de manera que mientras uno de ellos asume rol de medidor de tiempos el otro realiza la actividad física y viceversa. Al final de cada una de las sesiones se realizará un almuerzo con frutas de temporada para incentivar los buenos hábitos de alimentación que aporten los nutrientes necesarios para una vida activa y equilibrada.
- **Sesión 4:** Esta sesión se dedicará a la recopilación de los datos extraídos durante las pruebas físicas. Para ello, de manera cooperativa con grupos reducidos se les guiará para colocar los datos en formato tabla, donde cada observación tendrá información acerca de los tiempos para cada uno de los 3 tramos dentro de un trayecto y cada observación corresponderá a una simulación, a un alumno concreto y a un tipo de trayecto. Además, aprovechando sus conocimientos estudiados en la materia de Física y Química sobre Movimiento Rectilíneo Uniforme y Movimiento Uniforme Acelerado, los alumnos deberán calcular para cada observación la velocidad medida de cada tramo de cada trayecto, así como la aceleración media. Finalmente, se pondrá en común todas las tablas de los diferentes equipos para conseguir una única tabla que contenga la información de todo el grupo clase, ya que a partir de ese momento se trabajará de manera cooperativa todo el grupo para la extracción de conclusiones.
- **Sesión 5:** Esta sesión se dedicará a graficar los datos recogidos. Para ello, se utilizará Looker Studio, una plataforma de análisis y visualización de datos propiedad de

Google Cloud que permite transformar los datos en informes y paneles interactivas mediante una interfaz que puede ser fácilmente manejada. En particular, se les pide a los alumnos que realicen un informe interactivo en el cual aparezcan reflejados algunos de estadísticos relevantes para extraer conclusiones como por ejemplo el promedio de velocidades; un gráfico de densidad de dichas duraciones, para estudiar la distribución en el grupo; lo equivalente para aceleraciones.

- **Sesión 6:** En esta última sesión se realizará la cursa solidaria donde pueden participar familias, amigos, alumnos del centro y docentes. La cursa tendrá una duración de 5 kilómetros y una donación voluntaria de 2 € que será destinada a fines benéficos. Además, al final de la sesión los alumnos presentarán el informe interactivo realizado además de presentar sus propias conclusiones tras el estudio. De esta manera, se trabajará la competencia de expresión oral.

Evaluación

La actividad se plantea como un ejercicio lúdico que pretende simplemente influir sobre el estilo de vida de los estudiantes e inculcarle hábitos más saludables y activos.

Sin embargo, se propone una encuesta a realizar a todo el alumnado partícipe de la actividad.

Cuestionario de Evaluación

Con el objetivo de valorar si las medidas han generado una respuesta positiva en los alumnos, se realiza una encuesta al alumnado para conocer cómo tienen intención de cambiar sus hábitos en un futuro próximo a raíz de dicha actividad y cómo ha sido su experiencia con la realización. El cuestionario de evaluación se puede consultar en la Tabla 37.

Conclusiones y áreas de investigación

En este último capítulo procedemos a enumerar y comentar las principales conclusiones que se extraen tras la realización del presente Trabajo Fin de Máster.

En primer lugar, se observa una necesidad urgente de abandonar metodologías tradicionales y obsoletas en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en niveles educativos superiores como Bachillerato, y se comprueba la necesidad de implementar metodologías de innovación educativa. La implementación de metodologías activas e innovadoras, como la gamificación, el aula invertida, y el aprendizaje basado en proyectos, ha demostrado ser eficaz para captar el interés y mejorar la comprensión de los estudiantes, aumentando así su motivación por el aprendizaje.

En segundo lugar, la contextualización del aprendizaje en situaciones cercanas y relevantes para los estudiantes, como la festividad de las Fallas en Valencia, facilita la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos complejos. En este caso, se utilizó la trigonometría para modelizar situaciones reales como la altura de una falla o la trayectoria de un cohete.

Por otra parte, el trabajo cooperativo y el uso de herramientas digitales, como la plataforma App Inventor para desarrollar una aplicación móvil, o la calculadora gráfica de GeoGebra para la representación gráfica de funciones, no solo mejora la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también fomenta habilidades transversales esenciales como la colaboración, la comunicación y la competencia digital.

Así mismo, la evaluación continua y formativa, además de la evaluación diagnóstica, permite una retroalimentación constante y personalizada, favoreciendo así el proceso de aprendizaje y la adaptación de la enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes, así como detectando sus fortalezas o puntos débiles.

Por último, las estrategias propuestas en este TFM también destacan por su enfoque inclusivo, asegurando que todos los estudiantes, independientemente de sus necesidades educativas, puedan participar y beneficiarse del aprendizaje.

A partir de la realización del presente Trabajo Fin de Máster y partiendo de las conclusiones extraídas, se plantean una serie de hipótesis que desembocan en verdaderas líneas de investigación. En particular, mi interés personal va dirigido a cuantificar el impacto exacto que supone en el aprendizaje el uso de metodologías activas en cursos donde la exigencia académica es exigente y donde se dispone más bien poco tiempo para la transmisión de conceptos complejos. Con este objetivo una posible investigación podría ser realizar de manera experimental una comparativa de la influencia en el rendimiento académico de los estudiantes a largo plazo respecto estudiantes que hayan recibido metodologías tradicionales. En particular, el experimento que se propone consiste en dividir un aula en dos grupos que reúnan características similares en cuanto a características del alumnado para que el sesgo de las muestras sea el mínimo posible. En uno de los grupos se imparten los contenidos de un curso entero de Matemáticas implantando metodologías activas como las planteadas en el presente TFM (gamificación, aprendizaje por proyectos, aprendizaje por problemas, aprendizaje cooperativo, etc.). Por otra parte, a la otra mitad de la clase se le impartirán los contenidos de manera tradicional, es decir, utilizando únicamente clase magistral. De esta manera, se monitorizará el rendimiento académico de los alumnos de cada grupo, que serán sometidos a pruebas similares para evaluar el nivel de adquisición de los saberes básicos definidos. Así mismo, también se pretende analizar cómo influye cada situación a largo plazo, es decir, en el rendimiento de cursos superiores e incluso en las decisiones posteriores en cuanto a salidas profesionales. Estas líneas de investigación podrían proporcionar una base sólida para futuras mejoras en la enseñanza de las matemáticas y contribuir al desarrollo de metodologías educativas más efectivas y equitativas.

En conclusión, este Trabajo Fin de Máster evidencia la necesidad de adoptar metodologías educativas innovadoras y adaptativas en la enseñanza de las matemáticas, proponiendo líneas de investigación futuras que podrían transformar significativamente el panorama educativo mediante la implementación de enfoques más efectivos y equitativos.

Referencias y Bibliografía

- Aicardo B., A., Colera Jiménez, J., Oliveira González, M. J., Colera Cañas, R., & García Pérez, R. (s.f.). *Matemáticas I: Bachillerato / 1º*. Anaya. ISBN: 978-84-143-1112-7.
- Casio Educación España. *Actividades para el aula con calculadora científica*
Experiencia innovadora para motivar estudiantes y dinamizar contenidos en el aula. *EduTec, Revista Electrónica De Tecnología Educativa*, (63), 29–41.
<https://doi.org/10.21556/edutec.2018.63.927>
- Gómez-Zambrano, R. O., & Pérez-Iribar, G. (2023). *Las metodologías activas y su influencia en rendimiento académico de estudiantes de bachillerato*. *MQRInvestigar*, 7(1), 3048–3069. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.1.2023.3048-3069>
- INTEF. (s.f.). *Lista de control para la autoevaluación docente*. Recuperado de <https://cedec.intef.es/rubrica/lista-de-control-para-la-autoevaluacion-docente/>
- Lorente Aragón, J. L., & García Mirantes, A. (n.d.). Capítulo 4: Trigonometría. En *MATEMÁTICAS I: 1º de Bachillerato*. www.apuntesmareaverde.org.es
- Matesfacil. (n.d.). *Problemas resueltos de trigonometría: Seno y coseno en triángulos y ángulos*. https://www.matesfacil.com/ESO/geometria_plana/trigonometria/problemas-resueltos-trigonometria-secundaria-seno-coseno-triangulo-angulo.html
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (s.f.). *Aprendizaje y desarrollo de la personalidad: Atención a la diversidad e inclusión educativa*.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (s.f.). *Currículo LOMLOE: Matemáticas Bachillerato*. Recuperado de <https://educagob.educacionfpydeportes.gob.es/curriculo/curriculo-lomloe/menu-curriculos-basicos/bachillerato/materias/matematicas/competencias-especificas.html>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (s.f.). *DUA: Aprendizaje*.

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (s.f.). *Manual de iniciación a GeoGebra*.

Peña González, I., Javaloyes, A., & Moya-Ramón, M. (2023). El efecto de una combinación de aula invertida y gamificación en la calidad de enseñanza percibida, la satisfacción con la asignatura y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios. *Retos*, 50, 403–407. <https://doi.org/10.47197/retos.v50.99864>

Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: Un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 297-308.
<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21745>

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.

Porcar Marín, Ó. (2018). *La gamificación, una solución para la falta de motivación y escasez de participación en clase* (Tesis de maestría). Universidad Jaume I.

Programación de actividades complementarias y extraescolares 2022-2023.
Recuperado de <https://portal.edu.gva.es/03001891/wp-content/uploads/sites/668/2023/01/PROGRAMACION-ACTIV.-COMPLEM.-Y-ESTRAESC.-22-23.pdf>

Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas. En J. V. Aymerich & S. Macario (Eds.), *Matemáticas para el siglo XXI* (pp. 39-57). Castellón: Publicacions de la Universitat Jaume I.

Sliceforms Project. (s.f.). Plantillas. Recuperado de <https://www.sliceformsproject.com/plantillas>

Universitat Politècnica de València. (2023). Campus científico. Recuperado de <https://www.upv.es/noticias-upv/noticia-5402-campus-cientifi-es.html>

Apéndice A. Organigrama del IES Albal

Figura 6

Órganos unipersonales de coordinación, administración y orientación



Nota: Elaboración propia

Figura 7

Órganos colegiados: jefes de departamento y AMPA



Nota: Elaboración propia

Apéndice B. Objetivos de Etapa

- **Responsabilidad y derechos humanos:** Cumplir con las responsabilidades, conocer y ejercer los derechos propios respetando a los demás, fomentar la tolerancia, cooperación y solidaridad, promover el diálogo y los derechos humanos como valores fundamentales en una sociedad diversa y prepararse para la participación en una ciudadanía democrática.
- **Disciplina y trabajo en equipo:** Establecer y mantener hábitos de disciplina, estudio y trabajo, tanto individual como en grupo, necesarios para el aprendizaje efectivo y el desarrollo personal.
- **Igualdad de género:** Respetar y valorar las diferencias entre géneros, promoviendo la igualdad de derechos y oportunidades, y rechazando cualquier estereotipo discriminatorio.
- **Desarrollo emocional y resolución pacífica de conflictos:** Fortalecer las habilidades emocionales en todas las áreas de la personalidad y en las relaciones con los demás, rechazando la violencia, prejuicios y comportamientos sexistas, y fomentando la resolución pacífica de conflictos.
- **Habilidades de información y tecnología:** Desarrollar habilidades básicas para utilizar fuentes de información de manera crítica y adquirir nuevos conocimientos, junto con competencias tecnológicas y una reflexión ética sobre su uso.
- **Conocimiento científico integral:** Entender el conocimiento científico como un conjunto integrado de saberes, estructurado en diferentes disciplinas, y aprender a aplicar métodos para identificar problemas en diversos campos del conocimiento y la experiencia.
- **Espíritu emprendedor y autonomía en el aprendizaje:** Fomentar el espíritu emprendedor, la autoconfianza, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad de aprender de manera autónoma, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

- **Dominio de lenguas oficiales:** Comprender y expresarse correctamente, tanto de forma oral como escrita, en valenciano y castellano, y adquirir conocimientos básicos de literatura.
- **Competencia en lenguas extranjeras:** Aprender a entender y expresarse adecuadamente en una o más lenguas extranjeras.
- **Cultura y patrimonio:** Conocer, valorar y respetar la cultura, historia y patrimonio propio y de otras culturas, reconociendo el valor del multilingüismo y la multiculturalidad.
- **Salud y educación física:** Conocer y respetar el propio cuerpo y el de los demás, fomentar hábitos saludables y la práctica de deporte, y valorar la diversidad en la sexualidad humana.
- **Hábitos saludables y medio ambiente:** Evaluar críticamente los hábitos relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, y contribuir a su preservación y mejora.
- **Apreciación y expresión artística:** Valorar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas formas de arte, utilizando diferentes medios de expresión y representación.
- **Conciencia de problemas globales:** Ser consciente de los problemas globales reflejados en los Objetivos de Desarrollo Sostenible.

Apéndice C. Objetivos Matemáticas I

- **Desarrollo del pensamiento lógico:** Fomentar el razonamiento lógico, la modelización y la resolución de problemas como herramientas fundamentales.
- **Ciudadanía y desarrollo personal:** Preparar al alumnado para una ciudadanía responsable y promover su desarrollo personal, apreciando los avances matemáticos más allá de su utilidad práctica.
- **Conexión con otras áreas:** Relacionar el conocimiento matemático con otras áreas del saber, desarrollando un pensamiento crítico y la capacidad de comunicación.
- **Competencias STEM:** Integrar el uso de tecnologías y herramientas digitales para la resolución de problemas y el desarrollo de algoritmos complejos.
- **Igualdad y diversidad:** Reconocer y valorar la contribución de las mujeres en las matemáticas, promoviendo la igualdad de género.
- **Resolución de problemas y comunicación:** Enfatizar la resolución de problemas, el rigor matemático y la comunicación clara y precisa de ideas y resultados.
- **Competencias clave:** Desarrollar competencias en matemáticas, ciencia, tecnología e ingeniería (STEM), así como competencias emprendedoras y de aprendizaje autónomo.
- **Saberes básicos:** Organizar los conocimientos en bloques que cubran los distintos sentidos matemáticos, incluyendo el numérico, algebraico, geométrico, estocástico y el pensamiento computacional, incorporando el sentido de la medida en todos ellos.

Apéndice D. Competencias Clave

Tabla 4

Competencias clave

CL	Competencia en comunicación lingüística	La competencia en comunicación lingüística implica interactuar de manera coherente y adecuada en diversos contextos y propósitos, utilizando conocimientos, destrezas y actitudes para interpretar y valorar mensajes y comunicarse eficazmente y de manera ética. Es fundamental para el pensamiento propio y la construcción del conocimiento, vinculada a la reflexión sobre el lenguaje en diferentes géneros discursivos y al uso de la comunicación para aprender y disfrutar de la cultura literaria.
CP	Competencia plurilingüe	La competencia plurilingüe implica usar diferentes lenguas, orales o signadas, de manera adecuada y eficaz para el aprendizaje y la comunicación, respetando los perfiles lingüísticos individuales y aprovechando experiencias para mediar entre lenguas. También incluye dimensiones históricas e interculturales para conocer, valorar y respetar la diversidad lingüística y cultural, fomentando la convivencia democrática.
CMCT	Competencia matemática y competencias	La competencia STEM implica comprender y transformar el mundo de manera responsable y sostenible mediante métodos científicos, matemáticos, tecnológicos y de ingeniería. Esto abarca la resolución de problemas con razonamiento

	en ciencia y tecnología	matemático, la interpretación del entorno natural y social mediante observación y experimentación, y la aplicación de conocimientos científicos y metodológicos para satisfacer necesidades humanas en un marco seguro y sostenible.
CD	Competencia digital	La competencia digital implica el uso seguro, crítico y responsable de las tecnologías digitales para el aprendizaje, el trabajo y la participación social, abarcando la alfabetización en información y datos, comunicación, colaboración y creación de contenidos digitales. También incluye la seguridad digital, la ciudadanía digital, la privacidad, la propiedad intelectual, la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento computacional y crítico.
CPSAA	Competencias personal, social y aprender a aprender	La competencia personal, social y de aprender a aprender implica la capacidad de autoconocerse, gestionar el tiempo y la información, colaborar constructivamente, mantener la resiliencia y gestionar el aprendizaje continuo. También abarca enfrentar la incertidumbre, adaptarse a cambios, manejar procesos metacognitivos, promover el bienestar físico, mental y emocional, desarrollar la empatía y abordar conflictos de manera integradora.
CE	Competencia emprendedora	La competencia emprendedora implica desarrollar la capacidad de actuar sobre oportunidades e ideas, utilizando conocimientos específicos para crear valor para otros, y adaptando la mirada para detectar necesidades y oportunidades mediante la imaginación, creatividad y

		reflexión ética. Además, conlleva tomar decisiones informadas, colaborar ágilmente con empatía y habilidades de comunicación, y gestionar proyectos sostenibles con valor social, cultural y económico-financiero.
CEC	Competencia en conciencia y expresiones culturales	La competencia en conciencia y expresión culturales implica comprender y respetar cómo se expresan creativamente las ideas, opiniones, sentimientos y emociones en distintas culturas y a través de diversas manifestaciones artísticas. Además, conlleva un compromiso con el desarrollo y expresión de las ideas propias y la comprensión de la identidad y el patrimonio cultural en un mundo diverso, reconociendo que el arte y la cultura ofrecen formas de interpretar y moldear el mundo.
CC	Competencia ciudadana	La competencia ciudadana permite a los alumnos ejercer una ciudadanía responsable y participar activamente en la vida social y cívica, comprendiendo las estructuras sociales, económicas, jurídicas y políticas, y comprometiéndose con la sostenibilidad y la ciudadanía mundial. Incluye la alfabetización cívica, la adopción de valores democráticos, la reflexión crítica sobre problemas éticos contemporáneos y el desarrollo de un estilo de vida sostenible conforme a los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la Agenda 2030.

Apéndice E. Competencias Específicas

Tabla 5

Competencias específicas materia de Matemáticas

CE1	Resolución de problemas	Resolver problemas relacionados con situaciones de los ámbitos científico y tecnológico utilizando estrategias formales, representaciones algebraicas y funcionales que permitan la generalización de conceptos y la abstracción de las soluciones, comprobando su validez.
CE2	Razonamiento y conexiones	Investigar, formular y generalizar conjeturas y propiedades matemáticas, haciendo demostraciones y simulaciones con apoyo de herramientas tecnológicas, y reconociendo, conectando e integrando los procedimientos y estructuras abstractas implicados en el razonamiento.
CE3	Modelización	Modelizar situaciones reales y fenómenos relevantes de los ámbitos científico y tecnológico, investigando y construyendo conexiones con otras áreas del conocimiento, integrando de manera interdisciplinar conceptos y procedimientos matemáticos y extramatemáticos.
CE4	Pensamiento computacional	Diseñar, modificar, generalizar e implementar algoritmos computacionales empleando lenguajes de programación u otras herramientas tecnológicas, para organizar datos y modelizar de manera eficiente situaciones reales y fenómenos que faciliten la resolución de problemas y afrontar desafíos de los ámbitos científico y tecnológico.

CE5	Representaciones	Utilizar con rigor el simbolismo matemático, haciendo transformaciones y conversiones entre todo tipo de representaciones que permitan estructurar los razonamientos y procesos matemáticos implicados en situaciones relevantes de los ámbitos científico y tecnológico.
CE6	Comunicación	Comunicar e intercambiar ideas matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor adecuados, argumentando con claridad y de manera estructurada sobre características, conceptos, procedimientos y resultados en los que las matemáticas juegan un papel relevante.
CE7	Relevancia social, cultural y científica	Valorar la contribución de las matemáticas a la cultura, identificando y contextualizando sus aportaciones a lo largo de la historia, y reconociendo su utilidad e interés para explorar e interactuar con la realidad, y su importancia en los avances significativos del conocimiento científico y del desarrollo tecnológico.
CE8	Gestión de las emociones y las actitudes	Gestionar y regular las emociones, creencias y actitudes implicadas en los procesos matemáticos, de manera individual y colectiva, asumiendo con confianza la incertidumbre, las dificultades y errores que dichos procesos conllevan, y regulando la atención para perseverar en los procesos de aprendizaje y adaptarlos con éxito a situaciones variadas.

A continuación, veamos de qué manera se propone trabajar cada una de estas competencias específicas.

- **CE1. Resolución de problemas.** La competencia de resolución de problemas se desarrolla mediante actividades prácticas que aplican conceptos matemáticos a situaciones reales. Los estudiantes resuelven problemas sobre áreas, volúmenes o probabilidades, identifican datos relevantes, formulan problemas matemáticamente y usan diversas estrategias, fomentando una comprensión profunda y aplicable de las matemáticas.

- **CE2. Razonamiento y conexiones.** El razonamiento y validación de soluciones en matemáticas se centra en demostrar teoremas y generalizar propiedades. Los alumnos analizan críticamente resultados y argumentan su validez desde múltiples perspectivas. El uso de herramientas digitales para simular situaciones y verificar resultados es esencial en esta competencia.

- **CE3. Modelización.** La modelización se trabaja integrando problemas del mundo real que requieren una traducción al lenguaje matemático. Los alumnos practican la formulación de modelos abstractos de situaciones concretas, como la representación de fenómenos naturales o sociales mediante funciones y ecuaciones. Se fomenta la creatividad en la elaboración de estos modelos y su posterior análisis para extraer conclusiones relevantes.

- **CE4. Pensamiento computacional.** Esta competencia se aborda mediante actividades de creación y modificación de algoritmos. Los estudiantes descomponen problemas complejos en tareas simples, codificables por sistemas informáticos. Implementar estos algoritmos en software permite automatizar y generalizar soluciones encontradas.

- **CE5. Representaciones.** Se trabaja mediante la utilización de diferentes formas de representación matemática, como gráficos, tablas y diagramas, para visualizar y analizar conceptos y procedimientos. Los estudiantes aprenden a conectar diversas representaciones de un mismo problema y a seleccionar la más adecuada para cada situación, facilitando una comprensión integral y estructurada del conocimiento matemático.
- **CE6. Comunicación.** La competencia de comunicación se desarrolla mediante actividades colaborativas, presentaciones orales y escritas, donde los alumnos explican y defienden ideas matemáticas usando terminología adecuada, fortaleciendo el uso preciso del lenguaje matemático.
- **CE7. Relevancia social, cultural y científica.** Se muestra la aplicación de las matemáticas en contextos sociales, culturales y científicos. Los estudiantes trabajan en proyectos que demuestran su utilidad diaria y en eventos relevantes, valorando su contribución al conocimiento y resolución de problemas.
- **CE8. Gestión de las emociones y las actitudes.** Esta competencia se desarrolla con actividades de trabajo en equipo y gestión de proyectos. Los estudiantes manejan el tiempo, asumen responsabilidades y colaboran. La gamificación y roles asignados fomentan autoconfianza, resiliencia y gestión emocional.

