Universidad Europea CANARIAS

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

La didáctica de la geometría analítica en 4º de la ESO a través de conexiones matemáticas y metodologías activas

Raúl Cacho Leal

TRABAJO FINAL DEL MÁSTER UNIVERSITARIO DE FORMACIÓN DE PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA, BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL, ENSEÑANZA DE IDIOMAS Y ENSEÑANZAS DEPORTIVAS

Dirigido por Adán Manuel Yanes Gómez

Junio 2025

Índice

Resumen 3

Abstract 4

1. Introducción 5

2. Objetivos 9

3. Contextualización 10

3.1. Características del entorno escolar 10

3.2. Centro 11

3.3. Aula 13

3.4. Alumnado 14

4. Descripción curricular 16

4.1. Asignatura o ámbito 16

4.2. Relación con el currículo oficial 18

5. Diseño del proyecto de innovación docente 19

5.1. Enfoque metodológico 19

5.2. Descripción de las actividades 20

5.3. Criterios organizativos: espacios, temporalización y otros elementos necesarios 31

5.4. Materiales y recursos necesarios 33

5.5. Justificación de la innovación. 33

6. Atención a la diversidad 34

7. Evaluación del proyecto de innovación 37

8. Contribución del proyecto a los ODS 39

9. Conclusiones 40

10. Referencias 43

Resumen

Este proyecto de innovación educativa tiene su contexto en una clase de Matemáticas B de 4º de la ESO de la Comunidad de Madrid. Se parte del reconocimiento de los retos presentes en la educación de las matemáticas, como la falta de comprensión y la percepción de desconexión de fundamentos matemáticos entre sí y también con ámbitos prácticos de la vida real. El principal objetivo es mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica. Se pretende lograr una construcción significativa e interconectada del conocimiento matemático, y una interiorización más profunda y duradera, así como una mayor motivación y autonomía del alumnado, que le permita ser protagonista de su propio aprendizaje. Durante el desarrollo del proyecto se aplicará una combinación de metodologías didácticas activas, como la lluvia de ideas, los mapas mentales, el aula invertida, el trabajo cooperativo, y el uso de recursos digitales, en conjunción con el marco teórico de las conexiones matemáticas. Se generan evidencias cualitativas y cuantitativas que permiten una evaluación diagnóstica inicial y final para medir la repercusión y eficiencia del proyecto. La evaluación es también continua a lo largo del desarrollo de las actividades, con lo que se permiten ajustes de mejora. Este proyecto ha supuesto una oportunidad para reflexionar sobre la práctica docente, y apostar por nuevos caminos para una educación matemática más significativa y humana y en consonancia con las necesidades del alumnado actual y futuro.

Palabras clave: Vector; Recta; Dificultad; Lluvia ideas; Aprendizaje cooperativo

Abstract

This educational innovation project has its context in a Mathematics B class of 4th grade of ESO in the Community of Madrid. It is based on the recognition of the challenges present in mathematics education, such as the lack of understanding and the perceived disconnection of mathematical foundations with each other and with practical areas of real life too. Its main purpose is to improve the teaching and learning processes of analytic geometry. Also to achieve a meaningful and interconnected construction of mathematical knowledge, and a deeper and more lasting internalization, as well as a greater motivation and autonomy of the students, allowing them to be the protagonists of their own learning. During the development of the project, a combination of active didactic methodologies will be applied, such as brainstorming, mind maps, the flipped classroom, cooperative work, and the use of digital resources, in conjunction with the theoretical framework of mathematical connections. Qualitative and quantitative evidence is generated to allow an initial and final evaluation to measure the impact and efficiency of the project. The evaluation is also continuous throughout the development of the activities, thus allowing adjustments for improvement. This project has been an opportunity to reflect on the teaching practice, and to bet on new ways for a more meaningful and human mathematics education in line with the needs of the students.

Keywords: Vector; Line; Difficulty; Brainstorming; Cooperative learning

1. Introducción

En los últimos años el estudio de las conexiones matemáticas ha incrementado su protagonismo en la investigación en Educación Matemática, asumiendo un papel fundamental en la construcción del conocimiento matemático.

Este proyecto de innovación consiste en el uso de metodologías didácticas activas para fomentar el establecimiento de conexiones matemáticas, tanto internas dentro del campo puramente matemático, como externas con otras disciplinas y en el ámbito de la vida real, con el fin de contribuir a la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica en una clase de Matemáticas B de 4º de la ESO de un instituto localizado en la Comunidad de Madrid.

Se intenta responder a una necesidad real observada en el presente entorno académico, y documentada en distintos estudios en educación matemática, que señalan dificultades en la comprensión integral de la geometría analítica, con, por ejemplo, conceptos abstractos como el de vector, las rectas y sus ecuaciones, o el de pendiente.

También se busca que el estudiantado sea capaz de relacionar principios matemáticos entre sí, con otras áreas del conocimiento y con contextos prácticos del día a día, hacia un aprendizaje significativo e integral, que incremente su comprensión y razonamiento lógico, fomente su motivación y provoque el interés hacia la geometría analítica en concreto y hacia las matemáticas en general.