Apéndice F. Sentidos matemáticos y saberes básicos

- **Bloque I: Sentido numérico y de las operaciones**

○ **UT 1: Números y operaciones**

- Números reales. Notación científica y logaritmos.
- Operaciones con potencias, radicales y logaritmos.
- Distancias, aproximación y errores. Intervalos y entornos.
- Números complejos. Representación, expresiones y operaciones elementales.
- Demostraciones numéricas sencillas (inducción, deducción, ...).
- Técnicas y estrategias de resolución de problemas relacionados con los cuerpos numéricos y estructuras.
- Reconocimiento del error como elemento de aprendizaje en la selección u obtención de soluciones numéricas, matriciales, etc.
- Desarrollo histórico del sentido numérico. Aplicaciones de los conjuntos numéricos.

- **Bloque II: Sentido algebraico**

○ **UT 2: Álgebra**

- Ecuaciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Inecuaciones polinómicas y racionales.
- Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas: lineales y no lineales, exponenciales y logarítmicos sencillos.
- Interpretación gráfica de las soluciones de ecuaciones, inecuaciones y sistemas con y sin medios tecnológicos.
- Método de Gauss.
- Desarrollo del histórico del álgebra y valoración de su uso en el avance de la ciencia y la tecnología.

- Estrategias, técnicas o métodos de resolución de situaciones modeladas algebraicamente.
 - Autonomía, tolerancia ante el error, perseverancia en el aprendizaje de aspectos asociados al sentido algebraico.
- **Bloque III: Sentido funcional**
- **UT 3: Funciones, límites y continuidad**
 - Funciones básicas: polinómica, racional e irracional, definidas a tramos, exponencial, logarítmica, trigonométrica, periódica, valor absoluto. Construcción de gráficas.
 - Composición de funciones, función inversa y traslaciones.
 - Continuidad y discontinuidad. Asíntotas y ramas.
 - Estimación de límites mediante tablas o gráficas. Cálculo de límites puntuales y en el infinito. Indeterminaciones. Infinitos e infinitésimos. Regla de L'Hôpital.
 - Resolución de problemas y modelización mediante funciones.
 - Programas informáticos de geometría dinámica. Calculadoras gráficas.
 - Desarrollo histórico del análisis sobre funciones y sus aplicaciones. Valoración de los usos científicos de las funciones.
 - Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos asociados a las relaciones y funciones.
 - **UT 4: Derivadas e Integrales**
 - Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Función derivada.
 - Reglas y técnicas de derivación. Cálculo de derivadas.
 - Uso de la derivada en contextos STEM: representación gráfica, estudio del cambio y optimización.

- **Bloque IV: Sentido espacial y geometría**

○ **UT 5: Trigonometría**

- Relación fundamental de la trigonometría. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.
- Razones de operaciones angulares (suma, diferencia, doble y mitad).
- Operaciones con razones trigonométricas (suma y diferencia).
- Ecuaciones e identidades trigonométricas sencillas.
- Resolución de problemas. Teorema del seno, del coseno y tangente.
- Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos asociados al cálculo y utilización de la geometría.

○ **UT 6: Geometría analítica**

- Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas básicas y sus propiedades. Producto escalar, vectorial y mixto.
- Dependencia e independencia lineal. Bases ortogonales y ortonormales. Sistemas de referencia, coordenadas de un vector respecto de una base.
- Determinación y ecuaciones de la recta. Posiciones relativas en el plano.
- Problemas métricos en el plano: distancias y ángulos. Lugares geométricos.
- Representación de objetos geométricos en el plano con y sin medios tecnológicos.
- Desarrollo histórico de la geometría analítica y sus aplicaciones. Valoración de los usos en contextos científicos.

- **Bloque V: Sentido estocástico**

○ **UT 7: Estadística bidimensional**

- Tablas de frecuencia y contingencia. Parámetros estadísticos de una distribución bidimensional.

- Distribuciones condicionadas. Dependencia e Independencia de variables estadísticas. Representación gráfica.
 - Correlación lineal, regresión lineal. Regresión cuadrática: valoración gráfica de la pertinencia del ajuste.
 - Resolución de problemas y fiabilidad en las estimaciones en contextos científicos y tecnológicos. Toma de decisiones: utilización de conclusiones derivadas del tratamiento estadístico de datos.
 - Uso de herramientas tecnológicas adecuadas (calculadora gráfica, webs o hojas de cálculo) en contextos científicos cuando se requiera.
 - Desarrollo histórico de la estadística y sus aplicaciones. Valoración de los usos científicos.
 - Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos asociados al cálculo estadístico.
- **UT 8: Probabilidad**
- Experimentos aleatorios y sucesos. Frecuencias e idea intuitiva de probabilidad. Sucesos. Dependencia e independencia de sucesos.
 - Estrategias de recuento para el cálculo de probabilidades. Diagramas de árbol y tablas de contingencia. Regla de Laplace.

Apéndice G. Horarios sesiones Situación de Aprendizaje**Tabla 6***Horarios sesiones Situación de Aprendizaje a lo largo de la semana*

Día semana	Hora inicio	Hora fin
Lunes	17:15	18:05
Martes	18:05	18:55
Miércoles	16:25	17:15
Jueves	17:15	18:05

Apéndice H. Distribución Temporal de las Unidades de Trabajo

Tabla 7

Relación de las unidades de trabajo con las unidades del libro, el número de sesiones, la temporalización y la evaluación a la que pertenecen

Bloque	Unidad de trabajo	Unidad libro	Sesiones	Temporalización	Evaluación
I	UT. 1. Números y operaciones	U1. Nombres reals U5. Nombres complexos	13	14 septiembre – 5 octubre	1º
II	UT. 2. Álgebra	U2. Àlgebra	12	10 octubre – 31 octubre	
III	UT. 3. Funciones, límites y continuidad	U9. Funcions elementals U10. Límits de funcions. Continuïtat i branques infinites	22	2 noviembre – 13 diciembre	
III	UT. 4. Derivadas e integrales	U11. Derivades	15	14 diciembre – 23 enero	2ª
IV	UT. 5. Trigonometría	U3. Resolució de triangles U4. Fórmules i funcions trigonomètriques	17	24 enero – 29 febrero	

IV	UT. Geometría analítica	6.	U6. Vectors U7. Geometria analítica U8. Llocs geomètrics. Còniques	13	21 febrero – 14 marzo	
V	UT. Estadística bidimensional	7.	U12. Distribucions bidimensionals	20	20 marzo – 6 mayo	3 ^a
V	UT. Probabilidad	8.	U13. Combinatòria i probabilitat	22	7 mayo – 12 junio	

Figura 8

Calendario escolar curso 2023-2024 IES Albal

		IES ALBAL												CURS 2023-2024											
		SETEMBRE	OCTUBRE	NOVEMBRE	DESEMBRE	GENER	FEBRER	MARÇ	ABRIL	MAIG	JUNY	JULIOL	SETEMBRE	OCTUBRE	NOVEMBRE	DESEMBRE	GENER	FEBRER	MARÇ	ABRIL	MAIG	JUNY	JULIOL		
Di						1			1			1							1				1		
Dm						2			2			2							2				2		
Dc				1	FESTA NACIONAL	3			3			3			1	FESTA NACIONAL			3				3		
Dj				2		4			4			4			2				4				4		
Dv				3		5			5			5			3	CLAUSTRE			5				5		
Ds	1			4		6			6			6			4				6				6		
Dg	2			5		7			7			7			5				7				7		
Di	3			6		8			8			8			6	Pendientes 2n Bats			8				8		
Dm	4			7		9			9			9			7				9				9		
Dc	5			8		10			10			10			8				10				10		
Dj	6			9		11			11			11			9				11				11		
Dv	7			10		12			12			12			10				12				12		
Ds	8			11		13			13			13			11				13				13		
Dg	9			12		14			14			14			12				14				14		
Di	10			13		15			15			15			13				15				15		
Dm	11			14		16			16			16			14				16				16		
Dc	12			15		17			17			17			15				17				17		
Dj	13			16		18			18			18			16				18				18		
Dv	14			17		19			19			19			17				19				19		
Ds	15			18		20			20			20			18				20				20		
Dg	16			19		21			21			21			19				21				21		
Di	17			20		22			22			22			20				22				22		
Dm	18			21		23			23			23			21				23				23		
Dc	19			22		24			24			24			22				24				24		
Dj	20			23		25			25			25			23				25				25		
Dv	21			24		26			26			26			24				26				26		
Ds	22			25		27			27			27			25				27				27		
Dg	23			26		28			28			28			26				28				28		
Di	24			27		29			29			29			27				29				29		
Dm	25			28		30			30			30			28				30				30		
Dc	26			29		31			31			31			29				31				31		
Dj	27			30											30										
Dv	28																								
Ds	29																								
Dg	30																								
Di	31																								

Nota. Esta tabla muestra los períodos lectivos, así como períodos importantes como las sesiones de bienvenida y finalización de curso, las fechas de los claustros, los festivos nacionales, regionales y locales, así como las evaluaciones. Ha sido extraído de IES Albal. Calendari 2023-2024. <https://portal.edu.gva.es/iesalbal/calendari-2021-2022/>

Apéndice I. Criterios de Evaluación

Tabla 8

Criterios de evaluación

CE1	EV1	Extraer e interpretar la información necesaria del enunciado de problemas reales y del ámbito STEM, estructurando el proceso de resolución atendiendo a criterios de eficacia y sencillez.
	EV2	Resolver problemas del ámbito STEM, implementando las estrategias formales que sean necesarias para su resolución, movilizandando además de manera adecuada y justificada los conceptos, procedimientos y actitudes implicados.
	EV3	Revisar, validar o rectificar las soluciones o conclusiones obtenidas, usando aplicaciones de geometría dinámica, cálculo numérico o simbólico para simular los procesos de resolución, facilitando la interpretación y validación de resultados.
	EV4	Analizar críticamente los procedimientos de resolución seguidos y aprender de los errores cometidos para mejorar y sistematizar el proceso de resolución.
CE2	EV5	Plantear preguntas, hipótesis y conjeturas que permitan establecer conexiones entre situaciones del ámbito STEM y los conceptos matemáticos abstractos.
	EV6	Usar analogías, patrones, contraejemplos u otras estrategias para confirmar o descartar hipótesis y conjeturas sobre conceptos matemáticos.
	EV7	Conectar diferentes conceptos y procedimientos matemáticos argumentando el razonamiento empleado.

	EV8	Emplear de forma adecuada diferentes herramientas tecnológicas que ayuden a visualizar e interpretar propiedades matemáticas.
	EV9	Generalizar algunos argumentos para hacer demostraciones sencillas sobre propiedades matemáticas elementales en contextos del ámbito STEM.
CE3	EV10	Establecer conexiones entre los saberes básicos de las matemáticas y los de otras materias del ámbito STEM.
	EV11	Asumir hipótesis sobre aspectos desconocidos o no determinados de una situación real y realizar simplificaciones que permitan estructurar y elaborar un modelo matemático de dicha situación.
	EV12	Obtener la solución o resultados a partir del modelo matemático asociado a una situación interdisciplinar real, e interpretar los resultados y su adecuación a dicha situación.
	EV13	Realizar predicciones sobre una situación real e inferir propiedades relevantes a partir del desarrollo y tratamiento del modelo matemático de dicha situación.
CE4	EV14	Tratar, ordenar, clasificar y organizar un conjunto de datos mediante sistemas de representación adecuados (esquemas, tablas, gráficos u otros.) y usando herramientas TIC o lenguajes de programación cuando el tamaño de los datos lo exija.
	EV15	Determinar estrategias para la resolución de problemas, descomponiendo y estructurando sus partes mediante algoritmos, y analizando las diferentes opciones que se plantean.
	EV16	Crear y editar contenidos digitales que faciliten la resolución, visualización y comprensión de problemas, usando cuando sea necesario la calculadora y las hojas de cálculo.

CE5	EV17	Seleccionar y utilizar el simbolismo apropiado para describir matemáticamente situaciones relevantes del ámbito STEM.
	EV18	Utilizar de forma adecuada la terminología conceptual y las formas de representación que resulten necesarias para formalizar, con precisión, los conceptos matemáticos implicados en la geometría del plano, en el cálculo diferencial y en la estadística.
	EV19	Realizar conversiones entre las representaciones simbólicas que permitan estructurar los razonamientos y procesos matemáticos implicados en situaciones STEM relevantes
CE6	EV20	Interpretar y producir correctamente mensajes con y sobre matemáticas, debatiendo e intercambiando ideas y enriqueciendo el discurso con las ideas de los demás.
	EV21	Comunicar ideas matemáticas utilizando distintos formatos de apoyo visual - tablas, gráficos, esquemas, imágenes, etc. - para hacer clara la información transmitida.
	EV22	Perfeccionar y ampliar el vocabulario matemático en sus términos formales, desarrollando formas de expresión matemática precisas y rigurosas y dominando los significados y matices de las ideas matemáticas comunicadas.
CE7	EV23	Identificar el contenido matemático presente en situaciones reales y, en particular, en fenómenos relevantes del ámbito científico y tecnológico.
	EV24	Reconocer la importancia del desarrollo de las matemáticas como herramienta para el avance científico y tecnológico a lo largo de la historia.

	EV25	Valorar las matemáticas como vehículo para la resolución de problemas relacionados con situaciones y fenómenos relevantes del ámbito científico y tecnológico.
CE8	EV26	Regular actitudes y procesos cognitivos implicados al enfrentarse a situaciones de aprendizaje complejas relacionadas con las matemáticas.
	EV27	Mostrar una disposición favorable hacia el aprendizaje de las matemáticas y hacia las propias capacidades en el trabajo individual o colaborativo.
	EV28	Abordar los errores como oportunidades de aprendizaje y desarrollar un uso flexible de estrategias que permitan sortear las dificultades que pueden aparecer al resolver situaciones problemáticas.

Apéndice J. Instrumentos de Evaluación Propuesta de Proyecto Pedagógico

Tabla 9

Rúbrica de evaluación diseñada en la Propuesta de Proyecto Pedagógico como instrumento para evaluar pruebas escritas

Criterio	Excelente	Bueno	Aceptable	Necesita mejorar	Insuficiente
Exactitud de respuestas	Todas las respuestas son correctas y los procedimientos matemáticos son precisos. No hay errores de cálculo o concepto.	La mayoría de las respuestas son correctas, con uno o dos errores menores de cálculo o concepto.	Algunas respuestas son correctas, pero hay varios errores de cálculo o concepto.	Pocas respuestas son correctas, con numerosos errores de cálculo o concepto.	Las respuestas son incorrectas y muestran una comprensión limitada o nula de los conceptos matemáticos.
Proceso y metodología	Los métodos utilizados son apropiados y claramente demostrados. El trabajo muestra un razonamiento	Los métodos son mayormente apropiados y demostrados con claridad. Hay un razonamiento	Los métodos son parcialmente apropiados, pero hay falta de claridad en la demostración	Los métodos son inapropiados o no están claramente demostrados. El razonamiento	No se utilizan métodos apropiados o no hay demostración del proceso. Falta de

	lógico y bien estructurado.	lógico, aunque puede faltar algo de claridad o detalle.	del proceso o razonamiento.	es confuso o incoherente.	razonamiento lógico.
Comunicación y organización	Las respuestas están bien organizadas y presentadas de manera clara y legible. Se utilizan notaciones matemáticas correctas y consistentes.	Las respuestas están mayormente organizadas y claras, con algunas áreas que podrían mejorarse. Las notaciones matemáticas son en su mayoría correctas.	Las respuestas tienen una organización y claridad adecuadas, pero algunas partes son confusas. Las notaciones matemáticas son inconsistentes.	Las respuestas están desorganizadas y difíciles de seguir. Las notaciones matemáticas son incorrectas o inconsistentes.	Las respuestas no están organizadas ni claras. Las notaciones matemáticas son incorrectas o inexistentes.
Uso de herramientas y representaciones	Se utilizan herramientas matemáticas (como	Se utilizan herramientas matemáticas de manera	Se utilizan herramientas matemáticas, pero hay	El uso de herramientas matemáticas es	No se utilizan herramientas matemáticas o se utilizan de

	gráficos, diagramas, calculadoras) de manera efectiva y precisa.	mayormente efectiva, con algunos errores menores.	errores o uso ineficaz.	incorrecto o ineficaz.	manera completamente incorrecta.
--	--	---	-------------------------	------------------------	----------------------------------

Nota. Elaboración propia

Tabla 10

Rúbrica de evaluación diseñada en la Propuesta de Proyecto Pedagógico como instrumento para evaluar pruebas orales

Criterio	Excelente (4)	Bueno (3)	Adecuado (2)	Necesita mejorar (1)
Dominio del contenido	Presenta los conceptos matemáticos con total claridad, precisión y profundidad.	Presenta los conceptos con claridad, aunque puede faltar alguna precisión.	Presenta los conceptos de forma general, con algunas imprecisiones.	Los conceptos presentados son confusos o incorrectos.
Claridad en la comunicación	Comunica de forma clara y fluida, facilitando la comprensión del público.	Comunica de manera clara, aunque con alguna dificultad menor de fluidez.	La comunicación es comprensible pero falta fluidez y	La comunicación es confusa y dificulta la comprensión del público.

			claridad en ocasiones.	
Uso de recursos visuales	Utiliza recursos visuales de manera eficaz, complementando y reforzando la presentación.	Utiliza recursos visuales de manera efectiva en la mayor parte de la presentación.	Los recursos visuales son adecuados pero no siempre bien utilizados.	No utiliza recursos visuales o los recursos utilizados son inadecuados.
Creatividad e Innovación	La presentación es muy creativa e innovadora, capturando el interés del público.	La presentación es creativa y mantiene el interés del público.	La presentación es algo creativa pero no destaca en innovación.	La presentación carece de creatividad e innovación.
Interacción con el público	Fomenta la participación y responde preguntas con seguridad y precisión.	Fomenta la participación y responde la mayoría de las preguntas adecuadamente.	Fomenta algo de participación y responde algunas preguntas con seguridad.	No fomenta la participación o no responde adecuadamente a las preguntas.
Trabajo en equipo	Todos los miembros del equipo participan de manera	La mayoría de los miembros del equipo participan de	Algunos miembros del equipo participan, pero	La participación es dominada por unos pocos

	equitativa y eficaz.	manera adecuada.	no de manera equitativa.	miembros del equipo.
Aplicación práctica	La aplicación móvil es completamente funcional y demuestra claramente los conceptos de trigonometría.	La aplicación es funcional y demuestra los conceptos de trigonometría.	La aplicación es funcional pero la relación con los conceptos de trigonometría es débil.	La aplicación no es funcional o no demuestra los conceptos de trigonometría.

Nota. Elaboración propia

Tabla 11

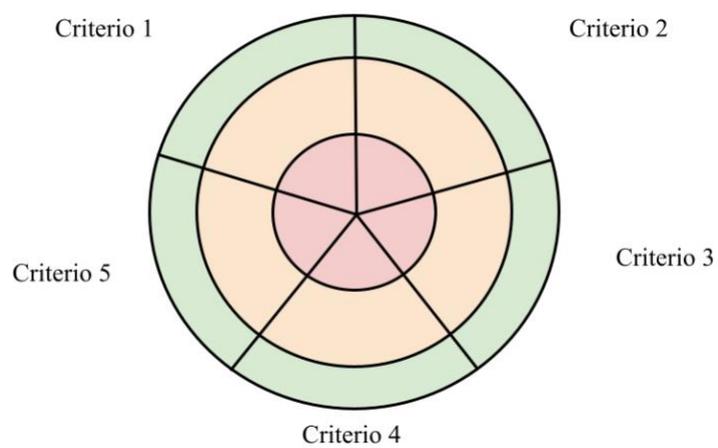
Lista de cotejo diseñada en la Propuesta de Proyecto Pedagógico como instrumento de evaluación de los juegos

Criterio	Sí	No	Peso
Entiende las reglas del juego			
Participa activamente en el juego			
Trabaja bien con los compañeros			
Resuelve problemas			

matemáticos durante el juego			
Utiliza estrategias matemáticas apropiadas			
Aplica conceptos matemáticos aprendidos			
Muestra una actitud positiva y respeto las reglas del juego			
Comunica sus ideas y estrategias claramente			
Responde a los desafíos del juego en un tiempo adecuado			
Reflexiona sobre su desempeño y busca mejorar			

Figura 9

Diana de evaluación diseñada en la Propuesta de Proyecto Pedagógico para evaluar los cuestionarios de evaluación continua formativa



Nota. Elaboración propia

Apéndice K. Evaluación de la Acción Docente

Tabla 12

Lista de cotejo diseñada en la Propuesta de Proyecto Pedagógico para evaluar la acción docente

Indicador	Sí	No	Observaciones
<p>He planificado una secuencia de aprendizaje con objetivos claros, alineada con los currículos oficiales, integrando diferentes materias, adecuada a los criterios de evaluación, que promueve las competencias básicas, considera la diversidad del alumnado, ofrece retos cognitivos apropiados y comparte indicadores de logro.</p>			
<p>He intentado vincular los nuevos conocimientos a experiencias previas y contextos vitales de los estudiantes, estableciendo relaciones con sus conocimientos anteriores, detallando objetivos y pasos a seguir, ajustando plazos, justificando la adecuación del producto final, evitando explicaciones magistrales, proponiendo problemas adecuados a su edad, fomentando la búsqueda y evaluación de información, facilitando acceso a diversas fuentes, adaptando actividades a contextos reales, involucrando a la comunidad escolar y utilizando herramientas digitales e Internet en las tareas.</p>			

<p>He implementado una variedad de estrategias de aprendizaje, técnicas de apoyo, recursos materiales y tecnológicos, métodos de reflexión, estructuras cooperativas y roles rotativos, fomentando un ambiente de aula democrático y motivador.</p>			
<p>He reflexionado y ajustado continuamente mi labor docente a lo largo de la secuencia, revisando conocimientos fundamentales, proporcionando feedback regular, implementando diversas herramientas de evaluación, y teniendo en cuenta criterios de calificación acordados para fomentar la autoevaluación y coevaluación formativa.</p>			

Nota. Elaboración propia

Apéndice L. Elementos Transversales I**Tabla 13***Elementos transversales*

CL	Comprensión lectora
EOE	Expresión oral y escrita
CAT	Comunicación audiovisual y TIC
EEV	Educación emocional y valores
CEC	Fomento de la creatividad y del espíritu científico
ES	Educación para la salud (incluida la salud sexual)

Apéndice M. Elementos Transversales II

- **CL. Comprensión lectora:** La comprensión lectora en matemáticas es crucial para interpretar y resolver problemas. Se fomenta mediante lectura activa, descomposición de enunciados y discusiones grupales. Actividades incluyen resolución de problemas, investigación, síntesis de textos, evaluaciones escritas y análisis crítico. Ejemplos prácticos son problemas contextualizados, proyectos y exámenes que requieren lectura detallada.