La geometría analítica es una de las bases esenciales de la formación matemática del alumnado y parte del objetivo curricular de enseñanza en la educación secundaria obligatoria. El alumnado aprende a establecer relaciones lógicas y a conectar aspectos geométricos (coordenadas, rectas, posiciones) con ecuaciones algebraicas y a interpretar visualmente dichas expresiones con representaciones en el plano y en el espacio. Todo esto contribuye a potenciar el desarrollo de su pensamiento analítico y lógico, de sus habilidades de razonamiento y abstracción, de su comprensión y resolución de problemas y, por todo ello, de su competencia matemática integral.

Además, la geometría analítica sirve como soporte conceptual para otros contenidos matemáticos, como el cálculo en una y varias variables, el algebra lineal, las ecuaciones, la modelización matemática y para la formulación de otras geometrías, y tiene múltiples

aplicaciones en otras disciplinas del conocimiento como la topografía, la física, la biomatemática, la astronomía, la ingeniería, la arquitectura, la cartografía, la sociología, la geografía, y la economía, siendo parte importante de la formación de profesionales en dichas áreas (Ciccioli & Sgreccia, 2017).

Numerosos estudios de investigación matemática (Sabah, 2023); (Ciccioli & Sgreccia, 2017) documentan la dificultad que el estudiantado tiene en el desarrollo de las destrezas suficientes para la asimilación y comprensión de distintas componentes de la geometría analítica, por ejemplo:

- en relación con el entendimiento básico del concepto de vector y sus operaciones (Appova & Berezovski, 2013; Heckler & Scaife, 2015), la suma del vector en el plano (Nguyen & Meltzer, 2003), la representación del vector unitario en el plano cartesiano y el producto escalar negativo (Barniol & Zavala, 2012) y el uso correcto de las representaciones algebraicas y gráficas del vector (Klein et al., 2021; Latifa et al., 2021).
- con respecto a la falta de relación entre las representaciones gráficas y algebraicas, sus conversiones y en el tratamiento de sistemas de ecuaciones lineales (Arellano & Oktac, 2009).
- en el desarrollo de los conceptos de recta y plano (Alves et al., 2010) y de pendiente (Cho & Nagle, 2017).

En este proyecto se asume el modelo propuesto por García-García y Dolores Flores (2018), en el que se definen las conexiones matemáticas como el proceso mediante el cual una persona establece una relación verdadera entre dos o más conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos o representaciones entre sí, con otras disciplinas o en el ámbito de la vida real. Tal como señalan estos autores, se presentan dos grandes grupos de conexiones matemáticas: las intramatemáticas, que surgen entre ideas matemáticas, y las extramatemáticas, que emergen en situaciones fuera de la matemática, ya sean de otras disciplinas, o en situaciones cotidianas de la vida real, las cuales requieren del uso de la matemática para su resolución. Las conexiones matemáticas determinadas por el alumnado se pueden identificar a través de los argumentos escritos, orales o gestuales, que este evidencia al resolver tareas concretas. Aprender matemáticas desde esta visión múltiple es uno de los principios fundamentales del aprendizaje de las matemáticas (Alsina & Coronata, 2014).

Cabe mencionar que también se reconocen otros modelos de conexiones matemáticas, como el Modelo Ampliado de Conexiones Matemáticas de Businskas (2008), en el que se detallan las siguientes tipologías de conexiones intramatemáticas, y que son útiles para el análisis de las asociaciones que realiza el estudiantado en sus procesos de aprendizaje:

- Procedimentales: Conexiones entre procedimientos distintos que generan el mismo resultado. Por ejemplo: conectar distintos métodos para averiguar fracciones equivalentes.
- Representaciones diferentes: Enlazar distintas maneras de representar un mismo concepto matemático (algebraica, gráfica, numérica, oral, etc.). Por ejemplo: conectar la fracción (1/2) en forma gráfica (pastel dividido en dos partes), algebraica (1 dividido entre 2), y decimal (0.5).
- Rasgo común: asociar conceptos diferentes que presentan una propiedad común. Por ejemplo: vincular (1/2) con otras fracciones (3/6, 5/10) que tienen el atributo común de representar la misma cantidad.
- Parte-todo: Relacionar elementos específicos (parte) con ideas matemáticas más generales (todo). Por ejemplo: apreciar que la fracción (1/2) es parte del conjunto de los números racionales.
- Significado: Conexiones entre distintas interpretaciones o significados posibles del mismo principio matemático, dependiendo del contexto. Por ejemplo: conectar la fracción (1/2) como división (un todo dividido en dos) y como razón (1 de cada 2 partes).
- Reversibilidad: Vincular procesos matemáticos que son bidireccionales o reversibles. Por ejemplo: entender que multiplicar por (1/2) es análogo a dividir entre 2.
- Característica: Detectar características particulares que distinguen claramente a ciertos conceptos matemáticos de otros. Por ejemplo: apreciar la característica especial de (1/2), que es exactamente la mitad de un entero.
- Implicación: Conexiones que determinan relaciones lógicas de implicación o consecuencia entre principios matemáticos. Por ejemplo: entender que asignar la mitad (1/2), conlleva haber dividido antes algo en dos partes iguales.

- Argumentativa: Asociar afirmaciones matemáticas con sus respectivas demostraciones o justificaciones lógicas. Por ejemplo: fundamentar que (1/2) y (2/4) son equivalentes aplicando razonamiento lógico-matemático.

Con respecto a las conexiones extramatemáticas, cabe destacar la conexión matemática de modelado, donde el alumnado, a partir de un problema en contexto o de la vida real, desarrolla un modelo matemático para resolverlo.