- **EOE. Expresión oral y escrita:** La expresión oral se practica en debates, trabajo cooperativo y presentaciones, donde los alumnos defienden sus ideas. La escrita se desarrolla en pruebas y actividades con entregables, usando lenguaje matemático. Estas prácticas mejoran la capacidad de comunicar y argumentar ideas matemáticas.

- **CAT. Comunicación audiovisual y TIC:** La comunicación audiovisual y TIC se trabajan con la metodología Flipped Classroom, usando herramientas como Geogebra y plataformas online (Kahoot, Quizizz). En cursos avanzados, se incluyen actividades de programación para desarrollar la competencia computacional. Estas prácticas integran tecnología en el aprendizaje matemático, mejorando comprensión y competencia digital de los alumnos.

- **EEV. Educación emocional y valores:** La educación emocional y en valores se fomenta en actividades de trabajo en equipo, desarrollando empatía y comunicación asertiva. En proyectos grupales, se promueve la autogestión emocional y valores como responsabilidad, empatía, colaboración, confianza, liderazgo, respeto, creatividad, motivación y compromiso, fortaleciendo el desarrollo emocional y ético de los estudiantes.

- **CEC. Fomento de la creatividad y del espíritu científico:** La creatividad y el espíritu científico se fomentan en todas las actividades, despertando curiosidad e

interés. Se incluyen investigaciones de aplicaciones reales y resolución de problemas mediante técnicas matemáticas. Además, pequeños retos y proyectos permiten a los estudiantes organizar, diseñar y asegurar la funcionalidad creativa y accesible de un producto final.

Apéndice N. Aplicación Móvil



Apéndice Ñ. Tabla Resumen Situación de Aprendizaje

Tabla 14

Resumen Situación de Aprendizaje

Curso	1º BACH	Asignatura	Matemáticas I	Código	SAUT5
Título	“Pólvora triangulada”				
Descripción	<p>El alumnado deberá desarrollar una aplicación móvil como producto final, utilizando App Inventor o cualquier otra plataforma de desarrollo viable. La aplicación servirá como herramienta de divulgación para un usuario sin conocimientos técnicos, permitiéndole valorar la utilidad de las matemáticas en el contexto de las Fallas de Valencia. La herramienta proporcionará información sobre la altura de una Falla, la altura máxima de un cohete, la intensidad de un trueno, la distancia entre puntos en la Mascletà y la posición de caída de un cohete tras estallar, utilizando medidas sencillas. Los estudiantes deberán aplicar técnicas de resolución de triángulos, cálculos de altura y modelización de funciones trigonométricas, programando las respuestas en función de las entradas del usuario y contemplando diferentes casuísticas de datos faltantes y disponibles.</p> <p>El proyecto será realizado por toda la clase de manera conjunta, lo que implicará la creación de roles dentro del equipo y permitirá aprender sobre gestión de recursos humanos. El producto final se presentará en una jornada especial ante el resto de los alumnos del centro, donde se expondrá tanto el proceso de desarrollo como el</p>				

	<p>resultado final. Además, se recogerá la experiencia de usuario para evaluar mejoras y considerar la posibilidad de poner en producción la aplicación para las festividades de las Fallas del próximo año.</p>
--	--

Nota. Elaboración propia

Tabla 15.*Saberes básicos y objetivos didácticos Situación de Aprendizaje*

Saberes básicos	<p>SB1. Relación fundamental de la trigonometría. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera</p> <p>SB2. Razones de operaciones angulares (suma, diferencia, doble y mitad)</p> <p>SB3. Operaciones con razones trigonométricas (suma y diferencia)</p> <p>SB4. Ecuaciones e identidades trigonométricas sencillas</p> <p>SB5. Resolución de problemas. Teorema del seno, del coseno y tangente.</p> <p>SB6. Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos asociados al cálculo y utilización de la geometría.</p>
------------------------	--

Objetivos didácticos	<p>O1. Saber realizar cambios de unidad de medida angular.</p> <p>Transformar de grados a radianes y viceversa.</p> <p>O2. Calcular las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo a partir de la longitud de sus ángulos.</p> <p>O3. Conocer y saber demostrar las relaciones trigonométricas elementales.</p> <p>O4. Resolver triángulos rectángulos.</p> <p>O5. Resolver triángulos cualesquiera. Utilizar estrategia de altura y saber aplicar Teoremas del seno y del coseno.</p> <p>O6. Calcular el área de cualquier rectángulo.</p> <p>O7. Conocer circunferencia goniométrica, sus características y los cuadrantes en que se divide. Relación de los ángulos de la circunferencia goniométrica con el punto de corte sobre ella de la recta que define. Signo de las razones trigonométricas en cada cuadrante.</p>
-----------------------------	--

	<p>O8. Saber transformar cualquier ángulo a un ángulo del primer cuadrante, aprovechando las relaciones entre sus razones trigonométricas.</p> <p>O9. Conocer y saber demostrar razones trigonométricas de la suma y resta de dos ángulos.</p> <p>O10. Conocer y saber demostrar razones trigonométricas del ángulo doble y del ángulo mitad.</p> <p>O11. Resolución de ecuaciones trigonométricas simples, de segundo grado y con simplificaciones previas.</p> <p>O12. Demostración de identidades trigonométricas sencillas.</p> <p>O13. Identificar y representar funciones trigonométricas.</p> <p>O14. Calcular período, dominio, recorrido, asíntotas, puntos de corte, mínimos y máximos de las funciones trigonométricas simples.</p> <p>O15. Detectar traslaciones o transformaciones de funciones trigonométricas y su influencia en el período o en la amplitud.</p> <p>O16. Control de sentencias lógicas, condicionales y de procedimiento, así como la configuración de cálculos matemáticos mediante software.</p>
--	---

Nota. Elaboración propia

Tabla 16*Metodología, recursos y transversalidad de la Situación de Aprendizaje*

Metodología:	Recursos:	Transversalidad:
Aula invertida	Hojas de papel,	Física a través del comportamiento ondular
Aprendizaje Basado en Problemas	ordenadores, pizarra digital,	delsonido
Gamificación	juegos educativos	Comprensión lectora en el entendimiento de los enunciados de los problemas
Aprendizaje Basado en Proyectos	personalizados	Comprensión oral y escrita para compartir ideas con el resto de los compañeros y en las pruebas escritas
Aprendizaje Cooperativo	(Jenga y Trivial Pursuit),	Comunicación audiovisual y TIC mediante
Aprendizaje-Servicio	calculadora	Flipped Classroom como metodología de aprendizaje, herramientas como Geogebra, Kahoot o Quiz y el desarrollo de la aplicación móvil con App Inventor.
Gamificación		
Aprendizaje por Descubrimiento		
Aprendizaje Basado en la Indagación		Fomento de la creatividad y del espíritu científico mediante la investigación de la aplicabilidad

Nota. Elaboración propia

Tabla 17

Medidas de respuesta a la inclusión, instrumentos de evaluación y elementos transversales-ODS de la SA

<p>Medidas de respuesta a la inclusión:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aprendizaje cooperativo - Formularios en las pruebas evaluativas - Resúmenes de conceptos clave - Resolución de ejercicios - Utilización de instalaciones del centro (aula de informática) - Orientación y pistas durante la realización de actividades 	
<p>Instrumentos de evaluación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rúbricas (S4_A1, S8_A1, S14_A1, S15_A1, S17_A1) - Lista de cotejo (S11_A1) - Diana (S2_A2, S3_A1) 	<p>Elementos transversales-ODS:</p> <p>ODS 4 “Educación de calidad”</p> <p>ODS 5 “Igualdad de género”</p> <p>ODS 9 “Industria, Innovación e Infraestructura”</p> <p>ODS 11 “Ciudades y comunidades sostenibles”</p>

Nota. Elaboración propia

Apéndice O. Contenidos, Criterios, Estándares y Competencias Clave y Específicas SA

Saberes Básicos SA

Tabla 18

Saberes básicos SA (Unidad de Trabajo Trigonometría)

SB1	Relación fundamental de la trigonometría. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera
SB2	Razones de operaciones angulares (suma, diferencia, doble y mitad)
SB3	Operaciones con razones trigonométricas (suma y diferencia)
SB4	Ecuaciones e identidades trigonométricas sencillas
SB5	Resolución de problemas. Teorema del seno, del coseno y tangente.
SB6	Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos asociados al cálculo y utilización de la geometría.
SB7	Estrategias de resolución de problemas. Modelización de fenómenos.
SB8	Demostraciones sencillas (métodos de reducción al absurdo, inducción completa, razonamiento deductivo...)
SB9	Calculadora, hoja de cálculo o software específico. Toma de decisiones: utilización de conclusiones derivadas del tratamiento computacional.
SB10	Perseverancia, iniciativa y flexibilidad en la resolución de situaciones problemáticas susceptibles de error o no exentos de dificultades relacionados con las formas de razonamiento lógico-matemático o del uso de medios tecnológicos específicos.

Tabla 19*Relación saberes básicos con Sesiones de la SA*

	SB1	SB2	SB3	SB4	SB5	SB6	SB7	SB8	SB9	SB10
Sesión 1							X			X
Sesión 2	X				X	X	X			
Sesión 3	X				X	X	X			
Sesión 4	X				X	X	X			X
Sesión 5	X			X		X				
Sesión 6	X			X		X				
Sesión 7		X	X					X		
Sesión 8	X	X	X	X		X		X		X
Sesión 9	X	X	X	X				X	X	
Sesión 10	X	X	X	X				X	X	
Sesión 11	X	X	X	X		X		X		X
Sesión 12	X							X		
Sesión 13	X	X	X				X		X	X
Sesión 14	X					X	X		X	
Sesión 15	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Sesión 16	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Sesión 17							X		X	X

Tabla 20*Relación saberes básicos con Actividades de la SA*

	SB1	SB2	SB3	SB4	SB5	SB6	SB7	SB8	SB9	SB10
S2_A1	X				X					
S2_A2	X				X	X	X			
S3_A1	X				X	X	X			
S4_A1	X				X	X	X			X
S5_A1	X			X		X				
S6_A1	X			X		X				
S8_A1	X	X	X	X		X		X		X
S11_A1	X	X	X	X		X		X		X
S12_A1	X							X		
S13_A1		X	X						X	
S13_A2	X						X			X
S14_A1	X					X	X		X	
S15_A1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
S17_A1	X			X		X	X			X

Objetivos Didácticos SA

Tabla 21

Objetivos didácticos definidos para la SA

O1	Saber realizar cambios de unidad de medida angular. Transformar de grados a radianes y viceversa.
O2	Calcular las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo a partir de la longitud de sus ángulos.
O3	Conocer y saber demostrar las relaciones trigonométricas elementales.
O4	Resolver triángulos rectángulos.
O5	Resolver triángulos cualesquiera. Utilizar estrategia de altura y saber aplicar Teoremas del seno y del coseno.
O6	Calcular el área de cualquier rectángulo.
O7	Conocer circunferencia goniométrica, sus características y los cuadrantes en que se divide. Relación de los ángulos de la circunferencia goniométrica con el punto de corte sobre ella de la recta que define. Signo de las razones trigonométricas en cada cuadrante.
O8	Saber transformar cualquier ángulo a un ángulo del primer cuadrante, aprovechando las relaciones entre sus razones trigonométricas.
O9	Conocer y saber demostrar razones trigonométricas de la suma y resta de dos ángulos.
O10	Conocer y saber demostrar razones trigonométricas del ángulo doble y del ángulo mitad.
O11	Resolución de ecuaciones trigonométricas simples, de segundo grado y con simplificaciones previas.
O12	Demostración de identidades trigonométricas sencillas.

O13	Identificar y representar funciones trigonométricas.
O14	Calcular período, dominio, recorrido, asíntotas, puntos de corte, mínimos y máximos de las funciones trigonométricas simples.
O15	Detectar traslaciones o transformaciones de funciones trigonométricas y su influencia en el período o en la amplitud.
O16	Control de sentencias lógicas, condicionales y de procedimiento, así como la configuración de cálculos matemáticos mediante software.

Tabla 22.*Relaciones de objetivos didácticos con sesiones de la SA*

	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12	O13	O14	O15	O16
S1																
S2	X	X		X	X	X										
S3	X	X		X	X	X										
S4		X		X	X	X										
S5			X					X			X					
S6			X					X			X					
S7			X						X	X		X				
S8			X						X	X		X				
S9			X						X	X	X	X				
S10			X						X	X	X	X				
S11			X					X	X	X	X	X				
S12	X												X			
S13													X	X	X	
S14													X	X	X	
S15		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	
S16																X
S17					X						X		X	X	X	

Tabla 23*Relaciones de objetivos didácticos con actividades SA*

	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12	O13	O14	O15	O16
S2_A1	X	X			X											
S2_A2	X	X		X	X	X										
S3_A1	X	X		X	X	X										
S4_A1		X		X	X	X										
S5_A1			X					X			X					
S6_A1			X					X			X					
S8_A1			X						X	X		X				
S11_A1			X					X	X	X	X	X				
S12_A1	X												X			
S13_A1													X	X	X	
S13_A2													X			
S14_A1													X	X	X	
S15_A1		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	
S17_A1					X						X		X	X	X	

Competencias Específicas SA

Tabla 24

Relaciones competencias específicas con las sesiones de la SA

	CE1	CE2	CE3	CE4	CE5	CE6	CE7	CE8
Sesión 1			X				X	
Sesión 2	X	X	X			X	X	
Sesión 3	X		X				X	
Sesión 4	X		X		X		X	
Sesión 5	X							
Sesión 6	X							
Sesión 7		X				X		
Sesión 8		X			X			
Sesión 9	X	X				X		
Sesión 10	X	X				X		
Sesión 11		X			X			
Sesión 12					X			
Sesión 13	X	X	X	X		X	X	
Sesión 14	X	X	X	X	X		X	
Sesión 15	X	X	X		X	X		X
Sesión 16	X	X	X	X			X	
Sesión 17						X	X	X

Tabla 25*Relaciones competencias específicas con las Actividades de la SA*

	CE1	CE2	CE3	CE4	CE5	CE6	CE7	CE8
S2_A1	X	X				X		
S2_A2	X		X				X	
S3_A1	X		X				X	
S4_A1	X		X		X		X	
S5_A1	X							
S6_A1	X							
S8_A1		X			X			
S11_A1		X			X			
S12_A1					X			
S13_A1	X	X		X				
S13_A2	X		X			X	X	
S14_A1	X	X	X	X	X		X	
S15_A1	X	X	X		X	X		X
S17_A1						X	X	X

- CE1. Resolución de problemas

La competencia de resolución de problemas es una de las más trabajadas en las actividades planteadas por el carácter práctico de la situación de aprendizaje propuesta. En particular, todos los conceptos explicados de manera general son particularizados a situaciones relacionadas, en este caso, con la festividad de las Fallas de Valencia, dándole así un practicidad útil y cercana al alumnado. Cabe destacar el cálculo de alturas de infraestructuras, áreas o amplitudes de onda, mediante la utilización de razones y funciones trigonométricas, así como la toma de decisiones a partir de estos cálculos algebraicos.

- **CE2. Razonamiento y conexiones**

Por una parte, la generalización y demostración de conjeturas matemáticas de manera analítica se trabaja mediante las actividades S8_A1 y S11_A1, mediante las cuales se pretende estructurar la cabeza del alumnado para que sean capaces de, a partir de conocimientos previo de propiedades trigonométricas básicas, demostrar otras identidades trigonométricas más complejas, adquiriendo así herramientas útiles que faciliten la resolución de problemas o ecuaciones. Por otra parte, en actividades como la S13_A1 se pretende que los alumnos hagan uso de la simulación de casuísticas concretas mediante calculadoras gráficas para extraer conclusiones acerca de cómo varía el aspecto de las funciones trigonométricas a medida que se aplican modificaciones algebraicas. De hecho, se pretende que a partir de dichas simulaciones sean capaces de generalizar y extraer propiedades.

- **CE3. Modelización**

La competencia específica de modelización es otra de las más trabajadas en esta situación de aprendizaje, junto con la de resolución de problemas. De hecho, ambas están bastante ligadas. En particular, todas aquellas actividades en las que se precisa la resolución de problemas requieren previamente una modelización matemática que permita expresarlo en el lenguaje o la notación correspondiente. Por ejemplo, en las actividades S2_A2, S3_A1 o S4_A1, en la que se plantean una serie de problemas reales de infraestructura o naturaleza, el alumno previamente debe traducir a lenguaje matemático qué aspectos de aprendizaje debe aplicar y detectar qué triángulos o qué información dispone para resolverlo. Así mismo, en la actividad S13_A2, en la que se les propone investigar aplicaciones de las funciones trigonométricas en la vida real, el alumno trabaja la capacidad de a partir de un fenómeno detectar de qué manera relacionarlo con los contenidos que conoce.

- **CE4. Pensamiento computacional**

Aunque no es de las competencias más trabajadas, cabe destacar el hecho de que, debido a la naturaleza del producto final, la situación de aprendizaje planteada trabaja en mayor medida esta competencia que otras de aspectos de aprendizaje similares. En particular, en la sesión número 16 y la sesión número 17, se pretende que los alumnos generalicen la resolución de los problemas tipo estudiados durante la unidad de trabajo en función de la información de la que se disponga y propongan un algoritmo de resolución que facilite su posterior implementación en App Inventor para obtener el producto final.

- **CE5. Representaciones**

Esta competencia está bastante ligada con la de modelización y la de resolución de problemas. Más en particular, con la utilización del lenguaje y simbolismo matemático para describir situaciones reales. Además, también se trabaja en las demostraciones de identidades, en las cuales se requiere un rigor matemático especial para justificar cada paso.

- **CE6: Comunicación**

Por una parte, esta competencia es trabajada en todas aquellas actividades que requieran trabajo cooperativo para la resolución de pruebas, puesto que será necesario que los alumnos intercambien ideas utilizando el lenguaje adecuado. Por otra parte, hay una serie de actividades que implican la puesta en común con el resto del grupo clase. Por ejemplo, en la actividad S2_A1, en la que se utiliza la metodología 3-2-1 para conocer los conocimientos previos de los alumnos, se invita a los alumnos a un debate sobre conceptos matemáticos. Así mismo, en la actividad S13_A1, tras la investigación por equipos de cómo afecta la transformación algebraica de funciones, deberán extraer conclusiones de manera conjunta con el resto de equipos, lo que requiere una previa expresión de sus hallazgos o ideas, para la cual es necesario utilizar la terminología correcta (amplitud, período, producto por escalar, etc.). Por último, la prueba escrita supone en sí mismo un trabajo de la comunicación, donde

el alumno trabaja de manera individual la argumentación de procedimientos mediante los conceptos adecuados.

- **CE7. Relevancia social, cultural y científica**

Esta competencia se trabaja a través del enfoque práctico que se presenta de la situación de aprendizaje, donde se pretende transmitir a los alumnos la utilidad de la trigonometría en el ámbito cultural y, más en particular, en la Festividad de las Fallas. Así mismo, en cuanto a la influencia en el avance del conocimiento científico, cabe destacar la modelización de fenómenos físicos, como la propagación del sonido, mediante funciones trigonométricas.

- **CE8. Gestión de las emociones y las actitudes**

Por último, la gestión de las emociones y las actitudes se trabaja mediante la gamificación cooperativa y mediante el desarrollo del proyecto como producto final de la situación de aprendizaje. Mediante la asignación de roles, la distribución de tareas, la gestión del tiempo y la toma de responsabilidades, el alumno aprende a gestionar sus emociones y actitudes.

Competencias Clave SA

Tabla 26

Relación competencias clave con competencias específicas

	CL	CP	CMCT	CD	CPSAA	CC	CE	CEC
CE1			X	X	X	X	X	
CE2			X	X				X
CE3			X			X	X	
CE4			X				X	
CE5	X		X	X	X			
CE6	X	X	X				X	
CE7			X		X	X		X
CE8			X		X		X	

- CL. Competencia en comunicación lingüística

La comunicación lingüística es trabajada en diferentes contextos y mediante vías distintas. Por una parte, todas aquellas actividades que implican un trabajo cooperativo requieren una interacción y debate entre los componentes de un equipo, a través del cual se trabaja tanto el correcto uso del lenguaje matemático como la comunicación con sus iguales. Así mismo, en aquellas actividades donde se plantea un debate grupal de puesta en común de las conclusiones de los ejercicios requieren que los alumnos sean capaces de expresar sus ideas utilizando la terminología adecuada y las expresiones lingüísticas correspondientes. Por otra parte, la última sesión de la unidad es donde más se trabaja esta competencia. De hecho, se plantea una presentación, defensa y exposición divulgativa del producto final resultante de la situación de aprendizaje con el objetivo de mostrar a otros cursos del centro su evolución de aprendizaje y de invitarles a la utilización de la aplicación móvil desarrollada. Por este

motivo, todos los alumnos serán partícipes de una exposición oral del trabajo y serán los protagonistas de una sesión de interacción con otros alumnos.

- **CP. Competencia plurilingüe**

La competencia plurilingüe está de nuevo relacionada con la competencia específica de comunicación. De hecho, en nuestro caso particular se trabajará también en la última sesión de la unidad, durante la exposición oral de la aplicación móvil. De hecho, esta defensa será realizada tanto en castellano, en inglés y en valenciano para invitar a los alumnos del centro internacionales o participantes del programa Erasmus a ser partícipes de la actividad, así como para trabajar sus destrezas lingüísticas en los 3 idiomas.

Además, en nuestro caso particular,

- **CMCT. Competencia matemática y competencias en ciencia y tecnología**

Evidentemente, al tratarse de la materia de Matemáticas, la competencia matemática es trabajada en absolutamente todas las sesiones de la unidad. Además, cabe destacar que por la naturaleza del producto final de la situación de aprendizaje, durante las sesiones 16 y 17 se trabaja en detalle la competencia en tecnología, gracias al desarrollo web de la aplicación móvil mediante la herramienta App Inventor, que permite desarrollar nociones básicas de programación mediante el uso de bloques lógicos y el diseño de interfaz gráfica.

- **CD. Competencia digital**

Por una parte, la competencia digital se trabaja en todas aquellas sesiones que requieren el uso de calculadoras gráficas para la representación gráfica de funciones o para la extracción de deducciones (sesiones 12 y 13). Así mismo, la mayoría de sesiones requieren el uso de calculadora.

Por otra parte, en la sesión 2 se plantea la metodología “flipped-classroom”, por la cual el alumnado debe atender de manera digital una clase para la posterior resolución de

dudas en la clase convencional. Además, todo el material de estudio y trabajo será facilitado a los alumnos a través de la plataforma Aules.

Por último, en las sesiones 16 y 17, tanto para el desarrollo de la aplicación como para la presentación de la misma se trabaja la competencia digital, tanto mediante la herramienta de desarrollo de la app como para la elaboración de las transparencias de apoyo en la presentación divulgativa de la misma.

- **CPSAA. Competencias personal, social y aprender a aprender**

La competencia social está relacionada con las competencias específicas 1, 5, 7 y 8. En particular, en las sesiones en que se trabaja la relevancia social y cultural de la trigonometría, se permite al alumnado ser protagonistas de la divulgación del conocimiento. Así mismo, al tratarse de un proyecto conjunto cooperativo, implica una colaboración constructiva entre los miembros del grupo clase, así como una autogestión del tiempo para cumplir las tareas que se asignen a cada alumno como individuo.

- **CE. Competencia emprendedora**

La competencia emprendedora se trabaja sobre todo en las últimas 2 sesiones (sesión 16 y 17) mediante la elaboración de una aplicación propia que resuma los aspectos de aprendizaje y permita divulgar dicho conocimiento a otros colectivos. Este enfoque del aprendizaje implica la actuación sobre oportunidades e ideas y la generación de resultados de valor sobre otras personas.

- **CEC. Competencia en conciencia y expresiones culturales**

En cuanto a la competencia en conciencia y expresiones culturales, en nuestro caso se trabaja durante aquellas sesiones en que se resuelven problemas contextualizados en la festividad de las Fallas, puesto que de alguna manera se comprende desde otro punto de vista una manifestación artística de la cultura, en este caso, local. De esta manera, se permite así al alumnado detectar la presencia de las matemáticas en cualquier expresión artística.

- **CC. Competencia ciudadana**

Por último, en cuanto a la competencia ciudadana, en nuestro caso particular se trabaja mediante la alfabetización cívica mediante la sesión de divulgación del producto final de la situación de aprendizaje, además de a través de la propia aplicación, mediante la cual se pretende acercar la trigonometría a cualquier perfil de público mediante un enfoque práctico y útil en el entorno que nos rodea.

Este aspecto se verá más en detalle en el apartado en que se desarrollan los elementos transversales y Objetivos de Desarrollo Sostenible trabajados en la situación de aprendizaje.

Apéndice P. Actividades Situación de Aprendizaje

Actividad S2_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 2
- **Código actividad:** S2_A1
- **Nombre:** Metodología 3-2-1 trigonometría
- **Descripción:** La metodología 3-2-1 es un método de evaluación diagnóstica que consiste en realizar 3 preguntas de manera que la primera debe contestarse con 3 ideas, la segunda con 2 y la tercera con 1. En nuestro caso, las preguntas que plantearemos a nuestro alumnado serán las siguientes: 3 razones trigonométricas, 2 teoremas de trigonometría para la resolución de triángulos y 1 unidad de medida angular diferente al grado.
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O2, O5
- **Desarrollo:**
 - En primer lugar, repartiremos un papel a cada alumno que deberán contestar de forma individual y anónima.
 - Tras pasar 5 minutos, deberán entregar el papel con sus respuestas.
 - Posteriormente, se pondrán en común los resultados en la pizarra.
- **Entregable:** Papel con las respuestas del alumnado.
- **Recursos:** Hoja de papel para cada alumno.
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE6
- **Saberes básicos:** SB1, SB5
- **Evaluación:** Heteroevaluación inicial diagnóstica.
 - **Criterios de evaluación:** EV5, EV20, EV22
- **Elementos transversales:** EOE, CEC

- **Atención a la diversidad:** La evaluación diagnóstica pretende conocer el grado de conocimiento base inicial de cada alumno con el objetivo de personalizar la atención y reconocer las fortalezas y debilidades del alumnado, por lo que se realiza la actividad de manera individual.

Actividad S2_A2

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 2
- **Código actividad:** S2_A2
- **Nombre:** Prueba evaluación diagnóstica resolución de triángulos
- **Descripción:** Prueba inicial diagnóstica que contiene ejercicios de razones trigonométricas, resolución de triángulos, transformación de grados a radianes y estrategia de altura con múltiple respuesta. Para la realización de la prueba se utilizará la plataforma de cuestionarios Kahoot.
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O2, O4, O5, O6
- **Desarrollo:**
 - En primer lugar, los alumnos se agruparán en 2 equipos de 4 componentes y 2 equipos de 3 componentes, los cuales deben trabajar de manera cooperativa.
 - Cada equipo se registrará en la prueba de Kahoot con un único ordenador.
 - Las preguntas irán apareciendo en la pizarra digital con el código de colores de cada respuesta. Hay 4 opciones de respuesta para cada pregunta. Contarán con 10 minutos para la resolución de cada una.
 - Realizarán de manera cooperativa la prueba.
 - Al final de la clase, deberán entregar las hojas que hayan utilizado para realizar los cálculos analíticos, que serán comprobados sin carácter retroactivo.
- **Entregable:** Resultados recogidos en Kahoot y hojas de cálculos

- **Recursos:** Hojas, ordenador, pizarra digital
- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7
- **Evaluación:** Heteroevaluación inicial diagnóstica. El medio de evaluación que vamos a utilizar para realizar la evaluación diagnóstica es la diana. Se trata de una diana común donde cada sector representa un objetivo de aprendizaje de los que se trabajan en la actividad y cada disco el nivel de adquisición de dicho objetivo. En este caso, los objetivos didácticos que se trabajan en la actividad eran O1, O2, O4, O5, O6. Por tanto, dividiremos la diana en 5 sectores, cada uno de ellos correspondiente a uno de dichos objetivos. Se aporta más detalle en el apartado de evaluación de la SA.
 - **Criterios de evaluación:** EV1, EV2, EV4, EV11, EV12, EV23, EV25
- **Elementos transversales:** CL, CAT
- **Atención a la diversidad:** Por una parte, la actividad se realiza de manera cooperativa, por lo que el docente se asegurará de que los equipos estén equilibrados para que los alumnos con necesidades educativas cuenten con el apoyo de alumnos con mayor capacidad de resolución que les puedan prestar su ayuda. Por otra parte, a pesar de tratarse de una prueba que pretende realizar una evaluación diagnóstica, a todos los equipos se les facilitará durante la realización de la prueba un formulario con las principales identidades (razones trigonométricas, enunciado del teorema del coseno y seno, etc.). Esto es porque no se pretende evaluar la capacidad memorística del alumnado en cuanto a que recuerden exactamente la fórmula, sino más bien su capacidad de resolver el problema y aplicar dicha fórmula correctamente.

Actividad S3_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 3

- **Código actividad:** S3_A1
- **Nombre:** Prueba resolución de triángulos tras aula invertida
- **Descripción:** El procedimiento es el mismo que en la actividad S3_A1. Se utiliza la misma metodología y las mismas agrupaciones. Sin embargo, las cuestiones planteadas en el cuestionario tienen una complejidad ligeramente superior, puesto que se presupone que los alumnos han visualizado por su cuenta las sesiones de Flipped Classroom con las explicaciones a los ejercicios tipo planteados.
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O2, O4, O5, O6
- **Desarrollo:**
 - En primer lugar, los alumnos se agruparán en los mismos equipos que formaron en la actividad S2_A2.
 - Cada equipo se registrará en la prueba de Kahoot con un único ordenador.
 - Las preguntas irán apareciendo en la pizarra digital con el código de colores de cada respuesta. Hay 4 opciones de respuesta para cada pregunta. Contarán con 10 minutos para la resolución de cada una.
 - Realizarán de manera cooperativa la prueba.
 - Al final de la clase, deberán entregar las hojas que hayan utilizado para realizar los cálculos analíticos, que serán comprobados sin carácter evaluador.
- **Entregable:** Resultados recogidos en Kahoot y hojas de cálculos
- **Recursos:** Hojas, ordenador, pizarra digital
- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7
- **Evaluación:** Retomamos el instrumento de evaluación utilizado en la Actividad S2_A2. Recordemos que se trataba de una diana con el objetivo de realizar una evaluación inicial diagnóstica. En este caso, cada equipo deberá volver a marcar el nivel de adquisición de

cada objetivo para analizar su respectiva evolución tras las explicaciones del aula invertida.

- **Criterios de evaluación:** EV1, EV2, EV4, EV11, EV12, EV23, EV25
- **Elementos transversales:** CL, CAT
- **Atención a la diversidad:** De manera similar, a la actividad 2, tanto la prueba se realiza de manera cooperativa (mismos equipos) como se les facilitará el formulario con las identidades necesarias a aplicar.

Actividad S4_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 4
- **Código actividad:** S4_A1
- **Nombre:** Pólvora y triángulos: trigonometría en Fallas
- **Descripción:** Cuestionario individual y de carácter obligatorio mediante la plataforma Quiz. Incluye un ejercicio de cada tipo de los explicados aplicados a situaciones comunes durante la festividad de Fallas y es de respuesta abierta. El Quiz contiene 4 preguntas. La primera pregunta plantea el cálculo del área de un pañuelo fallero a sabiendas de algunos de sus medidas de los lados, utilizando así estrategia de altura. La segunda pregunta plantea calcular la altura de explosión de una mascletá a sabiendas de los ángulos de visualización desde dos puntos diferentes de visión. La tercera pregunta plantea calcular la altura de una falla a partir de información de ángulos y distancias desde dos perspectivas diferentes. Por último, la cuarta pregunta plantea la resolución del triángulo que genera un fuego artificial.

En el Apéndice Q podemos encontrar los enunciados de los problemas planteados.

A continuación, se adjunta el enlace del Quiz:

https://quizizz.com/admin/quiz/65f1e2464ab0e607ba411567?source=quiz_share

- **Aspectos de aprendizaje:** O2, O4, O5, O6
- **Desarrollo:**
 - Se les explica la actividad y su evaluación.
 - Disponen de un total de 15 días para su realización de manera individual.
 - Además, tras su entrega virtual, deberán facilitar la hoja que hayan empleado para su realización para comprobar que los resultados introducidos coinciden con los calculados y evitar así los plagios.
- **Entregable:** Respuestas plataforma Quizz y hojas de resolución de problemas
- **Recursos:** Ordenador, hojas de cálculos
- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE5, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB5, SB6, SB7, SB10
- **Evaluación:** Heteroevaluación continua calificadora. En este caso, el medio de evaluación es el cuestionario, mientras que el instrumento de evaluación es una rúbrica. La rúbrica nos permite conocer el grado de obtención de cada uno de los objetivos de aprendizaje propuestos. Los resultados de la rúbrica se traducirán a una calificación.
 - **Criterios de evaluación:** EV1, EV2, EV3, EV4, EV11, EV12, EV17, EV18, EV19, EV23, EV24, EV25
- **Elementos transversales:** CL, EOE, CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** Tras la finalización de la sesión se subirá en la plataforma Aules la resolución de los ejemplos vistos en casa para que puedan proceder a la resolución de los ejercicios del cuestionario en caso de que no hayan podido copiar durante las explicaciones. Además, al tratarse de una actividad a realizar fuera del horario de clase, se les prestará el aula de informática del centro para aquellos alumnos que no dispongan de los recursos necesarios (ordenador, conexión a internet, etc.) en sus respectivas casas.

Actividad S5_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 5
- **Código actividad:** S5_A1
- **Nombre:** Ejercicios ecuaciones trigonométricas simples
- **Descripción:** Resolución de ejercicios de ecuaciones trigonométricas simples
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O11
- **Desarrollo:** -
- **Entregable:** -
- **Recursos:** -
- **Competencias específicas:** CE1
- **Saberes básicos:** SB1, SB4, SB6
- **Evaluación:** Actividad no evaluable.
- **Elementos transversales:** CEC
- **Atención a la diversidad:** Todas las ecuaciones, tanto las resueltas en clase como las dejadas como ejercicio a realizar por el alumno de manera autónoma, serán publicadas junto con su resolución detallada paso a paso en la plataforma Aules. Podemos ver el material facilitado con las resoluciones en el Apéndice U.

Actividad S6_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 6
- **Código actividad:** S6_A1
- **Nombre:** Ejercicios ecuaciones trigonométricas 2º grado
- **Descripción:** Resolución de ejercicios de ecuaciones trigonométricas de 2º grado
- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O11

- **Desarrollo:** -
- **Entregable:** -
- **Recursos:** -
- **Competencias específicas:** CE1
- **Saberes básicos:** SB1, SB4, SB6
- **Evaluación:** Actividad no evaluable.
- **Elementos transversales:** CEC
- **Atención a la diversidad:** Todas las ecuaciones, tanto las resueltas en clase como las dejadas como ejercicio a realizar por el alumno de manera autónoma, serán publicadas junto con su resolución detallada paso a paso en la plataforma Aules. Podemos ver el material facilitado con las resoluciones en el Apéndice U.

Actividad S8_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 8
- **Código actividad:** S8_A1
- **Nombre:** Trigonometría en equilibrio
- **Descripción:** El juego del Jenga es un juego de habilidad física y mental en el que los jugadores se turnan para quitar bloques de madera de una torre y colocarlos en la parte superior, creando una estructura más alta y menos estable. El objetivo del juego original es retirar y colocar bloques sin derribar la torre. El juego continúa hasta que alguien derriba la torre, perdiendo así el juego. El último jugador en quitar y colocar exitosamente un bloque antes de que la torre se derrumbe es el ganador. Sin embargo, en nuestro caso, vamos a incluir un par de normas adicionales y a modificar ligeramente el juego para particularizarlo a nuestros aspectos de aprendizaje. En particular, cada pieza del juego tendrá en una de sus caras pegado un papel con una expresión trigonométrica a demostrar

mediante propiedades de ángulo doble, ángulo mitad o suma y diferencia de ángulos. Además, según el nivel de dificultad, dichas expresiones irán asociadas a un color de pieza u otro, que supondrá más o menos puntos. El objetivo del juego es demostrar el mayor número de expresiones trigonométricas antes de que la torre se derribe. Además, en este caso no se fomenta la competitividad entre componentes de un grupo, sino más bien todos los componentes del equipo trabajan en común.

- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O9, O10, O12
- **Desarrollo:** El procedimiento del juego será el siguiente:
 - Dividimos a los componentes del grupo clase en 2 equipos de 4 componentes y 2 equipos de 3 componentes.
 - A cada equipo les entregamos un juego del Jenga. Deben colocarse alrededor de una mesa amplia.
 - En sentido antihorario, los componentes del equipo van retirando bloques de la torre. En lugar de volver a colocarlo de nuevo en la torre, deben demostrar la expresión que se plantea en dicho bloque. Para ello, contarán con la ayuda de todo su equipo, es decir, no existe competición, más bien se trata de un trabajo cooperativo y una lucha por un objetivo común.
 - En el momento alguien derriba la torre, se paraliza el juego.
 - Todas las demostraciones deberán ser realizadas sobre una hoja de papel, que al finalizar la actividad se deberá entregar (una por grupo) junto con los bloques con las expresiones que correspondan.
- **Entregable:** Cada equipo deberá entregar las hojas donde haya plasmado las demostraciones de las expresiones trigonométricas.
- **Recursos:** Juego del Jenga personalizado, hojas
- **Competencias específicas:** CE2, CE5

- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB6, SB8, SB10
- **Evaluación:** Coevaluación continua formativa. La hoja entregada por equipo con las demostraciones realizadas será entregada a otro equipo, que será el encargado de corregir siguiendo una rúbrica facilitada y las correcciones. Además, cada demostración tendrá un valor ponderado en función de su nivel de dificultad (indicado por el color del bloque). De esta manera, la calificación total de la actividad será la suma ponderada de las calificaciones extraídas a partir de la rúbrica.
 - o **Criterios de evaluación:** EV6, EV7, EV9, EV18, EV19
- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Por una parte, se les facilitará un formulario con todas las razones trigonométricas que deben utilizar para demostrar las expresiones. Por otra parte, en caso de que algún equipo se quede bloqueado en la demostración de alguna identidad, se le permitirá recurrir a ayuda externa del docente mediante una serie de pistas orientativas de qué pasos ejecutar o qué propiedades aplicar para llegar a demostrar la identidad. Además, una vez todos los equipos entreguen sus hojas con las respectivas demostraciones que hayan realizado y comprobado su resolución, se realizará un portafolio común con las respuestas de todos los equipos que será compartido al resto de alumnos para que tengan oportunidad de ver de qué manera se demostrarían identidades que no han llegado a tratar de demostrar. Así mismo, la demostración de aquellas expresiones que no hayan sido demostradas por ninguno de los equipos se facilitará como material de estudio. Además, se les facilitará también material de ampliación con expresiones más complejas demostradas para aquellos alumnos con interés propio en profundizar y desarrollar su competencia de desarrollo.

Actividad S11_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 11
- **Código actividad:** S11_A1
- **Nombre:** TrigonomeTrivial
- **Descripción:** El Trivial Pursuit es un juego de mesa en el que los jugadores compiten para ser los primeros en recoger un quesito de cada una de las 6 categorías temáticas (Historia, Geografía, Arte, Ciencia, Entretenimiento y Deporte). Para ello, se lanzan dados y se avanza por un tablero respondiendo a preguntas de diferentes temas. Si aciertas la pregunta en una casilla normal, te permite seguir tirando los dados. Sin embargo, si la casilla acertada pertenece a una determinada categoría de quesito, su correcta resolución supondrá obtener un quesito. El primer jugador en recoger los 6 quesitos y llegar al centro del tablero gana. Esta sería la versión del juego del Trivial convencional. Sin embargo, en nuestro caso adaptaremos las reglas y contenidos del juego a nuestros aspectos de aprendizaje particulares.

En particular, el juego permitirá practicar la resolución de ecuaciones trigonométricas de diferentes tipos de manera dinámica y divertida. Para ello, definiremos las siguientes 6 categorías correspondientes a los quesitos de los siguientes colores respectivamente:

- **Azul:** Ecuaciones trigonométricas simples. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la Figura 10.
- **Morado:** Ecuaciones trigonométricas simples que impliquen simplificar previamente mediante identidades. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la Figura 11.
- **Amarillo:** Ecuaciones trigonométricas cuadráticas. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la Figura 12.

- **Rosa:** Ecuaciones trigonométricas que impliquen simplificar previamente mediante propiedades de suma y resta de dos ángulos. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la Figura 13.
- **Verde:** Ecuaciones trigonométricas que impliquen simplificar previamente mediante propiedades de ángulo doble. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la Figura 14.
- **Naranja:** Ecuaciones trigonométricas que impliquen simplificar previamente mediante propiedades de ángulo mitad. Se puede consultar un ejemplo de tarjeta de juego en la
- Figura **15**.

De esta manera, en las casillas clasificadas como quesito, deberán resolver una ecuación de cada uno de esos tipos para poder obtener dicho quesito. Las soluciones a las ecuaciones aparecerán en la propia tarjeta de pregunta y deberán ser comprobadas por los miembros de los otros equipos. Las casillas base (sin opción a quesito), también tendrán una categoría asignada, por lo que deberán resolver la ecuación correspondiente para poder seguir tirando los dados y continuar avanzando.

- **Aspectos de aprendizaje:** O3, O8, O9, O10, O11, O12
- **Desarrollo:** El procedimiento del juego será el siguiente:
 - Organizaremos el aula en 2 equipos de 4 alumnos y 2 equipos de 3 alumnos. Todos los equipos jugarán sobre el mismo tablero de juego y compiten entre ellos.
 - En sentido de las agujas del reloj, cada equipo irá tirando los dados y resolviendo de manera cooperativa las ecuaciones que se le planteen.
 - Una vez resuelta la ecuación, el resto de los equipos deberán comprobar si es correcta la solución dada y, en caso de no serlo, indicarles la manera de resolverlo correctamente.

- Si cae en una casilla base (sin quesito), su correcta resolución implica que dicho equipo continúe tirando los dados y, por tanto, resolviendo nuevas ecuaciones. Si, por el contrario, la solución es incorrecta, el turno pasará al siguiente equipo.
- Si cae en una casilla de una categoría concreta con quesito asignado, su correcta resolución implica obtener dicho quesito.
- El objetivo final del juego sería obtener los quesitos de todas las categorías, lo cual implicaría haber resuelto al menos una ecuación de cada tipo planteado y, además, haber resuelto más ecuaciones para poder realizar los movimientos por el tablero.
- **Entregable:** Hojas con la resolución de las ecuaciones
- **Recursos:** Juego Trivial Pursuit personalizado, hojas, calculadora
- **Competencias específicas:** CE2, CE5
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB6, SB8, SB10
- **Evaluación:** Coevaluación continua formativa. El instrumento de evaluación utilizado es una lista de cotejo, donde cada elemento es una de las categorías de los quesitos (azul, morado, amarillo, rosa, verde, naranja) que, a su vez, corresponde con cada uno de los tipos de ecuaciones trigonométrica. De esta manera, a cada tipo de ecuación se le asignará un peso distinto en la lista de cotejo y las posibilidades serán “Sí” o “No”, en función de si ha obtenido dicho quesito o no. Además, también hay un elemento de la lista de cotejo destinado a las casillas base, que será respondido con un “Sí” si al menos se han respondido 3 ecuaciones de categoría base. Para ello, durante el juego cada grupo deberá guardarse las tarjetas de las preguntas que vaya respondiendo correctamente. Además, se trata de un instrumento de evaluación, ya que son los componentes de los grupos rivales los encargados de comprobar la solución de las ecuaciones y, en caso de error, indicarles la manera correcta de resolverlo.
- **Criterios de evaluación:** EV6, EV7, EV9, EV19

- **Elementos transversales:** EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Por una parte, el trabajo cooperativo y los equipos equilibrados. Por otra parte, uno de los propósitos del juego es que se resuelvan el mayor número de ecuaciones posibles entre todos los equipos para así al finalizar el juego agrupar todas las ecuaciones resueltas por todos los grupos y crear así una especie de dossier de ejercicios de ecuaciones resueltas que les será útil para estudiar.