El National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) indica que las conexiones son uno de los cinco estándares matemáticos fundamentales que deberían formar parte de los programas de enseñanza en todos los niveles educativos, para habilitar al alumnado a:

- Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas.
- Entender como las ideas matemáticas se interconectan para construir un todo coherente.
- Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos externos a las matemáticas, como otras disciplinas y el mundo real.

En la publicación Principios y Estándares del NCTM (2000), se estima que el desarrollo de conexiones matemáticas es relevante para que el estudiantado comprenda conceptos matemáticos, relacionen ideas y representaciones, usen fórmulas apropiadamente para construir procedimientos, analicen, razonen y resuelvan problemas y sus contextos, y asocien y apliquen las matemáticas a contextos reales o a disciplinas distintas. La publicación de los Principios y Estándares del NCTM (2000) potenció el papel de las conexiones en la Educación Matemática e hizo que se incrementase el interés por su investigación (Font & Rodriguez-Nieto, 2024).

Estudios adicionales en Educación Matemática señalan que las conexiones son un factor crucial en el desarrollo de la comprensión matemática de la persona (Mhlolo, 2012), pues se argumenta que para que exista comprensión es necesario que se conecten ideas, hechos y procedimientos y que el alumnado use, asocie e interiorice las distintas maneras de representar un objeto matemático (Hiebert & Carpenter, 1992). Esto contribuye también a que el estudiantado perciba las Matemáticas como un todo integrado y no como una serie de partes inconexas (Evitts, 2004; Jaijan & Loipha, 2012).

Es por todo ello que las conexiones matemáticas han sido foco de interés de diversos investigadores en Educación Matemática, por ejemplo: Bingölbali & Coşkun, 2016; Baki et al., 2009; Campo-Meneses & García-García, 2020; García-García & Dolores-Flores, 2020 y 2021; Dolores-Flores et al., 2019; Eli et al., 2013; Mhlolo, 2012, y son un punto clave en el currículo de diversos países como Estados Unidos (NTCM, 2013), Colombia (MEN, 1998), Turquía (Ministerio Nacional de Turquía, 2013) y Australia (ACARA, 2012), entre otros (Campo-Meneses & Garcia-Garcia, 2021).

En cuanto a España, de acuerdo con Real Decreto 217/2022, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación secundaria obligatoria, el currículo básico de Matemáticas incluye un bloque competencial de conexiones, formado por las competencias específicas 5 y 6:

5. "Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado" (Real Decreto 217/2022, p. 41728).

6. "Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas" (Real Decreto 217/2022, p. 41729).

2. Objetivos

Reconociendo las dificultades, observadas y documentadas, de comprensión integral que el alumnado presenta con determinados principios básicos de la geometría analítica, como por ejemplo, conceptos abstractos como el de vector, las rectas y sus ecuaciones o el de pendiente, el objetivo general de este proyecto de innovación es mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de dicha materia en una clase de Matemáticas B de 4º de la ESO, mediante el análisis, identificación y aplicación de conexiones matemáticas, y siguiendo metodologías activas cuando proceda.

Al mismo tiempo, y de una forma más amplia, acercar las Matemáticas al estudiantado y potenciar su relevancia, con la exploración de las relaciones entre principios Matemáticos, los vínculos con otras disciplinas y la aplicación a ámbitos de la vida real.

Los objetivos específicos de este proyecto de innovación educativa son:

- Reconocer y analizar los mayores obstáculos que tiene el alumnado en el aula con respecto a la comprensión y aplicación de los fundamentos clave de la geometría analítica.
- Identificar y analizar las conexiones matemáticas, tanto internas, como externas que podemos utilizar en la clase en los procesos de docencia y aprendizaje de dicha materia.
- Idear e implementar tareas didácticas, en las que se podrán aplicar metodologías activas, que faciliten y busquen que el alumnado participe activamente y sea capaz de reflexionar, establecer y aplicar conexiones matemáticas entre los conceptos matemáticos estudiados y también su vinculación y aplicación en otras áreas del conocimiento y con contextos cotidianos de la vida real, con el fin de avanzar hacia un aprendizaje significativo e integral.
- Promover y mejorar la comprensión de la geometría analítica, por parte del alumnado, así como su pensamiento crítico y la resolución de problemas, a través de la interiorización de las conexiones matemáticas.
- Intentar revertir la idea generalizada del estudiantado de que las matemáticas son puramente teóricas y están alejadas de la vida real, despertar su interés y aumentar su motivación por la geometría analítica en particular y por las matemáticas en general.

3. Contextualización

3.1. Características del entorno escolar

El centro educativo, se encuentra en el área urbana de una localidad en la Comunidad de Madrid. De acuerdo con datos del Instituto Nacional de Estadística (INE) 2024, el municipio tiene una población aproximada de 73000 habitantes, de los cuales el 12% es población inmigrante, principalmente sudamericanos (5%). El clima es mediterráneo continental, con veranos cortos, cálidos y secos e inviernos muy fríos. Es relevante la alta calidad de vida en el municipio, destacando una de las esperanzas de vida promedio (85 años) y renta per cápita (21248 €) más altas de España, y una de las menores tasas de desempleo del país, un 6%, según datos del INE.

El municipio presenta una economía diversa y vibrante, sobresaliendo el sector servicios, el comercio, la construcción, la educación y la industria tecnológica.

En cuanto a las características culturales, y según datos de la web del ayuntamiento, cabe reseñar la existencia de varios centros culturales que ofertan, entre otras, clases de teatro, música y danza. El deporte también es parte importante de la cultura del municipio, que cuenta con 5 polideportivos, gimnasios, pistas de atletismo, campos de futbol y pista de hielo.

Con respecto a los servicios sanitarios, hay tres centros de salud principales y cuenta también con un Hospital.

El municipio ofrece una red integral de servicios públicos: la seguridad (Policía Local y Guardia Civil), el transporte público (varias líneas de autobuses y Renfe cercanías) y la Oficina de Servicios Sociales.

La localidad también disfruta de una variada oferta educativa, más de 40 centros educativos no universitarios, según datos del INE. En las proximidades del Instituto hay un colegio público y otro privado y otros dos institutos públicos.

En resumen, el entorno del centro educativo se caracteriza por un nivel socioeconómico alto, una economía donde sobresale el sector servicios, una variada y sólida oferta educativa y una población diversa, dentro de un municipio que disfruta de una ubicación privilegiada en la Comunidad de Madrid, y una elevada calidad de vida, lo que lo consolida como un lugar atractivo para vivir.

3.2. Centro

El centro educativo es de titularidad pública, y dependiente de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid. Es instituto bilingüe y ofrece Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, en las modalidades de Ciencias y Humanidades y Ciencias Sociales y también el Programa del Diploma del Bachillerato Internacional.

El centro, según su página web, cuenta con las siguientes instalaciones, que facilitan la enseñanza de ciertas materias: Aula Taller de Tecnología, Aula de Educación Plástica y Visual, Aula de Informática, Biblioteca, Laboratorio de Biología, Gimnasio, Laboratorio de Química, pistas deportivas en el patio, sala de usos múltiples, y salón de actos, además de una cafetería/comedor.

El centro trabaja con el ayuntamiento del municipio en varios programas, como el convenio de colaboración para el Bachillerato Internacional, que incluye becas para el alumnado, reuniones trimestrales con el Equipo Psicopedagógico de la Concejalía de Educación, organización de proyectos de Aprendizaje-Servicio con la Concejalía de Juventud, y colaboración con los agentes tutores de la Policía Local y con los Servicios Sociales del municipio cuando sea necesario.

Asimismo, hay reuniones con los colegios adscritos para informar a familias y alumnado sobre la etapa de educación secundaria obligatoria. Y se trabaja también con las universidades en tutorización de estudiantado de máster, en la realización de pruebas de acceso a la universidad y en la realización de talleres propuestos por las universidades.

A continuación, se describen brevemente los principales programas y proyectos del centro.

- Proyecto Bilingüe: El centro educativo forma parte del proyecto bilingüe de la Comunidad de Madrid y está dividido en dos modalidades: Sección, con el 66% de las clases en inglés y Programa, con el 33% de las clases en inglés.
- Programa de Bachillerato internacional: Es uno de los institutos públicos que lo ofrecen en la Comunidad de Madrid. El programa del Bachillerato Internacional está gestionado por la Organización de Bachillerato Internacional (OBI), localizada en Ginebra. El alumnado que supera estos estudios obtiene una doble titulación: el Diploma de Bachillerato Internacional y el título de Bachiller español, lo que le ofrece una doble vía de acceso a la Universidad Española y a otras Universidades internacionales.
- Proyecto 4º+EMPRESA por el cual alumnado de 4º ESO lleva a cabo unas Estancias Educativas en empresas, según las normas de la Consejería de Educación, y para enriquecer su formación y acercarle al mundo laboral.
- Proyecto Assess@learning, es un proyecto Europeo de investigación que propone el fomento de métodos innovadores de enseñanza y evaluación para motivar al alumnado en su aprendizaje.
- Proyectos Aprendizaje-Servicio, en colaboración con la Concejalía de Juventud de la localidad, como “Rompiendo la brecha digital e intergeneracional”, en el que alumnado de 15 a 18 años imparte voluntariamente talleres de informática a personas

mayores, o “Paso de primaria a secundaria: Superando miedos” en el que el estudiantado de educación secundaria obligatoria realiza distintas actividades con el alumnado de primaria para ayudarles a enfrentar el paso al instituto.

- Radio Escolar Ondas: el centro forma parte de la red de radios escolares de la Comunidad de Madrid. Se busca el desarrollo de competencias comunicativas, habilidades sociales y reforzar la autonomía, autoestima, y creatividad del alumnado.
- Proyecto de Mediación entre iguales: auspiciado por el departamento de orientación, en el que alumnado del centro, tras recibir formación en el Centro Juvenil, colaboran en la resolución pacífica de conflictos entre compañeros, con seguimiento por parte jefatura de estudios.
- Proyecto Mentores: en el que estudiantado de Bachillerato, coordinado por el departamento de Orientación, tutela a alumnado de cursos inferiores con dificultades académicas y/o personales.

Estos proyectos ofrecen una visión multidisciplinar del aprendizaje y permiten desarrollar distintas competencias y habilidades, siendo una parte fundamental de la educación integral que se quiere dar al alumnado. Además, contribuyen a la mejora de la convivencia en el centro y tienen un impacto positivo en la localidad.

3.3. Aula

Las aulas están distribuidas en grupos de aula materias, asignadas a varios departamentos.