Actividad S12_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 12
- **Código actividad:** S12_A1
- **Nombre:** ¡Que vienen curvas!
- **Descripción:** Realizar una tabla de valores con ángulos comprendidos entre 0 y 2π evaluados en la función seno y representarlo gráficamente en su cuaderno con el objetivo de que relacionen todo lo estudiado hasta el momento acerca de razones trigonométricas de un ángulo con el concepto de función trigonométrica.
- **Aspectos de aprendizaje:** O1, O13
- **Desarrollo:**
 - De manera individual deberán tomar valores de ángulos comprendidos entre 0 y 2π radianes. Pueden trabajar con grados o radianes, según se sientan más cómodos.
 - Posteriormente, deberán realizar una tabla de valores, evaluando con la ayuda de la calculadora los valores del seno en dichos ángulos. Hacer énfasis en que comprueben que el modo de la calculadora corresponde con la unidad angular utilizada.
 - Finalmente, deberán representar en su cuaderno los valores obtenidos para acabar de deducir la forma suavizada de la función seno.
- **Entregable:** -

- **Recursos:** Hoja, calculadora
- **Competencias específicas:** CE5
- **Saberes básicos:** SB1, SB9
- **Evaluación:** Actividad no evaluable
- **Elementos transversales:** CEC
- **Atención a la diversidad:** Por una parte, a aquellos alumnos con necesidades educativas el docente les prestará una especial atención para verificar que la están realizando correctamente y guiarles en caso de bloqueo. Por otra parte, a aquellos alumnos que acaben la actividad en menos tiempo del esperado se les invitará a realizar también la representación del coseno y de la tangente.

Actividad S13_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 13
- **Código actividad:** S13_A1
- **Nombre:** Trigonometría dinámica: Explorando transformaciones con GeoGebra
- **Descripción:** Ejercicio práctico que tiene como objetivo que los alumnos de manera autónoma extraigan conclusiones acerca de cómo se ven modificados el período y la amplitud cuando se le aplican transformaciones de tipo aditivo o producto por escalar a las funciones trigonométricas, tanto fuera como dentro del argumento. Para ello, se les plantea una serie de ejercicios prácticos que deben realizar ayudándose de GeoGebra.
- **Aspectos de aprendizaje:** O13, O14, O15
- **Desarrollo:**
 - En primer lugar, los alumnos formarán agrupaciones de 3 o 4 personas y se colocarán frente a un único ordenador. Los ejercicios se pueden consultar en la parte final del material de estudio del Apéndice T.

- De manera cooperativa, deberán resolver los diferentes ejercicios que se plantean.
- En una primera toma de contacto, deberán resolver los ejercicios por sus propios medios, utilizando su intuición y conocimientos previos.
- Posteriormente, comprobarán las soluciones con la calculadora gráfica que ofrece GeoGebra.
- De esta manera, deberán recolectar los resultados de los ejercicios y tratar de extraer una serie de conclusiones que les permita generalizar de qué manera afecta a la representación gráfica la modificación escalar de las funciones.
- Para orientarlos, se plantea a los alumnos las siguientes cuestiones, para que reflexionen sobre ellas y traten de ofrecer una solución lo más generalizable posible:
 - ¿Cómo afecta al período multiplicar una función trigonométrica por un escalar? ¿Y en su amplitud?
 - ¿Cómo afecta al período multiplicar el argumento de una función trigonométrica por un escalar? ¿Y su amplitud?
 - ¿Cómo varía la representación de una función trigonométrica al sumar o restar un escalar dentro del argumento?
 - ¿Cómo varía la representación de una función trigonométrica al sumar o restar un escalar?
 - ¿Qué relación gráfica existe entre una función trigonométrica y su opuesta?
- Finalmente, se pondrán en común las conclusiones extraídas por cada equipo y se les realizará una explicación en detalle acerca de la influencia de las transformaciones por si han quedado aspectos por comentar. (ver Apéndice T).

Entregable: Resolución de ejercicios, conclusiones generales

- **Recursos:** Ordenador
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE4

- **Saberes básicos:** SB2, SB3, SB9
- **Evaluación:** Actividad no evaluable.
- **Elementos transversales:** CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** En el material de estudio se les facilita un esquema con todas las conclusiones de la investigación en cuanto a transformaciones de las funciones trigonométricas y su influencia en el período y la amplitud, teniendo en cuenta todas las casuísticas posibles.

Actividad S13_A2

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 13
- **Código actividad:** S13_A2
- **Nombre:** Ondeando aplicaciones de la trigonometría
- **Descripción:** Investigar y comprender los diferentes ámbitos en los que las funciones trigonométricas se aplican en la vida cotidiana y profesional.
- **Aspectos de aprendizaje:** O13
- **Desarrollo:**
 - Se aprovechan los equipos formados para la Actividad S13_A1, inmediatamente anterior.
 - Cada equipo utiliza un único ordenador para realizar la investigación en Internet:
 - Utiliza motores de búsqueda como Google, Bing, o cualquier otra herramienta en línea para buscar información sobre la aplicación de las funciones trigonométricas en la vida real.
 - Reúne información de fuentes confiables como artículos académicos, sitios educativos, publicaciones científicas, y otros recursos autorizados.

- Posteriormente, los alumnos deberán de concretar qué ámbitos de aplicación han observado tras su investigación.
 - Identifica y describe al menos cinco ámbitos diferentes en los cuales las funciones trigonométricas son utilizadas
 - Da al menos un ejemplo más concreto por cada uno de ellos.
- Finalmente, se planteará un debate a los alumnos, en el cual cada equipo será libre de exponer, a modo de lluvia de ideas, los ámbitos de aplicación que haya encontrado, permitiendo así a unos equipos nutrirse de los hallazgos de los otros.
- **Entregable:** Breve informe por cada equipo en que se recoja los resultados de la investigación:
 - 5 ámbitos de aplicación de las funciones trigonométricas
 - 1 ejemplo de cada ámbito de aplicación
- **Recursos:**
- **Competencias específicas:** CE1, CE3, CE6, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB7, SB10
- **Evaluación:** Actividad no evaluable.
- **Elementos transversales:** CL, EOE, CEC
- **Atención a la diversidad:** Trabajo cooperativo por equipos balanceados.

Actividad S14_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 14
- **Código actividad:** S14_A1
- **Nombre:** Fallas ondeantes
- **Descripción:** Realización de un Quiz en el que se aplique en el contexto de la festividad de las Fallas los contenidos sobre aplicabilidad de ondas para modelizar fenómenos

físicos, además de cómo cambian las propiedades de las mismas (amplitud y período) a medida que se introducen perturbaciones.

- **Aspectos de aprendizaje:** O13, O14, O15
- **Desarrollo:** A continuación, se describen los ejercicios planteados en el Quizz:
 - **Ejercicio 1:** Modelización el sonido de una mascletá utilizando una representación matemática en forma de onda. Deberán identificar y calcular dos propiedades fundamentales de la onda: su amplitud y su período. Este ejercicio evalúa la capacidad para aplicar conceptos de física de ondas en un contexto práctico y cultural.
 - **Ejercicio 2:** Análisis de Cambios en la Onda: En este ejercicio, deberán estudiar cómo cambiarían las propiedades de la onda (amplitud y período) si se altera la ecuación matemática que la describe.
- **Entregable:** Resultado del Quizz
- **Recursos:** Ordenador, calculadora
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE7
- **Saberes básicos:** SB1, SB6, SB7, SB9
- **Evaluación:** Evaluación continua formativa mediante rúbrica Tabla 31.
 - **Criterios de evaluación:** EV1, EV2, EV4, EV5, EV10, EV11, EV12, EV15, EV17, EV18, EV19, EV23, EV24, EV25
- **Elementos transversales:** CL, CAT, CEC
- **Atención a la diversidad:** Tras la finalización de la sesión se subirá en la plataforma Aules la resolución de los ejemplos vistos en casa para que puedan proceder a la resolución de los ejercicios del cuestionario en caso de que no hayan podido copiar durante las explicaciones. Además, al tratarse de una actividad a realizar fuera del horario de clase, se les prestará el aula de informática del centro para aquellos alumnos que no

dispongan de los recursos necesarios (ordenador, conexión a internet, etc.) en sus respectivas casas.

Actividad S15_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 15
- **Código actividad:** S15_A1
- **Nombre:** Prueba escrita Trigonometría
- **Descripción:** Prueba escrita para evaluar los contenidos de la Unidad de Trigonometría (ver Apéndice V).
- **Aspectos de aprendizaje:** O2, O3, O4, O5, O6, O8, O9, O10, O11, O12, O13, O14, O15
- **Desarrollo:** La prueba escrita cuenta con un total de 5 ejercicios: un primer ejercicio de resolución de triángulos por estrategia de altura, otro de resolución de triángulos aplicando teorema del seno y del coseno, otro de demostrar una identidad trigonométrica, 2 ecuaciones trigonométricas a resolver y un último de asociar la expresión analítica de una función trigonométrica con su representación gráfica, así como averiguar su período.
- **Entregable:** Prueba escrita
- **Recursos:** Calculadora, papel y boli
- **Competencias específicas:** CE1, CE2, CE3, CE5, CE6, CE8
- **Saberes básicos:** SB1, SB2, SB3, SB4, SB5, SB6, SB7, SB8, SB9, SB10
- **Evaluación:** Heteroevaluación final calificadora. El medio es una prueba escrita y el instrumento de evaluación es una rúbrica definida para cada actividad de la prueba escrita.
 - **Criterios de evaluación:** EV1, EV2, EV3, EV4, EV6, EV7, EV9, EV12, EV17, EV18, EV19, EV21, EV22, EV26, EV27, EV28
- **Elementos transversales:** CL, EOE

- **Atención a la diversidad:** En las sesiones anteriores a la prueba escrita se les facilitará a los alumnos un formulario con todas aquellas expresiones que deben recordar de cara a la realización de la prueba escrita, de manera que puedan focalizar sus esfuerzos memorísticos. Además, el docente queda a la disposición de los alumnos durante la semana anterior a la realización de la prueba para la concreción de tutorías individuales o colectivas con el objetivo de que puedan resolver dudas que les surjan estudiando. Así mismo, en la propia hoja de la prueba escrita los alumnos dispondrán de las expresiones referidas a ángulo doble y ángulo medio, puesto que se considera que son expresiones fácilmente deducibles a partir de las expresiones de suma y resta de dos ángulos, por lo que no es necesaria su memorización.

Actividad S17_A1

- **Asignatura:** Matemáticas I
- **Sesión:** 15
- **Código actividad:** S17_A1
- **Nombre:** Divulgación y presentación de la aplicación móvil “Pólvora triangulada y Fallas ondeantes”
- **Descripción:** Prueba oral con el objetivo de divulgar el resultado final de la Situación de Aprendizaje y presentar a compañeros de cursos superiores e inferiores la aplicación móvil elaborada.
- **Aspectos de aprendizaje:** O5, O11, O13, O14, O15
- **Desarrollo:** En primer lugar, se dará paso a los alumnos a que realicen una defensa de su producto, incluyendo una demo del funcionamiento, durante los primeros 15 minutos de la sesión. Todos los alumnos del grupo deben participar en la presentación y exponer sus ideas, previamente distribuidas y preparadas. Posteriormente, se dará la oportunidad a los oyentes a que sean usuarios de la aplicación en sus propios dispositivos. Finalmente, se

abrirá ronda de preguntas mediante un networking en el que podrán interactuar usuarios con creadores para resolver sus dudas.

- **Entregable:** Material de apoyo utilizado para realizar la presentación
- **Recursos:** Proyector
- **Competencias específicas:** CE6, CE7, CE8
- **Saberes básicos:** SB1, SB4, SB6, SB7, SB10
- **Evaluación:** Se utilizará como instrumento de evaluación la rúbrica propuesta en el Proyecto Pedagógico para evaluar pruebas orales (Tabla 10).
 - **Criterios de evaluación:** EV20, EV21, EV22, EV23, EV24, EV25, EV26, EV27, EV28
- **Elementos transversales:** EOE, CAT, EEV, CEC
- **Atención a la diversidad:** Tanto el material como la defensa son realizados de manera cooperativa.

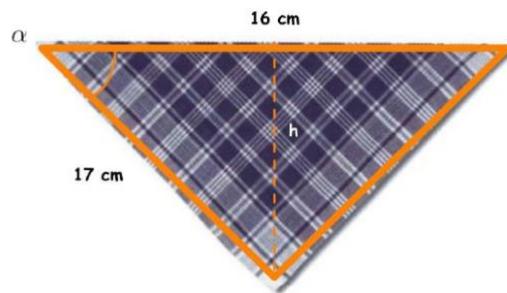
Apéndice Q. Quizz. Pólvora y Triángulos: Trigonometría en Fallas

1.

Arriba març i amb ell les primeres mascletaes.

Per anar-hi, no pot faltar-te el mocador faller al pit nugat al coll, el qual forma el següent triangle isòscel:

Quina es l'àrea d'aquest triangle? I l'angle α que forma la barbata amb el costat del mocador?



2.

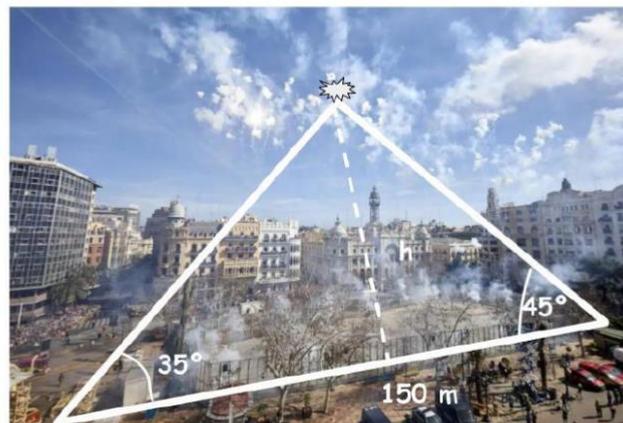
Arribes a la plaça de l'ajuntament de València i comença la mascletà.

Entre soroll, trons i pólvora, se t'occorreix pensar a què altura haurà explotat el tro que acaba de sonar.

Des de la teua posició, has vist el tro amb un angle de 35° .

En canvi, una amiga que es troba a 150 metres de distància de tu, a l'altra banda de la plaça, t'envia un WhatsApp per dir-te que ella l'ha vist amb un angle de 45° .

A què altura haurà explotat aquest tro?



3.

Després de la mascletà, la teua amiga i tu decidiu anar a visitar les falles guanyadores.

Es pareu a veure una que vos crida l'atenció pels seus colors vius... i per l'altura!

Des de la teua perspectiva, el punt més alt de la falla el veus amb un angle de 35° .

La teua amiga, que és molt fallera i ha avançat 2 metres respecte a tu per veure els detalls, veu el punt més al amb un angle de 55° .

Quina és l'altura de la Falla?



4.

Les Falles estan arribant a la fi, però la "nit del foc" es de les teues preferides.

Aneu a Alameda per veure els focs artificials. Un dels triangles que formen les llums és un triangle isòscel amb el costat desigual de 2 metres i el angle repetit 55° .

Què mesura l'altre angle? Quant mesura el costat igual?



Apéndice R. TrigonomeTrivial

Figura 10

Tarjeta de juego de categoría Azul

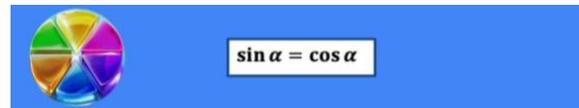


Figura 11.

Tarjeta de juego de categoría Morado

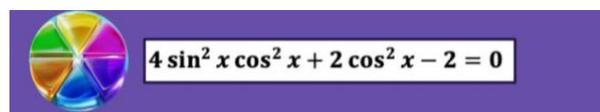


Figura 12.

Tarjeta de juego de categoría Amarillo

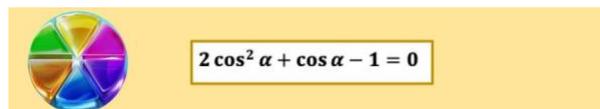


Figura 13

Tarjeta de juego de categoría Rosa

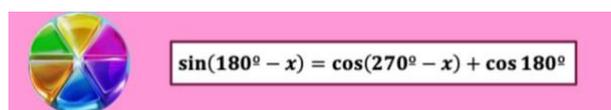


Figura 14

Tarjeta de juego de categoría Verde

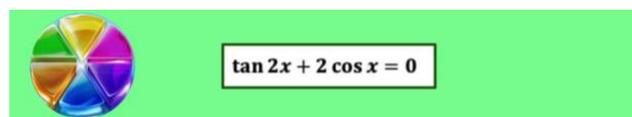
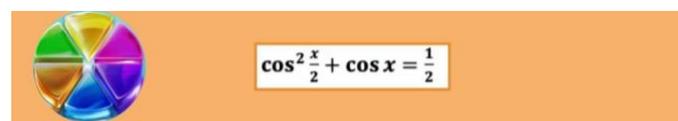


Figura 15

Tarjeta de juego de categoría Naranja

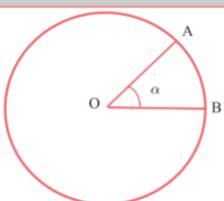
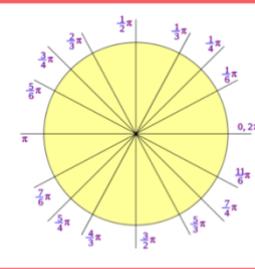


Apéndice S. Material de estudio Resolución de Triángulos

RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

EL RADIAN: UNITAT DE MESURA D'ANGLES

Definició: α és un **radian** perquè la longitud de l'arc AB és igual a la del radi:
Longitud de $AB =$ Longitud de OA

EL RADIAN: UNITAT DE MESURA D'ANGLES

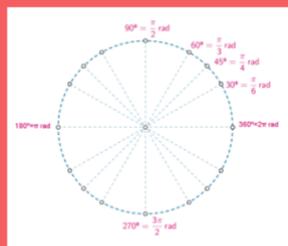
Graus → Radians

α graus = $\frac{2\pi}{360} \cdot \alpha$ radians

Radians → Graus

n radians = $\frac{360}{2\pi} \cdot n$ graus

2π radians = 360°



EXERCICIS

Ex. 12: Passa a radians els angles següents. Expressa el resultat en funció de π en forma decimal

- 30°
- 72°
- 90°
- 127°
- 200°
- 300°

Ex. 13: Passa a graus els angles següents:

- 2 rad
- $\frac{5\pi}{6}$ rad
- $0,83$ rad
- $3,5$ rad
- $\frac{\pi}{5}$ rad
- π rad

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 12 * 2π rad = 360°

$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad $\rightarrow 30^\circ \cdot \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ}\right) = \frac{\pi}{6}$ rad

$72^\circ = \frac{2\pi}{5}$ rad

$90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad

$127^\circ = \frac{127\pi}{180}$ rad

$200^\circ = \frac{10\pi}{9}$ rad

$300^\circ = \frac{5\pi}{3}$ rad

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 13 * 2π rad = 360°

2 rad = $114,6^\circ \rightarrow 2$ rad $\left(\frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}}\right) = 114,6^\circ$

$\frac{5\pi}{6}$ rad = 150°

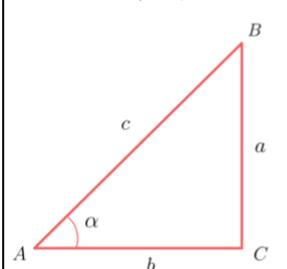
$0,83$ rad = $47,56^\circ$

$3,5$ rad = $200,54^\circ$

$\frac{\pi}{5}$ rad = 36°

π rad = 180°

RAONS TRIGONOMÈTRICQUES D'UN ANGLE AGUT (0°-90°)



sinus

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

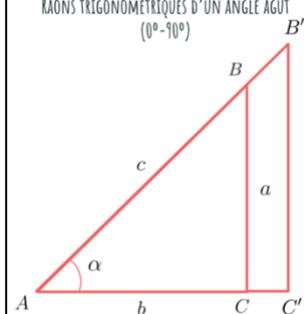
cosinus

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

tangent

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

RAONS TRIGONOMÈTRICQUES D'UN ANGLE AGUT (0°-90°)



sinus

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c} = \frac{BC'}{AB'} = \frac{a'}{c'}$$

cosinus

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} = \frac{AC'}{AB'} = \frac{b'}{c'}$$

tangent

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b} = \frac{BC'}{AC'} = \frac{a'}{b'}$$

EXERCICIS

Ex. 1: Tenim un arbre que volem saber la seua altura. Per fer-ho, ens allunyem del seu peu fins a que veiem el final de la copa amb un angle de 45°. Si la distància que es trobem és de 14,23 metres. Pots dir quin és la seua altura, si l'alçada dels nostres ulls és de 1,68 metres?

Ex. 2: Si pugem a una muntanya amb un desnivell de 800 metres per una carretera de 10 quilòmetres. Quin és l'angle mig que té la carretera?

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 1

$\tan 45^\circ = \frac{h}{14.23} \rightarrow h = \tan(45^\circ) \cdot 14.23 = 1 \cdot 14.23 = 14.23 \text{ m}$

Alçada arbre: $h.A = h + 1.68 = 14.23 + 1.68 = 15.91 \text{ m}$

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 2

$\sin \alpha = \frac{800 \text{ m}}{10.000 \text{ m}} \rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{800}{10.000}\right)$

$\alpha = 4.59^\circ$

RELACIONS FONAMENTALS ENTRE RAONS TRIGONOMÈTRIQÜES

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

EXERCICIS

Ex. 3: Sabent que el cosinus d'un angle val 0,8, calcula les altres raons fent servir les relacions que hi ha entre les raons trigonòmiques. Pots dir de quin angle es tracta?

Ex. 4: Sabent que la tangent d'un angle val 0,75, calcula les altres raons fent servir les relacions que hi ha entre les raons trigonòmiques. Pots dir de quin angle es tracta?