El alumnado no tiene un aula de referencia. El centro dispone de taquillas de pago para que el estudiantado que quiera deje sus enseres en ellas durante la jornada escolar.

En el aula en la que se desarrolla el proyecto, se imparte Matemáticas B a un grupo de 4º de la ESO, tiene 5 filas de mesas con 2 mesas juntas en cada fila, en 3 columnas, con lo que hay en total 30 mesas con sus sillas, además de un escritorio y silla para el profesorado, una pizarra, un ordenador con su monitor, y un proyector y su pantalla. Los recursos tecnológicos ayudan para la realización de determinadas tareas más interactivas o de investigación. El aula tiene unas dimensiones de 7 metros de ancho por 10 metros de largo, con una superficie de 70 m^2. Hay iluminación exterior, con tres ventanales y sus persianas, situadas en un lateral de la clase, así como sistema de calefacción, que consiste en cuatro radiadores, tres situados

debajo de las ventanas y uno al fondo de la clase. El aula está bien equipada y es apropiada para un adecuado ambiente educativo.

Figura 1. *Foto del aula de clase* (elaboración propia)

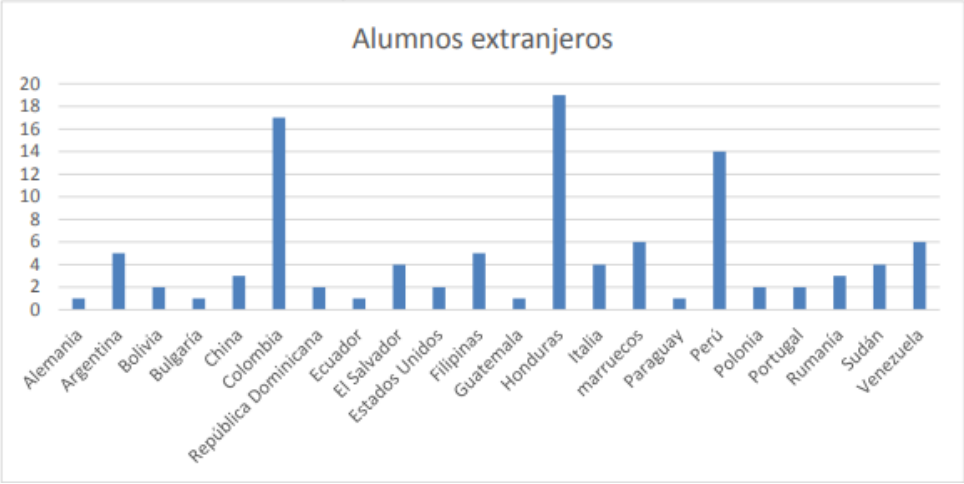


3.4. Alumnado

En el centro se encuentran matriculados un total de 522 estudiantes para el curso 24/25, de edades comprendidas entre los 12 y los 19 años. 359 forman parte de la ESO y 163 del Bachillerato. El alumnado de ESO procede principalmente de los colegios del entorno, tanto públicos como concertados. En Bachillerato proviene del mismo centro y de algunos colegios privados, y en Humanidades y Ciencias Sociales, de otros centros de localidades próximas que no ofertan plazas de esta modalidad.

El 79% del alumnado del instituto es de nacionalidad española. La distribución del alumnado extranjero según su nacionalidad se muestra en el siguiente gráfico:

Figura 2. *Distribución del alumnado extranjero según nacionalidad* (fuente: PGA)



Con respecto al Alumnado con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo, un 19% del alumnado del centro tiene alguna necesidad de apoyo específico, un 4% más que el año anterior.

Figura 3. *Alumnado con necesidades educativas* (fuente: PGA)

	Nº de alumnos
NEAE (Necesidades específicas de apoyo educativo)	16
NEE (Necesidades educativas especiales)	18
COMPE (Compensación educativa)	42
DEA (Dificultades específicas de aprendizaje)	5
AACC (Altas capacidades intelectuales)	18

La distribución del alumnado por cursos es la siguiente:

Figura 4. *Distribución alumnado por cursos* (fuente: PGA)

NIVEL	ALUMNADO	GRUPOS
1º ESO	94	4
2º ESO	66	3
3º ESO	87	3
1º DIVERSIFICACIÓN	10	1
4º ESO	87	3
2º DIVERSIFICACIÓN	15	1
1º BACHILLERATO	62	2
2º BACHILLERATO	60	2
1º BACHILLERATO INTERNACIONAL	23	1
2º BACHILLERATO INTERNACIONAL	18	1

El grupo referido en este proyecto es de 4º de la ESO, en Matemáticas B, asignatura obligatoria para el alumnado que elija la opción Científica (Biología y Geología y Física y Química). Está formado por 18 alumnos, 5 chicas y 13 chicos, y de edades comprendidas entre 15 y 16 años. Todos proceden de 3º de la ESO y no hay ningún alumno repetidor. Son todos españoles, excepto un alumno que procede de Colombia, otro de Honduras y una alumna de Perú. La convivencia en el grupo es muy buena, se observa respeto, compañerismo e interés por la asignatura, puesto que se muestran atentos en clase, realizan preguntas con frecuencia, y la mayor parte de ellos trae las tareas hechas.