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 3

$\cos \alpha = 0.8$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

$\sin^2 \alpha = 1 - 0.8^2 \rightarrow \sin^2 \alpha = 0.36 \rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{0.36} \rightarrow \sin \alpha = \pm 0.6$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75$

$\alpha = \arcsin(0.6) = 36.87^\circ$

$\tan \alpha = 0.75 \rightarrow \alpha = \arctan(0.75) = 36.87^\circ$

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 4

$\tan \alpha = 0.75$

$\sin \alpha = 0.6$
 $\cos \alpha = 0.8$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow 0.6^2 + 0.8^2 = 1$

$\alpha = \arcsin(0.6) = 36.87^\circ$

$\alpha = \arctan(0.75) = 36.87^\circ$

FERRAMENTA PER PRACTICAR RAONS TRIGONOMÈTRIQÜES I RELACIONS FONAMENTALS D'ANGLES AGÜTS

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

<https://www.ecocebra.org/m/SBATSUw>

RESOLUCIÓ DE TRIANGLES RECTANGLES

Cas 1

Resoldre un triangle és:
 □ Trobar un o més elements (costats i angles) desconeguts
 □ A partir dels elements coneguts

Cas 2

Resoldre un triangle és:
 □ Trobar un o més elements (costats i angles) desconeguts
 □ A partir dels elements coneguts

Elements coneguts

- 2 costats
- 2 angles
- 1 costat i 1 angle

Elements desconeguts

- 1 costat → Teorema de Pitàgores ($c^2 = a^2 + b^2$)
- 2 angles → Raó trigonomètrica que el relaciona amb els costats coneguts
- 2 costats → Raó trigonomètrica que el relaciona amb el costat i l'angle coneguts
- 1 angle → Angle complementari $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$

APLICACIONS DE LA RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

Projecció d'un segment

$A'B' = AB \cos \alpha$

Ex. 5: Trobar la projecció de MN sobre MP en el triangle següent.

APLICACIONS DE LA RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

Altura d'un triangle

$h = a \sin \alpha$

Àrea d'un triangle

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot a \cdot \sin \alpha}{2}$

Ex. 6: Troba l'altura i l'àrea del triangle següent:

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 5

$M'N' = MN \cdot \cos 52^\circ$
 $M'N' = 20 \cdot \cos 52^\circ = 11,7 \text{ cm}$

Ex. 6

$\sin 52^\circ = \frac{h}{20 \text{ cm}} \rightarrow h = \sin 52^\circ \cdot 20 \text{ cm}$
 $\rightarrow h = 15,76 \text{ cm}$

$\bullet \text{ Àrea} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{MP \cdot h}{2} = \frac{32 \text{ cm} \cdot 15,76 \text{ cm}}{2} = 252,16 \text{ cm}^2$

EXERCICIS

Ex. 7: Calcula l'àrea i perímetre d'un triangle isòscele que el seu costat desigual mesura 5 cm i l'angle repetit val 24°.

Ex. 8: Calcula l'àrea del següent triangle:

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 7

$\tan 24^\circ = \frac{h}{2,5}$
 $\rightarrow h = 2,5 \cdot \tan 24^\circ$
 $\rightarrow h = 1,113 \text{ cm}$

$\bullet \text{ Àrea: } A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 1,113}{2} = 2,7825 \text{ cm}^2$

$\bullet \text{ Perímetre: } P = 5 + 2 \cdot x = 5 + 2 \cdot 2,71 = 10,42 \text{ cm}$
 $\uparrow \cos(24^\circ) = \frac{2,5}{x} \rightarrow x = \frac{2,5}{\cos(24^\circ)} = 2,71 \text{ cm}$

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 8

$A = \frac{b \cdot h}{2} ???$

$b = x + y$

$\sin 60^\circ = \frac{h}{12} \rightarrow h = 12 \sin 60^\circ = 10,39 \text{ cm}$

$\cos 60^\circ = \frac{y}{12} \rightarrow y = 12 \cos 60^\circ = 6 \text{ cm}$

EXERCICIS SOLUCIONS

$\tan 45^\circ = \frac{10,39}{x}$
 $\rightarrow x = \frac{10,39 \text{ cm}}{\tan 45^\circ}$
 $\rightarrow x = 10,39 \text{ cm}$

$\left\{ \begin{array}{l} x = 10,39 \text{ cm} \\ y = 6 \text{ cm} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = x + y = 10,39 + 6 = 16,39 \text{ cm} \\ A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{16,39 \cdot 10,39}{2} = 85,15 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$

EXERCICIS

Ex. 9: Volem saber l'altura a que es troba la part de dalt d'un edifici. Per fer-ho agafem dos punts a cada banda de l'església separats $d = 80$ metres, si l'angle α mesura 56° i l'angle β mesura 38° . Quina és aquesta altura?

EXERCICIS DEL LLIBRE PROPOSATS: pág. 97 exs. 1, 2, 3
pág. 99 exs. 1, 2, 3, 4

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 9

$\tan 56^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h = \tan(56^\circ) \cdot x$
 $\tan 38^\circ = \frac{h}{80-x}$
 $\tan 38^\circ = \frac{\tan(56^\circ) \cdot x}{80-x}$
 $\rightarrow \tan 38^\circ \cdot (80-x) = \tan 56^\circ \cdot x$
 $\rightarrow 22.5 - 0.78 \cdot x = 1.49 \cdot x$
 $\rightarrow 22.5 = 2.27 \cdot x$
 $\rightarrow x = 2.3'65 \text{ m}$
 $\rightarrow h = 40'99 \text{ m}$

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES QUALESEVOL ($0^\circ - 360^\circ$)

Circumferència goniomètrica

- Radi=1
- Centre = (0,0)

1r quadrant	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$
2n quadrant	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$
3r quadrant	$180^\circ < \alpha < 270^\circ$
4t quadrant	$270^\circ < \alpha < 360^\circ$

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES QUALESEVOL ($0^\circ - 360^\circ$)

$\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{1} = x$
 $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{1} = y$

$x \rightarrow$ cosinus $\left\{ \begin{array}{l} \text{dreta} + \\ \text{esquerra} - \end{array} \right.$
 $y \rightarrow$ sinus $\left\{ \begin{array}{l} \text{amunt} + \\ \text{avall} - \end{array} \right.$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES QUALESEVOL ($0^\circ - 360^\circ$)

sinus

cosinus

tangent

RELACIONS AMB LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DEL 1r QUADRANT

Angles suplementaris $180^\circ - \alpha$

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
 $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$

Angles que difereixen 180° $\alpha + 180^\circ$

$\sin(\alpha + 180^\circ) = -\sin \alpha$
 $\cos(\alpha + 180^\circ) = -\cos \alpha$
 $\tan(\alpha + 180^\circ) = \tan \alpha$

Angles oposats

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
 $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

ANGLES FORA DE L'INTERVAL 0° A 360°

Angles majors que 360°

$\alpha = \alpha + 360^\circ \cdot n \quad n \in \mathbb{Z}$

$1215^\circ = 360^\circ \cdot 3 + 135^\circ$
 $630^\circ = 360^\circ + 270^\circ$
 $405^\circ = 360^\circ + 45^\circ$

EXERCICIS

Ex. 10: Indica les raons trigonòmiques de -40° , 385° , -185° , 934° , fent servir l'angle equivalent del primer quadrant

Ex. 11: Calcula les raons trigonòmiques de 55° , 125° , 145° , 215° , 235° , 305° i 325° a partir de les raons trigonòmiques de 35° :
 $\sin 35^\circ = 0,57$, $\cos 35^\circ = 0,82$, $\text{tg } 35^\circ = 0,70$

EXERCICIS DEL LLIBRE PROPOSATS: pág. 91 exs. 2, 3, 4
pág. 92 exs. 1, 2
pág. 95 exs. 1, 2, 3

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 10

$-40^\circ \rightarrow \sin(-40^\circ) = -\sin(40^\circ)$
 $\cos(-40^\circ) = \cos(40^\circ)$
 $\tan(-40^\circ) = -\tan(40^\circ)$

$385^\circ > 360^\circ \rightarrow 385^\circ - 360^\circ = 25^\circ$
 $\rightarrow \sin(385^\circ) = \sin(25^\circ)$
 $\cos(385^\circ) = \cos(25^\circ)$
 $\tan(385^\circ) = \tan(25^\circ)$

$-185^\circ = 175^\circ$
 $360^\circ - 185^\circ = 175^\circ$
 $\sin(175^\circ) = \sin(185^\circ) = \sin(5^\circ)$
 $\cos(175^\circ) = \cos(185^\circ) = -\cos(5^\circ)$
 $\tan(175^\circ) = \tan(185^\circ) = -\tan(5^\circ)$

EXERCICIS SOLUCIONS

934° $934^\circ > 360^\circ \rightarrow 934^\circ \left[\frac{360^\circ}{214^\circ} \right] \rightarrow 934^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 214^\circ$

$\sin(934^\circ) = \sin(214^\circ) = -\sin(34^\circ)$
 $\cos(934^\circ) = \cos(214^\circ) = -\cos(34^\circ)$
 $\tan(934^\circ) = \tan(214^\circ) = \tan(34^\circ)$

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex 11

$\sin(55^\circ) = 0.82$
 $\cos(55^\circ) = 0.57$
 $\tan(55^\circ) = 1.43$

$\sin(112^\circ) = \sin(55^\circ)$
 $\cos(112^\circ) = -\cos(55^\circ)$
 $\tan(112^\circ) = -\tan(55^\circ)$

$\sin(147^\circ) = \sin(33^\circ)$
 $\cos(147^\circ) = -\cos(33^\circ)$
 $\tan(147^\circ) = -\tan(33^\circ)$

$\sin(215^\circ) = -\sin(35^\circ)$
 $\cos(215^\circ) = -\cos(35^\circ)$
 $\tan(215^\circ) = \tan(35^\circ)$

$\sin(235^\circ) = -\sin(55^\circ)$
 $\cos(235^\circ) = -\cos(55^\circ)$
 $\tan(235^\circ) = \tan(55^\circ)$

$\sin(306^\circ) = \sin(-54^\circ) = -\sin(54^\circ)$
 $\cos(306^\circ) = \cos(-54^\circ) = \cos(54^\circ)$
 $\tan(306^\circ) = \tan(-54^\circ) = -\tan(54^\circ)$

TEOREMES PER A LA RESOLUCIÓ DE TRIÀNGLES

Teorema del sinus

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Ex. 14: Resol un triangle sabent que $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$ i $a = 10$ m.

EXERCICIS DEL LLIBRE PROPOSATS:
pàg. 101 exs. 5, 6

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex 14

$A = 75^\circ$ $B = 45^\circ$ $a = 10$ m
 $C = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$
 $A + b \sin C = a \sin B$
 $T. \text{ sinus} \rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a \cdot \frac{1}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \rightarrow \frac{10}{\sin 75^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} \rightarrow b = \frac{10 \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ}$
 $\rightarrow b = 7.782$ m

$c \cdot \frac{1}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \rightarrow \frac{c}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sin 75^\circ} \rightarrow c = \frac{10 \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ}$
 $\rightarrow c = 8.97$ m

TEOREMES PER A LA RESOLUCIÓ DE TRIÀNGLES

Teorema del cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

Ex. 15: Resol un triangle sabent que els seus tres costats mesuren $a = 12$ cm, $b = 6$ cm i $c = 8$ cm.

EXERCICIS DEL LLIBRE PROPOSATS:
pàg. 103 exs. 8, 9

EXERCICIS SOLUCIONS

Ex. 15 $a = 12$ cm $b = 6$ cm $c = 8$ cm

T. cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$12^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \hat{A}$
 $\rightarrow 144 = 100 - 96 \cos \hat{A}$
 $\rightarrow 44 = -96 \cos \hat{A}$
 $\rightarrow \cos \hat{A} = -0.4583$
 $\rightarrow \hat{A} = 117.258^\circ$

$6^2 = 12^2 + 8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cos \hat{B}$
 $\rightarrow 36 = 144 + 64 - 192 \cos \hat{B}$
 $\rightarrow -172 = -192 \cos \hat{B}$
 $\rightarrow \cos \hat{B} = 0.8958$
 $\rightarrow \hat{B} = 26.39^\circ$

Apéndice T. Material de estudio Ecuaciones y Funciones Trigonométricas

EQUACIONS I FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES SIMPLES

$$\cos x = a \rightarrow x = \arccos a + 2k\pi \quad k \in \mathbf{Z} \\ (360^\circ k)$$

$$\sin x = a \rightarrow x = \arcsin a + 2k\pi \quad k \in \mathbf{Z} \\ (360^\circ k)$$

$$\tan x = a \rightarrow x = \arctan a + k\pi \quad k \in \mathbf{Z} \\ (180^\circ k)$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES SIMPLES

EXEMPLES

$$\begin{array}{lll} \sin x = 0 & \sin x = 1 & \sin x = -1 \\ \cos x = 0 & \cos x = 1 & \cos x = -1 \\ \tan x = 0 & \tan x = 1 & \tan x = -1 \end{array}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES SIMPLES

EXERCICIS

$$\begin{array}{lll} \sin x = \frac{1}{2} & \sin x = -\frac{1}{2} & \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} & \cos x = -\frac{1}{2} & \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \tan x = \frac{1}{2} & \tan x = -\frac{1}{2} & \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ & & \tan x = \sqrt{3} \end{array}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES SIMPLES

EXERCICIS

$$\begin{array}{ll} \sin \alpha = \tan \alpha & \frac{\operatorname{cosec} x}{\cotan x + \tan x} = 0 \\ \sin \alpha = \cos \alpha & \\ \cos(2x + 30^\circ) = \pm \frac{1}{2} & \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = 2 \\ \sin x + \cos x = 1 & \sin x + \cos x = 0 \end{array}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES QUADRÀTIQUES

EXEMPLE

$$2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$$

$$a \cos^2 x + b \cos x + c = 0 \rightarrow t = \cos x \begin{array}{l} \star \leftarrow \cos x = t_1 \\ \star \leftarrow \cos x = t_2 \end{array}$$

$$\star t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \begin{array}{l} \leftarrow t_1 \\ \leftarrow t_2 \end{array}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES QUADRÀTIQUES

EXEMPLE

$$2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \begin{array}{l} \leftarrow x = 0 \\ \leftarrow ax + b = 0 \end{array}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES QUADRÀTIQUES

EXEMPLE

$$2\sin^2 x = 1$$

$$ax^2 + c = 0 \rightarrow ax^2 = -c \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES QUADRÀTIQUES

EXEMPLE

$$2\cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0$$

$$4\sin^2 x \cos^2 x + 2\cos^2 x - 2 = 0$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES QUADRÀTIQUES

EXERCICIS

$3 \tan^2 x - 1 = 0$	$1 - 4 \cos^2 x = 0$
$\sin^2 \alpha = 1$	$3 \tan x + 4 = 0$
$2 \sin^2 \alpha - 1 = 0$	$\sin x (\sin x - 1) = 0$
$\tan^2 \alpha - \tan \alpha = 0$	$\sin^2 x - \sin x = 0$
$2 \sin^2 \alpha + 3 \cos \alpha = 3$	$2 \cos^2 x + \sin x = 1$
$2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - 6 \sin^3 \alpha = 0$	$\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$
$\sin^3 x - \sin x \cos^2 x = 0$	

RESOLUCIÓ D' EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPLETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE LA SUMA DE DOS ANGLES

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

EXEMPLE

$$\cos(x + 60^\circ) - \cos(x + 120^\circ) = 1$$

RESOLUCIÓ D' EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPLETATS **RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE LA SUMA DE DOS ANGLES**

EXERCICIS

$$\sin(\alpha + 30^\circ) = 2 \cos \alpha$$

$$\sin 30^\circ \sin(30^\circ + \beta) + \cos 30^\circ \cos(30^\circ + \beta) = 0$$

RESOLUCIÓ D' EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPLETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE LA DIFERÈNCIA DE DOS ANGLES

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

EXEMPLE

$$\sin(180^\circ - x) = \cos(270^\circ - x) + \cos 180^\circ$$

RESOLUCIÓ D' EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPLETATS **RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE LA DIFERÈNCIA DE DOS ANGLES**

EXERCICIS

$$\sin(45^\circ - x) + \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$$

RESOLUCIÓ D' EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPLETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE L' ANGLE DOBLE

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

EXEMPLE

$$\sin 2\alpha - \tan \alpha \cos 2\alpha = 0$$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPIETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE L'ANGLE DOBLE

EXERCICIS

$$\cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$$

$$\tan 2x + 2 \cos x = 0$$

$$\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} \cos 2\alpha = 0$$

$$\sin 2x - 2 \cos^2 x = 0$$

$$\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sqrt{2} \sin x = 0$$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPIETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE L'ANGLE MEIAT

EXEMPLE

$$2 \sin^2 \frac{x}{2} + \cos 2x = 0$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES MITJANÇANT IDENTITATS I PROPIETATS

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE L'ANGLE MEIAT

EXERCICIS

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) - \cos x = 1$$

$$\tan^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$$

$$2 \tan \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha = 0$$

$$\frac{1 + \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 1$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} + \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\tan^2 \frac{x}{2} + 1 = \cos x$$

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES O FUNCIONS CIRCULARS

FUNCIÓ SINUS $\rightarrow f(x) = \sin(x)$

FUNCIÓ COSINUS $\rightarrow f(x) = \cos(x)$

FUNCIÓ TANGENT $\rightarrow f(x) = \tan(x)$

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES FUNCIÓ SINUS $f(x) = \sin(x)$

TAULA DE VALORS

x (graus °)	x (radi)	f(x) = sin(x)
0	0	0
30	$\pi/6$	1/2
45	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
60	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
90	$\pi/2$	1
120	$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
135	$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
150	$5\pi/6$	1/2
180	π	0
210	$7\pi/6$	-1/2
225	$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
240	$4\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$
270	$3\pi/2$	-1
300	$5\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$
315	$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
330	$11\pi/6$	-1/2
360	2π	0

REPRESENTACIÓ GRÀFICA $x \in [0, 2\pi]$

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES FUNCIÓ COSINUS $f(x) = \cos(x)$

TAULA DE VALORS

x (graus °)	x (radi)	f(x) = cos(x)
0	0	1
30	$\pi/6$	$\sqrt{3}/2$
45	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
60	$\pi/3$	1/2
90	$\pi/2$	0
120	$2\pi/3$	-1/2
135	$3\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
150	$5\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$
180	π	-1
210	$7\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$
225	$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
240	$4\pi/3$	-1/2
270	$3\pi/2$	0
300	$5\pi/3$	1/2
315	$7\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
330	$11\pi/6$	$\sqrt{3}/2$
360	2π	1

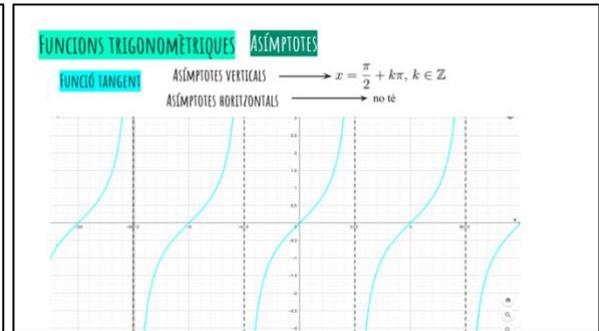
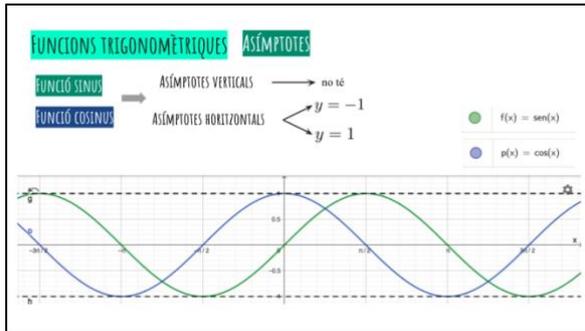
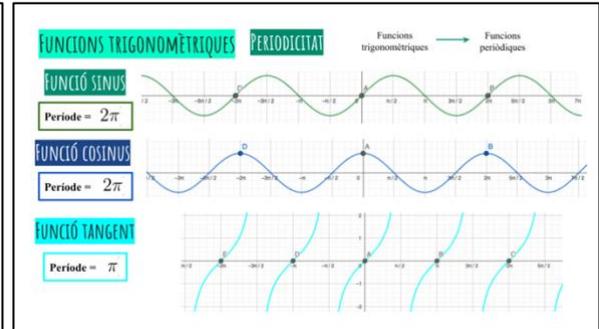
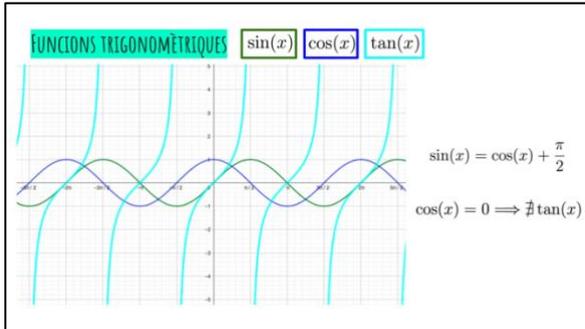
REPRESENTACIÓ GRÀFICA $x \in [0, 2\pi]$

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES FUNCIÓ TANGENT $f(x) = \tan(x)$

TAULA DE VALORS

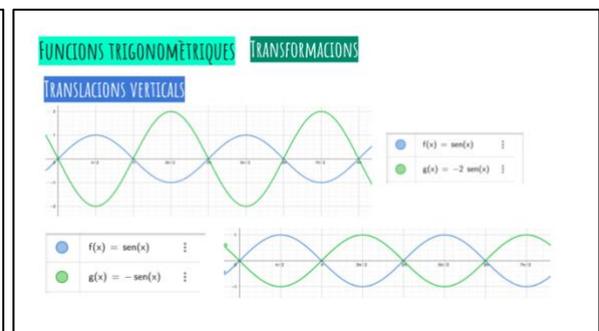
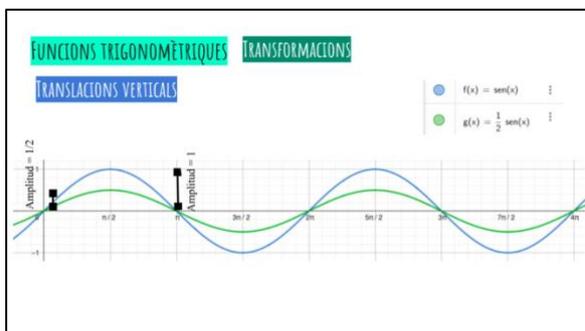
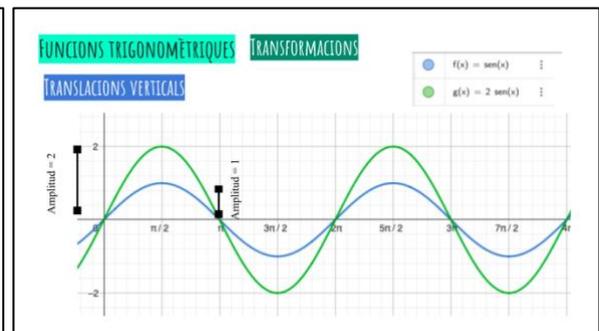
x (graus °)	x (radi)	f(x) = tan(x)
0	0	0
30	$\pi/6$	$\sqrt{3}/3$
45	$\pi/4$	1
60	$\pi/3$	$\sqrt{3}$
90	$\pi/2$	∞
120	$2\pi/3$	$-\sqrt{3}$
135	$3\pi/4$	-1
150	$5\pi/6$	$-\sqrt{3}/3$
180	π	0
210	$7\pi/6$	$\sqrt{3}/3$
225	$5\pi/4$	1
240	$4\pi/3$	$\sqrt{3}$
270	$3\pi/2$	∞
300	$5\pi/3$	$-\sqrt{3}$
315	$7\pi/4$	-1
330	$11\pi/6$	$-\sqrt{3}/3$
360	2π	0

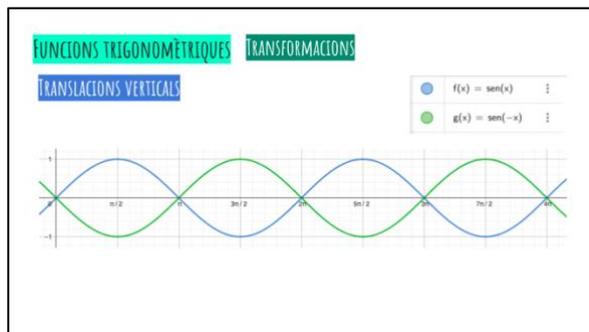
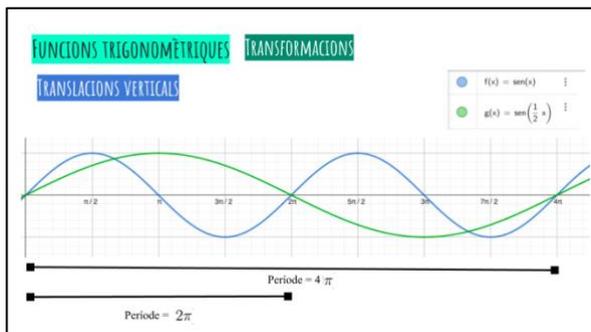
REPRESENTACIÓ GRÀFICA $x \in [0, 2\pi]$



FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES ESTUDI DE LES FUNCIONS RESUM

	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$
Domini	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$\mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$
Recorregut	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	\mathbb{R}
Asímtota vertical	no té	no té	$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Asímtota horitzontal	$y = -1 \quad y = 1$	$y = -1 \quad y = 1$	no té
Punts de tall (eix X)	$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Mínims	$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	no té
Màxims	$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	no té
Període	2π	2π	π



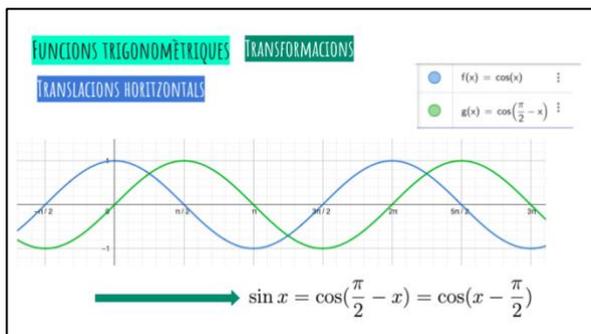
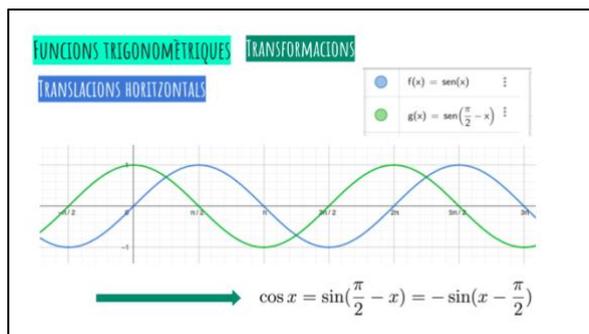


FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES TRANSFORMACIONS

TRANSLOCACIONS VERTICALS

$y = a \sin bx$ $y = a \cos bx$ $a, b \neq 0$

Amplitud $\rightarrow |a|$ Periode $\rightarrow \frac{2\pi}{|b|}$



FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES EXERCICI

Fes una taula de valors com les anteriors per a cadascuna de les funcions següents i representa-les gràficament en l'interval $[0, 2\pi]$

$y = -\sin x$	$y = 1 + \sin x$
$y = -\cos x$	$y = 1 + \cos x$

*Comprova amb Geogebra els resultats gràfics <https://www.geogebra.org/m/grafiging2tan-ns>

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES EXERCICI Associa a cada funció el seu gràfic:

a) $y = 2 \sin x$
 b) $y = \cos 2x$
 c) $y = 2 \cos x$
 d) $y = \sin 2x$

*Comprova amb Geogebra els resultats gràfics <https://www.geogebra.org/m/grafiging2tan-ns>

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES EXERCICI

Associa a aquest gràfic una de les expressions següents i digues quin n'és el període:

a) $y = \frac{\sin x}{2}$
 b) $y = \sin 2x$
 c) $y = \sin \frac{x}{2}$

*Comprova amb Geogebra els resultats gràfics <https://www.geogebra.org/m/grafiging2tan-ns>

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES EXERCICI

Quina relació hi ha entre els gràfics de $\sin(x)$ i $\cos(x)$ i la de cada una de les funcions següents?:

$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$	$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
$y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

*Comprova amb Geogebra els resultats gràfics <https://www.geogebra.org/m/grafiging2tan-ns>

FUNCIONS TRIGONOMÈTRIQUES EXERCICI

En quins punts de l'interval $[0, 4\pi]$ talla l'eix X cada una de les funcions següents:

$y = \cos(x + \pi)$	$y = \cos \frac{x}{2}$
$y = \sin(x - \pi)$	

*Comprova amb Geogebra els resultats gràfics <https://www.geogebra.org/m/grafiging2tan-ns>

Apéndice U. Soluciones ecuaciones trigonométricas

SOLUCIONES ECUACIONES SIMPLES

1. $\sin \alpha = \cos \alpha$
 Solución:
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ rad con } k \in \mathbb{Z}$

2. $\sin \alpha = \tan \alpha$
 Solución:
 En ese caso debe ocurrir que:
 O bien $\sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = k\pi \text{ rad}$
 O bien $\cos \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 2k\pi \text{ rad}$ $\rightarrow \alpha = k\pi \text{ rad con } k \in \mathbb{Z}$

3. $\sin x + \cos x = 1$
 Solución:
 Elevamos al cuadrado:
 $\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = 0 \rightarrow \sin x \cos x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \sin x = 0 \text{ o } \cos x = 0 \rightarrow x = 0^\circ + k180^\circ \text{ o } x = 90^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

4. $\cos(2x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$
 Solución:

$$\cos(2x + 30^\circ) = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2x + 30^\circ - 60^\circ \rightarrow x = 15^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 2x + 30^\circ - 300^\circ \rightarrow x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 2x + 30^\circ - 60^\circ + 360^\circ \rightarrow x = 195^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 2x + 30^\circ - 300^\circ + 360^\circ \rightarrow x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases}$$

5. $\frac{\operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x + \tan x} = 0$
 Solución:

$$\frac{\operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x + \tan x} = \frac{\frac{1}{\sin x}}{\frac{1}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{\frac{\cos x}{\sin x \cos x}}{\frac{\cos x + \sin^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{\cos x}{\cos x + \sin^2 x} = \frac{\cos x}{\cos x (1 + \sin^2 x)} = \frac{1}{1 + \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x + \sin^2 x + \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x + 2\sin^2 x}$$

6. $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = 2$
 Solución:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha) + \sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \frac{2 \sin \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

7. $\sin x + \cos x = 0$
 Solución:
 Dividimos toda la ecuación entre $\cos x$:
 $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x} = 0 \rightarrow \operatorname{tg} x + 1 = 0 \rightarrow \operatorname{tg} x = -1 \rightarrow x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k$

SOLUCIÓN ECUACIONES SEGUN GRAU

1. $\sin^2 \alpha = 1$
 Solución:
 Si $\sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ rad}$
 Si $\sin \alpha = -1 \rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \text{ rad}$ $\rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ rad con } k \in \mathbb{Z}$

2. $2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$
 Solución:
 $\cos \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} < \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_1 = 60^\circ, \alpha_2 = 300^\circ$
 $-1 \rightarrow \alpha_3 = 180^\circ$

3. $2 \sin^2 \alpha - 1 = 0$
 Solución:
 $2 \sin^2 \alpha - 1 = 0 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
 • Si $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 135^\circ$
 • Si $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \alpha_3 = -45^\circ = 315^\circ, \alpha_4 = 225^\circ$

4. $\tan^2 \alpha - \tan \alpha = 0$
 Solución:
 $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 0 \rightarrow \operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha - 1) = 0 < \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 180^\circ \\ \operatorname{tg} \alpha = 1 \rightarrow \alpha_3 = 45^\circ, \alpha_4 = 225^\circ \end{cases}$

5. $2 \sin^2 \alpha + 3 \cos \alpha = 3$
 Solución:
 $2 \sin^2 \alpha + 3 \cos \alpha = 3 \stackrel{(*)}{\rightarrow} 2(1 - \cos^2 \alpha) + 3 \cos \alpha = 3$
 (*) Como $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
 $2 - 2 \cos^2 \alpha + 3 \cos \alpha = 3 \rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha + 1 = 0$
 $\cos \alpha = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} < \frac{1}{2}$
 Entonces:
 • Si $\cos \alpha = 1 \rightarrow \alpha_1 = 0^\circ$
 • Si $\cos \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_2 = 60^\circ, \alpha_3 = -60^\circ = 300^\circ$
 Las tres soluciones son válidas.

6. $2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - 6 \sin^3 \alpha = 0$
 Solución:
 $2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - 6 \sin^3 \alpha = 0 \rightarrow 2 \sin \alpha (\cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 2 \sin \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha) = 0 \rightarrow 2 \sin \alpha (1 - 4 \sin^2 \alpha) = 0$
 • Si $\sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 180^\circ$
 • Si $\sin^2 \alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_3 = 30^\circ, \alpha_4 = 150^\circ, \alpha_5 = 210^\circ, \alpha_6 = 330^\circ$

7. $\sin^3 x - \sin x \cos^2 x = 0$
 Solución:
 Extraemos factor común: $\sin x (\sin^2 x - \cos^2 x) = 0$
 Igualamos a cero cada factor:
 $\sin x = 0 \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 180^\circ + 360^\circ \cdot k$
 $\sin^2 x - \cos^2 x = 0 \rightarrow \sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
 Si $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, entonces $x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k$
 Si $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, entonces $x = 225^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k$

8. $2 \sin^2 x = 1$
 Solución:
 $2 \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
 • Si $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k$
 • Si $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 225^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k$
 Es decir, las soluciones son todos los ángulos del tipo $x = 45^\circ + 90^\circ \cdot k$

9. $3 \tan^2 x - 1 = 0$
 Solución:
 $3 \operatorname{tg}^2 x - 1 = 0 \rightarrow \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{3} \rightarrow \operatorname{tg} x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$
 • Si $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow x = 30^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 210^\circ + 360^\circ \cdot k$
 • Si $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow x = 150^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 330^\circ + 360^\circ \cdot k$

10. $1 - 4 \cos^2 x = 0$
 Solución:
 $1 - 4 \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$
 • Si $\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 60^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 300^\circ + 360^\circ \cdot k$
 • Si $\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = 120^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 240^\circ + 360^\circ \cdot k$

11. $3 \tan x + 4 = 0$
 Solución:
 $3 \operatorname{tg} x + 4 = 0 \rightarrow \operatorname{tg} x = -\frac{4}{3} \rightarrow x = 126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot k; x = 306^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot k$

12. $2 \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0$
Soluci3:
 $2 \cos^2 x - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x + \cos^2 x = 0 \rightarrow 3 \cos^2 x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 90^\circ \\ x_2 = 270^\circ \end{cases}$
 Al comprobarlas en la ecuaci3n inicial, las dos soluciones son v3lidas. Luego:
 $x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
 $x_2 = 270^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
 Lo que podemos expresar como:
 $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

13. $\sin x (\sin x - 1) = 0$
Soluci3:
 $\sin x (\sin x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x_1 = 0^\circ, x_2 = 180^\circ \\ \sin x = 1 \rightarrow x_3 = 90^\circ \end{cases}$
 Comprobando las posibles soluciones, vemos que las tres son v3lidas. Luego:
 $x_1 = k \cdot 360^\circ = 2k\pi$
 $x_2 = 180^\circ + k \cdot 360^\circ = \pi + 2k\pi$
 $x_3 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
 O, de otra forma:
 $x_1 = k\pi = k \cdot 180^\circ$
 $x_2 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$ con $k \in \mathbb{Z}$
 (x_1 as3 incluye las soluciones x_1 y x_2 anteriores)

14. $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$
Soluci3:
 $\cos x (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x_1 = 90^\circ, x_2 = 270^\circ \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x_3 = 30^\circ, x_4 = 330^\circ \end{cases}$
 Las cuatro soluciones son v3lidas. Luego:
 $x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
 $x_2 = 270^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$
 $x_3 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
 $x_4 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
 NOTA: Obs3rvase que las dos primeras soluciones podrian escribirse como una sola de la siguiente forma:
 $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi$

15. $2 \cos^2 x + \sin x = 1$
Soluci3:
 $2(1 - \sin^2 x) + \sin x = 1 \rightarrow 2 - 2 \sin^2 x + \sin x = 1 \rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \sin x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 \rightarrow x_1 = 90^\circ \\ -1/2 \rightarrow x_2 = 210^\circ, x_3 = 330^\circ \end{cases}$
 Las tres soluciones son v3lidas, es decir:
 $x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
 $x_2 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$
 $x_3 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

16. $4 \sin^2 x \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 2 = 0$
Soluci3:
 $4(1 - \cos^2 x) \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 2 = 0 \rightarrow 4 \cos^2 x - 4 \cos^4 x + 2 \cos^2 x - 2 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 4 \cos^4 x - 6 \cos^2 x + 2 = 0 \rightarrow 2 \cos^4 x - 3 \cos^2 x + 1 = 0$
 Sea $\cos^2 x = z \rightarrow \cos^4 x = z^2$
 As3:
 $2z^2 - 3z + 1 = 0 \rightarrow z = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \rightarrow \begin{cases} z_1 = 1 \rightarrow \cos x = \pm 1 \\ z_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$
 Comprobando las posibles soluciones, vemos que todas son v3lidas. Por tanto:
 $x_1 = k \cdot 360^\circ = 2k\pi$
 $x_2 = 180^\circ + k \cdot 360^\circ = \pi + 2k\pi$
 $x_3 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$
 $x_4 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$
 $x_5 = 135^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$
 $x_6 = 225^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$
 O, agrupando las soluciones:
 $x_1 = k \cdot 180^\circ = k\pi$
 $x_2 = 45^\circ + k \cdot 90^\circ = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$ con $k \in \mathbb{Z}$

17. $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$
Soluci3:
 Dividimos toda la ecuaci3n entre $\cos^2 x$:
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} = 0 \rightarrow \tan^2 x + \tan x = 0 \rightarrow \tan x (\tan x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = -1 \end{cases}$
 • Si $\tan x = 0 \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 180^\circ + 360^\circ \cdot k$
 • Si $\tan x = -1 \rightarrow x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k$

EQUACIONES CON SUMA Y RESTA DE DOS 3NGULOS

1. $\sin(\alpha + 30^\circ) = 2 \cos \alpha$
Soluci3:
 $\sin(\alpha + 30^\circ) = 2 \cos \alpha$
 $\sin \alpha \cos 30^\circ + \cos \alpha \sin 30^\circ = 2 \cos \alpha$
 $\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha = 2 \cos \alpha$
 Dividimos los dos miembros entre $\cos \alpha$:
 $\frac{1}{2} \tan \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \rightarrow \tan \alpha + \sqrt{3} = 4 \rightarrow \tan \alpha = 4 - \sqrt{3}$
 Soluciones: $\begin{cases} \alpha_1 = 66^\circ 12' 22'' \\ \alpha_2 = 246^\circ 12' 22'' \end{cases}$

2. $\sin(180^\circ - x) = \cos(270^\circ - x) + \cos 180^\circ$
Soluci3:
 $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos(270^\circ - \alpha) + \cos 180^\circ$
 $\sin 180^\circ \cos \alpha - \cos 180^\circ \sin \alpha = \cos 270^\circ \cos \alpha + \sin 270^\circ \sin \alpha - 1$
 $\sin \alpha = -\sin \alpha - 1 \rightarrow 2 \sin \alpha = -1 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{2} \rightarrow \alpha_1 = 210^\circ, \alpha_2 = 330^\circ$

3. $\sin(45^\circ - x) + \sqrt{2} \sin x = 0$
Soluci3:
 $\sin(45^\circ - \alpha) + \sqrt{2} \sin \alpha = 0$
 $\sin 45^\circ \cos \alpha - \cos 45^\circ \sin \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha = 0$
 $\cos \alpha - \sin \alpha + 2 \sin \alpha = 0 \rightarrow \cos \alpha + \sin \alpha = 0$
 Dividimos entre $\cos \alpha$:
 $1 + \tan \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = -1 \rightarrow \alpha_1 = 135^\circ, \alpha_2 = 315^\circ$

4. $\cos(x + 60^\circ) - \cos(x + 120^\circ) = 1$
Soluci3:
 $\cos(x + 60^\circ) - \cos(x + 120^\circ) = \cos x \cos 60^\circ - \sin x \sin 60^\circ - (\cos x \cos 120^\circ - \sin x \sin 120^\circ) =$
 $= \cos x \cos 60^\circ - \sin x \sin 60^\circ - \cos x \cos 120^\circ + \sin x \sin 120^\circ =$
 $= \cos x \cos 60^\circ - \sin x \sin 60^\circ - \cos x (-\cos 60^\circ) + \sin x \sin 60^\circ =$
 $= 2 \cos x \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos x = \cos x$

5. $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$

Solució:

$$\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \pi/3 \\ x_2 = 5\pi/3 \end{array} \right.$$

Comprobamos y vemos que:

$$x_1 \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos 0 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Son válidas las dos soluciones. Luego:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi = 60^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi = 300^\circ + k \cdot 360^\circ \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

EQUACIONES AMB ANGLE DOBLE

1. $\cos \alpha = \sin 2\alpha$

Solució:

$$\cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0 \rightarrow \cos \alpha (1 - 2 \sin \alpha) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ \\ 1 - 2 \sin \alpha = 0 \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_3 = 30^\circ, \alpha_4 = 150^\circ \end{array} \right.$$

Al comprobarlas sobre la ecuación inicial, vemos que las cuatro soluciones son válidas.

2. $4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$

Solució:

$$4 \cos 2x + 3 \cos x = 1 \rightarrow 4(\cos^2 x - \sin^2 x) + 3 \cos x = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4(\cos^2 x - (1 - \cos^2 x)) + 3 \cos x = 1 \rightarrow 4(2 \cos^2 x - 1) + 3 \cos x = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8 \cos^2 x - 4 + 3 \cos x = 1 \rightarrow 8 \cos^2 x + 3 \cos x - 5 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{16} = \frac{-3 \pm 13}{16} \left\langle \begin{array}{l} 10/16 = 5/8 = 0,625 \\ -1 \end{array} \right.$$

• Si $\cos x = 0,625 \rightarrow \alpha_1 = 51^\circ 19' 4,13''$, $\alpha_2 = -51^\circ 19' 4,13''$

• Si $\cos x = -1 \rightarrow \alpha_3 = 180^\circ$

Al comprobar las soluciones, las tres son válidas.

3. $\tan 2x + 2 \cos x = 0$

Solució:

$$\tan 2x + 2 \cos x = 0 \rightarrow \frac{2 \sin x}{1 - \cos^2 x} + 2 \cos x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2 \sin x}{1 - \cos^2 x} + \cos x = 0 \rightarrow \frac{2 \sin x}{1 - \cos^2 x} + \cos x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \cos x = 0 \rightarrow \sin x \cos x + \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x (1 + \sin x - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow \cos x (\cos x + 1 - \sin^2 x - \sin^2 x) \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x (1 + \sin x - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow \cos x (1 + \sin x - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

• Si $\cos x = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$

• Si $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_3 = 30^\circ, \alpha_4 = 150^\circ$

• Si $\sin x = -1 \rightarrow \alpha_5 = 90^\circ - \alpha_1$

Al comprobar las soluciones, vemos que todas ellas son válidas.