Con respecto al alumnado con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE), hay un alumno con Altas Capacidades Intelectuales (ALCAIN – AACC). Según la PGA, el centro tiene

un Plan de atención a alumnado con altas capacidades y una propuesta para elaborar un Proyecto para Alumnado de Altas Capacidades junto con el AMPA, el Ayuntamiento de la localidad y el Equipo de Orientación para las Altas Capacidades y el Centro Territorial de Innovación y Formación (CTIF) del área regional.

En cuanto al marco socioeconómico de las familias del centro, se corresponde con el perfil que caracteriza a la localidad, y son predominantemente de clase media-alta, y dedicadas principalmente al sector servicios (empresas, comercio, administración).

Existe una Asociación de Madres y Padres de Alumnos (AMPA), que agrupa a los tutores legales de los estudiantes del centro que se inscriben en ella.

4. Descripción curricular

4.1. Asignatura o ámbito

Este proyecto de innovación se desarrolla en una clase de Matemáticas B de 4º de la ESO de un instituto localizado en la Comunidad de Madrid. El alumnado que elija la opción científica (Biología y Geología y Física y Química) cursará Matemáticas B, donde se profundiza en los procedimientos algebraicos, incorporando contextos matemáticos, científicos y sociales.

El aprendizaje de las matemáticas es fundamental para el desarrollo de competencias esenciales tanto en el ámbito escolar como en la vida diaria del alumnado, por ejemplo, y entre otras: desarrollo de habilidades lógicas y analíticas, resolución de problemas y situaciones complejas, capacidad de razonamiento y abstracción, orden, creatividad, y constancia. En esta etapa, los adolescentes, que en 4º de la ESO, tienen entre 15 y 16 años, están desarrollando la capacidad de pensamiento abstracto y sistemático, el razonamiento lógico y la reflexión sobre sus actividades cognitivas, lo que fomenta la metacognición y el aprendizaje autónomo. Esto incide directamente en su aprendizaje, ya que pueden incrementar su capacidad de retención, de organización de la información, de asimilación de nuevos conceptos y de análisis y crítica de los contenidos, y pueden enfrentarse a problemas más complejos y abstractos. En el caso específico de las matemáticas, los estudiantes serán capaces, por ejemplo, de trabajar con conceptos abstractos como variables en álgebra, y formular hipótesis y pronosticar soluciones.

Para la Comunidad de Madrid, el decreto por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria es el DECRETO 65/2022 B.O.C.M. Núm. 176, de 26 de julio del 2022, del Consejo de Gobierno. De acuerdo con el decreto, los seis bloques principales de contenidos para matemáticas son:

1. Números y operaciones (operaciones y relaciones): aplicación del conocimiento sobre numeración, cálculo y operaciones.

2. Medida y geometría (medición y cambio): centrada en la comprensión y comparación de atributos de los objetos del mundo que nos rodea, así como de la medida de la incertidumbre.

3. Geometría en el plano y en el espacio: comprende los aspectos geométricos de nuestro entorno y sus relaciones, su ubicación y clasificación.

4. Álgebra: patrones, modelo matemático, igualdad y desigualdad, relaciones y funciones, pensamiento computacional.

5. Estadística: comprende el análisis y la interpretación de datos.

6. Actitudes y aprendizaje: actitudes, trabajo en equipo y toma de decisiones e inclusión, respeto y diversidad. Este bloque no debe trabajarse de forma aislada, sino a lo largo del desarrollo de la materia.

El bloque donde se desarrolla el proyecto de innovación es el tercero: geometría en el plano y en el espacio, y más concretamente, dentro de la geometría analítica y con relación al tema de localización y sistemas de representación, con foco en los siguientes contenidos oficiales:

- Coordenadas, puntos y vectores.

- Conocimiento de las diferentes expresiones algebraicas de una recta: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.

- Estudio y discusión analítica de las diferentes posiciones relativas de un par de rectas en el plano: incidencia.

- Representaciones, visualización, razonamiento y modelización geométrica con herramientas tecnológicas como programas de geometría dinámica.

4.2. Relación con el currículo oficial

De acuerdo con el DECRETO 64/2022 BOCM Núm. 176 de 26 de julio del 2022, del Consejo de Gobierno, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid, el currículo oficial de la materia incluye diez competencias específicas. Dos de ellas aluden directamente a las conexiones matemáticas:

> Competencia específica "5: Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado." (Decreto 64/2022, BOCM Núm. 176, p. 620).

> Competencia específica "6: Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas." (Decreto 64/2022, BOCM Núm. 176, p. 620).

Las competencias matemáticas específicas, criterios de evaluación asociados y descriptores operativos de las competencias clave que se abordarán en este proyecto, se muestran en la siguiente figura.