4. $\sin 2x - \tan x \cos 2x = 0$

Solució:

$$\sin 2x - \tan x \cos 2x = 2 \sin x \cos x - \frac{\sin x}{\cos x} (\cos^2 x - \sin^2 x) = \sin x \left(2 \cos x - \cos x + \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right) = \sin x \left(\cos x + \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right)$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} (\cos^2 x + \sin^2 x) = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot 1 = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

5. $\sin 2x - 2 \cos^2 x = 0$

Solució:

$$2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \rightarrow 2 \cos x (\sin x - \cos x) = 0 \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0 \rightarrow x_1 = 90^\circ, x_2 = 270^\circ \\ \sin x = \cos x \rightarrow x_3 = 45^\circ, x_4 = 225^\circ \end{array} \right.$$

Comprobamos las soluciones. Todas son válidas.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 = 270^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \\ x_3 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x_4 = 225^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

También podríamos escribirlos como:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 90^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 = 45^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

6. $\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$

Solució:

$$\cos^2 x - \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \left\langle \begin{array}{l} 1/2 \rightarrow x_1 = 30^\circ, x_2 = 150^\circ \\ -2 \rightarrow \text{imposible, pues } |\sin x| \leq 1 \end{array} \right.$$

Comprobamos que las dos soluciones son válidas. Luego:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x_2 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

7. $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sqrt{2} \sin x = 0$

Solució:

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos \frac{\pi}{4} \sin x - \sqrt{2} \sin x = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = 0 \rightarrow \cos x - \sin x = 0 \rightarrow \cos x = \sin x \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{5\pi}{4}$$

Al comprobar, podemos ver que ambas soluciones son válidas. Luego:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi = 45^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi = 225^\circ + k \cdot 360^\circ \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi = 45^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi = 225^\circ + k \cdot 360^\circ \end{array} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

Podemos agrupar las dos soluciones en: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi = 45^\circ + k \cdot 180^\circ$ con $k \in \mathbb{Z}$

EQUACIONES AMB ANGLE MEITAT

1. $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos x = 1$

Solució:

$$\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - \cos x = 1 \rightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{1} - \cos x = 1 \rightarrow \sqrt{1 - \cos x} = 1 + \cos x \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 + \cos x = 1 + \cos^2 x + 2 \cos x \rightarrow \cos^2 x + \cos x = 0 \rightarrow \cos x (\cos x + 1) = 0$$

• Si $\cos x = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$

• Si $\cos x = -1 \rightarrow \alpha_3 = 180^\circ$

Al comprobar las soluciones, podemos ver que las únicas válidas son: $\alpha_1 = 90^\circ$ y $\alpha_3 = 180^\circ$

2. $\tan^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$

Solució:

Utilizamos la fórmula de la tangente del ángulo mitad:

$$\left(\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right)^2 = 1 - \cos x \rightarrow \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x \rightarrow 1 - \cos x = 1 - \cos^2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (1 - \cos x) = 0 \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0 \rightarrow x = 90^\circ + 360^\circ \cdot k; x = 270^\circ + 360^\circ \cdot k \\ \cos x = 1 \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ \cdot k \end{array} \right.$$

3. $2 \tan \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha = 0$

Solució:

$$2 \tan \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha = 2 \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right)^2 - \sin \alpha = 2 \tan \alpha \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} - \sin \alpha =$$

$$= \frac{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{\cos \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin \alpha (1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha)}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$4. \frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} = 1$$

Solució:

$$\frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} = 1 \rightarrow \frac{1 + \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}{2 \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = 1 \rightarrow \frac{1 + \cos \alpha + 1 - \cos \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \frac{2}{2(1 - \cos \alpha)} = \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 - \cos \alpha} = 1 \rightarrow 1 = 1 - \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha_1 = 90^\circ, \alpha_2 = 270^\circ$$

$$5. \cos^2 \frac{x}{2} + \cos x = \frac{1}{2}$$

Soluci3:

$$\frac{1 + \cos x}{2} + \cos x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow 1 + \cos x + 2 \cos x - 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3 \cos x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \begin{cases} x_1 = 90^\circ \\ x_2 = 270^\circ \end{cases}$$

Las dos soluciones son v3lidas. Luego:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 &= 270^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \end{aligned} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

Agrupando las soluciones: $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

$$6. \tan^2 \frac{x}{2} + 1 = \cos x$$

Soluci3:

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} + 1 = \cos x \rightarrow 1 - \cos x + 1 + \cos x = \cos x + \cos^2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 = \cos x + \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} 1 \rightarrow x = 0^\circ \\ -2 \rightarrow \text{!imposible, pues } |\cos x| \leq 1 \end{cases}$$

Luego: $x = k \cdot 360^\circ = 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

$$7. 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \cos 2x = 0$$

Soluci3:

$$2 \cdot \frac{1 - \cos x}{2} + \cos^2 x - \cos^2 x = 0 \rightarrow 1 - \cos x + \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 - \cos x + \cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x_1 = 90^\circ, x_2 = 270^\circ \\ \cos x = 1/2 \rightarrow x_3 = 60^\circ, x_4 = 300^\circ \end{cases}$$

Se comprueba que son v3lidas todas. Por tanto:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 90^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x_2 &= 270^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \\ x_3 &= 60^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x_4 &= 300^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{aligned} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

Agrupando las soluciones quedar3a:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 90^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x_2 &= 60^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x_3 &= 300^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{aligned} \right\} \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

Apéndice V. Prueba escrita SA

Exercici 1

Des d'un punt A l'angle amb el que veiem l'alt d'un edifici és de 42° . Si ens allunyem 40 metres de l'edifici i tornem a mesurar l'angle esta vegada és de 35° .

- Quina és l'altura de l'edifici?
- A quina distància es trobem d'ell?

Exercici 2

La piscina municipal d'Albal té forma triangular. L'ajuntament vol rodejar la piscina amb una barana.

Sabem les següents mesures:

$$b = 4 \text{ m}, \quad c = 3 \text{ m}, \quad \hat{A} = 105^\circ$$

Quants metres de barana necessitaria? Quant mesuren els angles de la piscina?

Exercici 3

Demostra l'expressió següent:

$$\sin \alpha \cdot \cos(2\alpha) - \cos \alpha \cdot \sin(2\alpha) = -\sin \alpha$$

Exercici 4

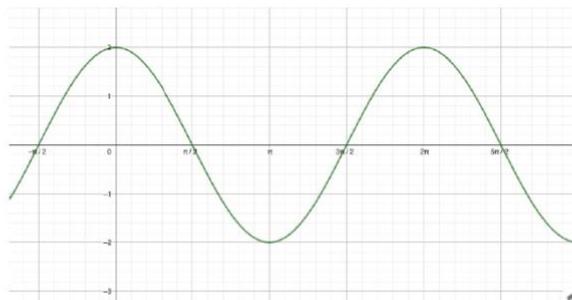
Resol les següents equacions

- a) $\sin^3 x - \sin x \cos^2 x = 0$
- b) $4 \cos 2x + 3 \cos x = 1$

Exercici 5

Quina de les següents 3 funcions correspon a la gràfica? Quin és el seu període?

- a) $f(x) = 2 \sin x$
- b) $h(x) = 2 \cos x$
- c) $g(x) = \sin 2x$
- d) $l(x) = \cos 2x$



Apéndice W. Elementos Transversales Situación de Aprendizaje

- **CL. Comprensión lectora:** La lectura y su comprensión es un elemento indispensable en la resolución de problemas. Por ello, la comprensión lectora se trabaja en todas aquellas actividades que requieran de un entendimiento en profundidad de los enunciados del problema para poder plantearlo y resolverlo (ej. S2_A2, S3_A1, S4_A1...). Además, también se trabaja la comprensión lectora en la actividad S13_A2, puesto que la investigación requiere sintetizar muchos textos y extraer la información relevante de cada uno. Así mismo, durante la prueba escrita deben prestar especial atención a la lectura de los enunciados para entender qué se espera de ellos.

- **EOE. Expresión oral y escrita:** La expresión oral se trabaja en todas aquellas actividades en las que los alumnos deben compartir sus ideas con el resto de compañeros (debates, trabajo cooperativo, lluvia de ideas, etc.), puesto que deben utilizar el lenguaje adecuado para transmitir y saber convencer. De manera similar, la expresión escrita se trabaja durante la prueba escrita y durante todas aquellas actividades que implican un entregable, ya que deben utilizar de manera adecuada el lenguaje matemático para ello. Así mismo, en la actividad S17_A1, que corresponde a la prueba oral para explicar el proyecto y el funcionamiento de la aplicación móvil a alumnos de otros cursos también se trabaja la expresión oral.

- **CAT. Comunicación audiovisual y TIC:** Es probablemente de los elementos transversales que más se trabaje. Por una parte, la utilización de Flipped Classroom como metodología de aprendizaje, lo cual cubriría la parte de comunicación audiovisual. Por otra parte, todas aquellas actividades que requieren la utilización de herramientas TIC como el Geogebra y todas aquellas pruebas de evaluación en las que se utilizan plataformas de cuestionarios online (Kahoot, Quizz, etc.). Por último, cabe destacar

también que durante el desarrollo de la aplicación móvil hacen uso de App Inventor, ampliando así sus conocimientos en herramientas TIC.

- **EEV. Educación emocional y valores:** La educación emocional en realidad es un elemento que se trabaja de manera transversal en todas las actividades, puesto que el trabajo en equipo cooperativo implica la empatía con tus compañeros y el comunicar tus ideas de manera asertiva. Más en particular, destacaríamos las dos últimas sesiones de la SA, que corresponden a la realización de la aplicación móvil y a su respectiva presentación. Al tratarse de un proyecto de gran dimensión, implica la cooperación de todo el grupo clase y la definición de roles, que a su vez trabaja la autogestión de emociones. Los valores que se trabajan son la responsabilidad, la empatía, la colaboración, la comunicación, la confianza, el liderazgo, el respeto, la creatividad, la motivación y el compromiso.

- **CEC. Fomento de la creatividad y del espíritu científico:** Este elemento transversal se intenta que esté presente en todas las actividades y sesiones. El objetivo es despertar la curiosidad y el espíritu científico en los alumnos, mediante actividades que impliquen la investigación de cómo se aplican conceptos matemáticos en la realidad o mediante la resolución de problemas cercanos mediante técnicas matemáticas. Así mismo, el desarrollo de la aplicación móvil fomenta en gran medida la creatividad, puesto que son dueños de un producto final en el cuál deben de concentrar todo lo aprendido de manera creativa, accesible y divulgativa, siendo responsables de su organización, diseño y funcionalidad.

Tabla 27*Relación de elementos transversales con las sesiones de la SA*

	CL	EOE	CAT	EEV	CEC	ES
Sesión 1				X	X	
Sesión 2	X	X	X		X	
Sesión 3	X		X			
Sesión 4	X	X	X		X	
Sesión 5					X	
Sesión 6					X	
Sesión 7		X			X	
Sesión 8		X			X	
Sesión 9		X			X	
Sesión 10		X			X	
Sesión 11		X			X	
Sesión 12					X	
Sesión 13	X	X	X		X	
Sesión 14	X		X		X	
Sesión 15	X	X				
Sesión 16			X	X	X	
Sesión 17		X	X	X	X	

Tabla 28*Relación de elementos transversales con actividades de la SA*

	CL	EOE	CAT	EEV	CEC	ES
S2_A1		X			X	
S2_A2	X		X			
S3_A1	X		X			
S4_A1	X	X	X		X	
S5_A1					X	
S6_A1					X	
S8_A1		X			X	
S11_A1		X			X	
S12_A1					X	
S13_A1			X		X	
S13_A2	X	X			X	
S14_A1	X		X		X	
S15_A1	X	X				
S17_A1		X	X	X	X	

Apéndice Y. Evaluación Situación de Aprendizaje

Instrumentos de Evaluación SA

Tabla 30

Rúbrica de evaluación actividad S4_A1

Pregunta	Excelente (5)	Bueno (4)	Satisfactorio (3)	Necesita mejorar (2)	Insuficiente (1)
1	Calcula correctamente el área del triángulo isósceles con todos los pasos claramente justificados. Calcula correctamente el ángulo α con todos los pasos claramente justificados.	Calcula correctamente e el área, pero con alguna justificación incompleta. Calcula correctamente e el ángulo, pero con alguna justificación incompleta.	Calcula el área con errores menores, justificación pobre. Calcula el ángulo con errores menores, justificación pobre.	Calcula el área con errores significativos y justificación incompleta. Calcula el ángulo con errores significativos y justificación incompleta.	No calcula el área correctamente ni justifica los pasos. No calcula el ángulo correctamente ni justifica los pasos.

2	Calcula correctamente la altura con todos los pasos claramente justificados.	Calcula correctamente e la altura, pero con alguna justificación incompleta.	Calcula la altura con errores menores, justificación pobre.	Calcula la altura con errores significativos y justificación incompleta.	No calcula la altura correctamente ni justifica los pasos
3	Calcula correctamente la altura con todos los pasos claramente justificados.	Calcula correctamente e la altura, pero con alguna justificación incompleta.	Calcula la altura con errores menores, justificación pobre.	Calcula la altura con errores significativos y justificación incompleta.	No calcula la altura correctamente ni justifica los pasos.
4	Calcula correctamente el otro ángulo con todos los pasos claramente justificados. Calcula correctamente la longitud del lado igual con	Calcula correctamente el ángulo, pero con alguna justificación incompleta. Calcula correctamente e la longitud, pero con	Calcula el ángulo con errores menores, justificación pobre. Calcula la longitud con errores menores, justificación pobre.	Calcula el ángulo con errores significativos y justificación incompleta. Calcula la longitud con errores significativos y justificación	No calcula el Ángulo correctamente ni justifica los pasos. No calcula la longitud correctamente ni justifica los pasos.

	todos los pasos claramente justificados.	alguna justificación incompleta.		incompleta.	
--	--	--	--	-------------	--

Tabla 31*Rúbrica de evaluación actividad S14_A1*

Pregunta	Excelente (5)	Bueno (4)	Satisfactorio (3)	Necesita mejorar (2)	Insuficiente (1)
1	Demuestra una comprensión excelente de los conceptos de onda, amplitud y período. Calcula la amplitud y el período con precisión y sin errores.	Demuestra una buena comprensión de los conceptos de onda, amplitud y período. Calcula la amplitud y el período con precisión, cometiendo pocos errores.	Demuestra una comprensión básica de los conceptos de onda, amplitud y período. Calcula la amplitud y el período con algunos errores menores.	Muestra una comprensión limitada de los conceptos de onda, amplitud y período. Realiza cálculos incorrectos o incompletos.	No demuestra comprensión de los conceptos de onda, amplitud y período. No puede calcular la amplitud ni el período de la onda.
2	Demuestra una comprensión	Demuestra una buena comprensión	Demuestra una comprensión	Muestra una comprensión limitada del	No demuestra comprensión

	excelente del efecto de la nueva ecuación en la amplitud y el período. Calcula los cambios con precisión y sin errores.	del efecto de la nueva ecuación en la amplitud y el período. Calcula los cambios con precisión, cometiendo pocos errores.	básica del efecto de la nueva ecuación en la amplitud y el período. Calcula los cambios con algunos errores menores.	efecto de la nueva ecuación en la amplitud y el período. Realiza cálculos incorrectos o incompletos.	de cómo la nueva ecuación de la onda afecta la amplitud y el período. No puede realizar cálculos relacionados.
--	---	---	--	--	--

Tabla 32

Rúbrica de evaluación prueba escrita (actividad S15_A1)

Ej	Criterio	Excelente (4)	Bueno (3)	Satisfactorio (2)	Necesita mejorar (1)
1	Comprensión del problema	Entiende completamente los ángulos y distancias involucradas.	Entiende la mayoría de los ángulos y distancias involucradas.	Muestra alguna comprensión de los ángulos y distancias.	No demuestra comprensión de los ángulos y distancias.
	Aplicación de fórmulas	Aplica correctamente las fórmulas	Aplica correctamente la mayoría de	Aplica algunas fórmulas	No se aplica correctament

		trigonométricas necesarias.	las fórmulas necesarias.	correctamente .	e las fórmulas.
	Cálculos	Todos los cálculos son precisos y correctos.	La mayoría de los cálculos son precisos y correctos.	Algunos cálculos son precisos y correctos.	Pocos o ningún cálculo es preciso y correcto.
	Resultado final	El resultado final es correcto.	El resultado final es casi correcto.	El resultado final tiene errores menores.	El resultado final es incorrecto.
2	Comprensión del problema	Entiende completamente las dimensiones y ángulos dados.	Entiende la mayoría de las dimensiones y ángulos dados.	Muestra alguna comprensión de las dimensiones y ángulos.	No demuestra comprensión de las dimensiones y ángulos.
	Aplicación de fórmulas	Aplica correctamente las fórmulas trigonométricas necesarias.	Aplica correctamente la mayoría de las fórmulas necesarias.	Aplica algunas fórmulas correctamente .	No aplica correctament e las fórmulas.
	Cálculos	Todos los cálculos son	La mayoría de los cálculos son	Algunos cálculos son	Pocos o ningún cálculo es

		precisos y correctos.	precisos y correctos.	precisos y correctos.	preciso y correcto.
	Resultado final	El resultado final es correcto.	El resultado final es casi correcto.	El resultado final tiene errores menores.	El resultado final es incorrecto.
3	Comprensión del problema	Entiende completamente la expresión a demostrar y utiliza las estrategias correctas de demostración.	Entiende la mayoría de expresión a demostrar.	Muestra alguna comprensión de la expresión a demostrar.	No demuestra comprensión en la expresión a demostrar.
	Aplicación de identidades	Aplica correctamente las identidades trigonométricas necesarias.	Aplica correctamente la mayoría de las identidades necesarias.	Aplica algunas identidades correctamente.	No aplica correctamente e las identidades.
	Cálculos	Simplifica correctamente.	La mayoría de los cálculos y simplificaciones son precisos y correctos.	Algunos cálculos son correctos.	Pocos o ningún cálculo es preciso y correcto.

	Demostración completa	La demostración es completa y correcta.	La demostración es casi completa y correcta.	La demostración tiene errores menores.	La demostración es incorrecta o incompleta.
4	Comprensión del problema	Entiende las ecuaciones a resolver y aplica las técnicas adecuadas.	Entiende la mayoría de las ecuaciones a resolver.	Muestra alguna comprensión de las ecuaciones a resolver.	No demuestra comprensión de las ecuaciones a resolver.
	Aplicación de métodos	Aplica correctamente los métodos de resolución necesarios.	Aplica correctamente la mayoría de los métodos necesarios.	Aplica algunos métodos correctamente.	No aplica correctamente e los métodos.
	Cálculos	Todos los cálculos son precisos y correctos.	La mayoría de los cálculos son precisos y correctos.	Algunos cálculos son precisos y correctos.	Pocos o ningún cálculo es preciso y correcto.
	Soluciones finales	Todas las soluciones son correctas.	La mayoría de las soluciones son correctas.	Algunas soluciones son correctas.	Pocas o ninguna solución es correcta.

5	Comprensión del problema	Entiende completamente la gráfica y las funciones dadas y los conceptos que se piden.	Entiende la mayoría de las gráficas y las funciones dadas.	Muestra alguna comprensión de la gráfica y las funciones.	
	Identificación de la función	Identifica correctamente la función correspondiente.	Identifica correctamente la mayoría de los elementos.	Identifica algunos elementos correctamente.	No identifica correctamente la función.
	Determinación del período	Determina correctamente el período de la función.	-	-	No determina correctamente el período.
	Explicación	La explicación es correcta y clara.	La explicación es clara pero incompleta.	La explicación es algo clara, pero tiene errores.	La explicación es incompleta o incorrecta.

Tabla 33*Lista de cotejo para evaluar la actividad S8_AI*

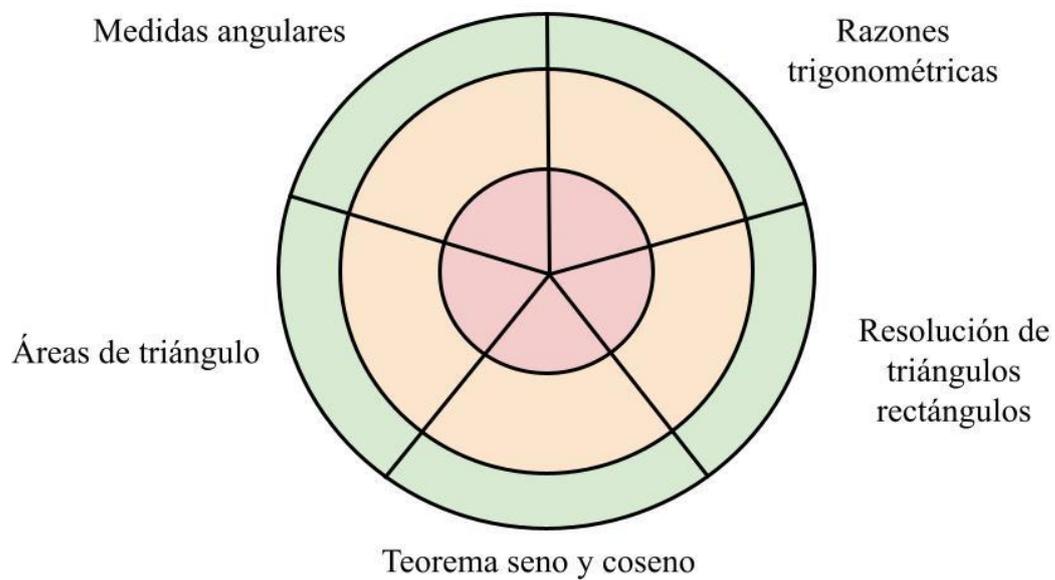
Nivel dificultad	Sí	No	Peso
Nivel 1			45 %
Nivel 2			25 %
Nivel 3			15 %
Nivel 4			10 %
Nivel 5			5 %

Tabla 34*Lista de cotejo para evaluar la actividad S11_AI*

Quesito Trivial	Sí	No	Peso
Azul			20 %
Morado			20 %
Amarillo			15 %
Rosa			15 %
Verde			15 %
Naranja			15 %

Figura 16

Diana de evaluación actividades S2_A2 y S3_A1



Criterios de Calificación

Tabla 35

Ponderación de los criterios de calificación de las actividades de la SA

Código actividad	Nombre actividad	Ponderación
S3_A1	Prueba resolución de triángulos tras aula invertida	5 %
S4_A1	Pólvora y triángulos: trigonometría en Fallas	15 %
S8_A1	Trigonometría en equilibrio	5 %
S11_A1	Trigonometría Trivial	10 %
S14_A1	Fallas ondeantes	15 %
S15_A1	Prueba escrita	25 %
S17_A1	Prueba oral	25 %

Tabla 36*Resumen evaluación SA*

Código actividad	Nombre actividad	Medio de evaluación	Instrumento de evaluación	Tipo de evaluación	Ponderación
S2_A1	Metodología 3-2-1 trigonometría	Metodología 3-2-1		Inicial diagnóstica	-
S2_A2	Prueba evaluación diagnóstica resolución de triángulos	Cuestionario	Diana	Inicial Diagnóstica	-
S3_A1	Prueba resolución de triángulos tras aula invertida	Cuestionario	Diana	Continua formativa	5 %
S4_A1	Pólvora y triángulos: trigonometría en Fallas	Cuestionario	Rúbrica R1_S4_A1	Continua formativa	15 %
S8_A1	Trigonometría en equilibrio	Juego	Lista de cotejo	Continua formativa	5 %
S11_A1	TrigonomeTrivial	Juego	Lista de cotejo	Continua formativa	10 %
S14_A1	Fallas ondeantes	Cuestionario	Rúbrica R2_S14_A1	Continua formativa	15 %

S15_A1	Prueba escrita	Prueba escrita	Rúbrica R3_S15_A1	Final calificadora	25 %
S17_A1	Prueba oral	Prueba oral	R4_S17_A1	Final calificadora	25 %

Apéndice Z. Proyecto de Innovación Educativa

Tabla 37

Cuestionario de evaluación Proyecto de Innovación Educativa

Puntúa del 1 al 5 (5: sí, 1: no)					
¿Habías probado a realizar este tipo de actividad física antes?	1	2	3	4	5
¿Piensas que has profundizado en conceptos estadísticos que no conocías?	1	2	3	4	5
¿Te has sentido mejor tras realizar la actividad?	1	2	3	4	5
¿Vas a cambiar algo de tus hábitos diarios a partir de ahora?	1	2	3	4	5