Figura 5. *Fundamentación curricular del proyecto de innovación* (elaboración propia)

FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR			
COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	DESCRIPTORES DE LAS COMPETENCIAS CLAVES. PERFIL DE SALIDA	SABERES BÁSICOS
1.	1.2. Analizar y seleccionar diferentes herramientas y estrategias elaboradas para resolver un mismo problema valorando su eficiencia 1.3. Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de un problema movilizando los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias	CD2, STEM1, STEM4, CPSAA3, CCL1	C.Geometría en el plano y el espacio 2. Localización y sistemas de representación: -Coordenadas, puntos y vectores. -Conocimiento de las diferentes expresiones algebraicas de una recta: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver. -Estudio y discusión analítica de las diferentes posiciones relativas de un par de rectas en el plano: incidencia.
3.	3.3. Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas y problemas	CD2	
5.	5.1. Deducir relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente. 5.2. Analizar y poner en práctica conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.	CD2, STEM3, STEM4, CPSAA3	
6.	6.1. Proponer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real y las matemáticas, y usando los procesos inherentes a la investigación científica y matemática: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir. 6.2. Analizar y aplicar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias realizando un análisis crítico.	CD2, STEM3, STEM4, CPSAA3	
7.	7.2 Seleccionar entre diferentes herramientas, incluidas las digitales, y formas de representación (pictórica, gráfica, verbal o simbólica) valorando su utilidad para compartir información.	CD2, STEM4	
10.	10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa, tomando decisiones y realizando juicios informados	STEM3, CPSAA3, CCL1	

Este proyecto de innovación está alineado directamente con los objetivos generales marcados en el currículo oficial vigente de la Comunidad de Madrid. Se trata de intentar mejorar la comprensión de conceptos matemáticos, como el de vector, las rectas y sus ecuaciones, o la pendiente. Estos forman parte de los contenidos específicos del currículo

oficial de matemáticas, dentro del bloque de geometría. Se aplicarán metodologías activas en los procesos educativos, que ayuden al establecimiento de conexiones matemáticas, tanto internas en el ámbito puramente matemático, como externas con otras materias y en la vida cotidiana. Estas son incluidas específicamente en el decreto como competencias específicas a desarrollar por el alumnado.

5. Diseño del proyecto de innovación docente

5.1. Enfoque metodológico

El enfoque metodológico diseñado para este proyecto es una combinación de distintas metodologías activas como la lluvia de ideas, los mapas mentales, el aprendizaje cooperativo y el aula invertida. También se incorporan en las actividades varios recursos que ofrecen las nuevas tecnologías, como, por ejemplo: vídeos de geometría analítica en plataformas educativas, cuestionarios digitales, juegos matemáticos online y tareas en plataformas como GeoGebra. Y todo ello íntimamente inserto en el marco teórico de las conexiones matemáticas, tanto intramatemáticas como extramatemáticas.

Se considera que la aplicación de este enfoque es pertinente por los siguientes motivos:

- Se utilizarán técnicas como la lluvia de ideas y la elaboración de mapas mentales. Estas estrategias permiten atacar barreras habituales en el aprendizaje de la geometría analítica. Entre ellas, la dificultad provocada por la abstracción de ciertos conceptos. Además, estas técnicas potencian la activación y la construcción de nuevo conocimiento. También facilitan la visualización de conexiones matemáticas y de relaciones con otros contextos. Todo ello desde un enfoque intuitivo y representativo.
- Se busca que el estudiantado perciba las matemáticas como un todo unido coherente. Para ello, se vinculan fundamentos de distintas áreas, como la geometría y el álgebra. Además, se les dota de un sentido práctico al conectarlas con ámbitos reales.
- Se usará el trabajo cooperativo para potenciar las habilidades sociales y la responsabilidad individual. Además del intercambio de ideas, el razonamiento compartido y el aprendizaje conjunto. El entorno será inclusivo, flexible y seguro, bajo la supervisión del docente.

- Se aplicarán las nuevas tecnologías para proporcionar múltiples representaciones de los contenidos. Se favorece el aprendizaje del alumnado de un modo más personal, activo, flexible y práctico.

En términos generales, se pretende que esta fusión nos acerque a la consecución de los objetivos del proyecto. Se potenciará la comprensión, el interés y ganas de aprender y el valor práctico de la geometría analítica en el aula de 4º de la ESO. Además, se situará al alumnado en el centro de los procesos didácticos y será actor comprometido y principal de su aprendizaje.

5.2. Descripción de las actividades

Los saberes básicos que se van a trabajar en las actividades que se describen a continuación, corresponden, dentro del currículo oficial de Matemáticas B de 4º de la ESO al bloque C: Geometría en el plano y el espacio, sección 2. Localización y sistemas de representación:

- Coordenadas, puntos y vectores.
- Conocimiento de las diferentes expresiones algebraicas de una recta: selección de la más adecuada en función de la situación a resolver.
- Estudio y discusión analítica de las diferentes posiciones relativas de un par de rectas en el plano: incidencia.

Actividad 1: Lluvia de ideas + Mapa Mental + Juego Grupal de memoria y conexiones (Activación)

Se inicia esta actividad con una **lluvia de ideas**, que va a ocupar dos **sesiones (1 y 2)** con las que se inicia el tema.

El docente abrirá con un breve resumen de los principales aspectos que vamos a tratar en el tema de geometría analítica, que son principalmente: coordenadas, puntos y vectores, pendiente, rectas y sus expresiones algebraicas y posiciones relativas de dos rectas en el plano. Tras la introducción, la clase se divide en grupos base de cuatro alumnos, que juntarán sus mesas. Los grupos se formarán por el docente, que se ayudará de un sociograma realizado con anterioridad. Sus normas de funcionamiento y roles se acordarán entre el docente y los grupos con anterioridad a los trabajos. Se pretende fomentar la colaboración, la creatividad,

el intercambio y análisis compartido de ideas, la responsabilidad y el trabajo conjunto hacia una meta común, bajo la estructura del aprendizaje cooperativo según Johnson & Johnson.

Después de la formación de los grupos, los distintos equipos juntarán sus mesas y el docente repartirá a cada grupo una batería de preguntas abiertas, como, por ejemplo: ¿qué necesitáis para representar un punto en el plano?, ¿sabéis que son las coordenadas cartesianas?, ¿a que os suena vector?, ¿habéis tratado magnitudes vectoriales en la asignatura de física?, ¿podéis decir alguna?, ¿qué necesitáis para definir una magnitud vectorial?, ¿qué es una recta?, ¿qué es necesario para definir una recta?, ¿podéis dar ejemplos de rectas en contextos reales?, ¿sabéis algún otro concepto que esté relacionado con el de recta?, ¿podéis explicar lo que es la pendiente de una recta?, ¿con que relacionáis la pendiente en ámbitos cotidianos?, ¿se os ocurren aplicaciones prácticas o disciplinas o trabajos que tengan relación con todos los conceptos anteriores?, etc.

Los distintos grupos debaten después sobre las preguntas formuladas y escriben todos los conceptos e ideas que surgen. El docente pasará por todos los grupos para asegurar que el trabajo se está desarrollando correctamente y hay una adecuada interacción grupal. Monitorizará que todas las ideas son respetadas y valoradas y figuran en el escrito, y aclarará ante toda la clase cualquier duda o pregunta que pueda surgir con respecto a cualquiera de las ideas. Una vez que todos los componentes del equipo están de acuerdo con las ideas propuestas, cada uno de los componentes las apuntará en un papel, que necesitará para la siguiente actividad.

Finalmente, el docente mostrará al alumnado los pasos necesarios para preparar la siguiente sesión. Explicará que es un mapa mental de estructura radial, y como hacer uno a partir de una lluvia de ideas, usando aplicaciones informáticas como MindManager y realizará paso a paso un pequeño ejemplo práctico, usando el ordenador de clase y el proyector digital.

La segunda fase de la primera actividad consiste en la creación por parte del alumnado y de los grupos de un **mapa mental de estructura radial**, y va a ocupar **dos sesiones (3 y 4)**.

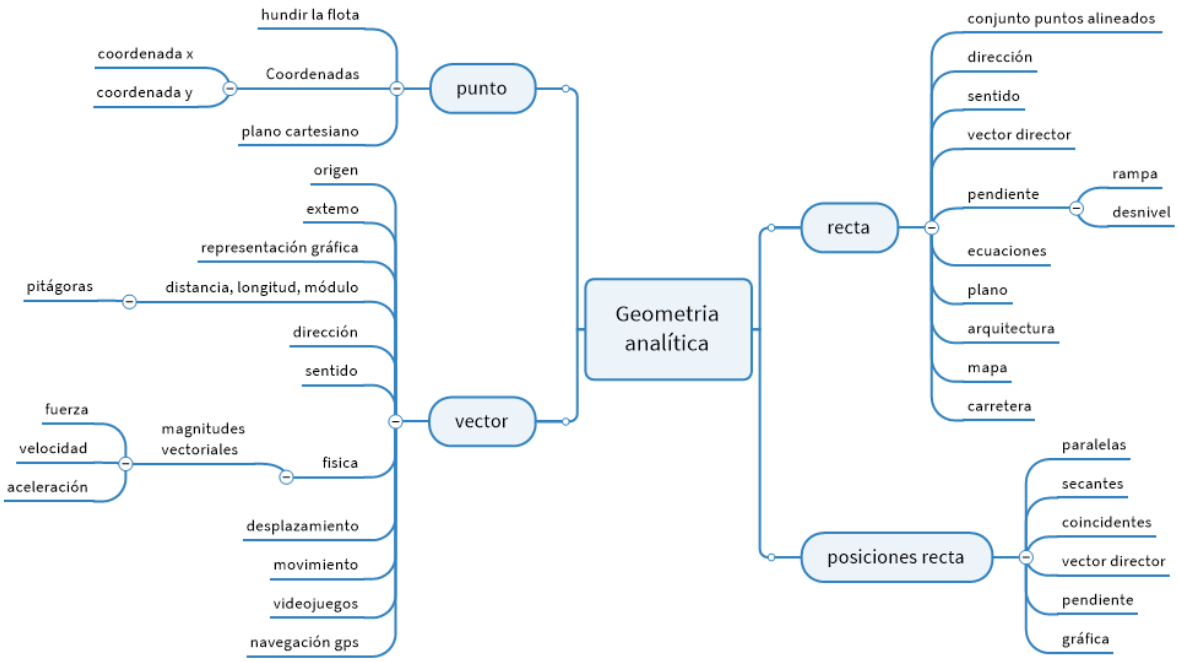
La primera parte de esta sesión se va a desarrollar en casa. El alumnado parte del escrito que se ha trabajado en equipo anteriormente, con todas las ideas planteadas por el grupo. Después crea un mapa mental de estructura radial, usando un programa gratuito, por

ejemplo: MindMeister, MindMaple o MindManager. Se pretende que el alumnado reflexione sobre las ideas planteadas y que busque conexiones entre ellas y las plasme en el mapa.

Se continua después en el aula. El alumnado se distribuye en los grupos base establecidos, juntando sus mesas. El alumnado presentará y explicará al resto de su equipo su mapa mental radial. A partir de ahí, todo el grupo trabajará cooperativamente en la elaboración de un mapa mental radial en común. Para que el mapa radial se considere final, todos los componentes del grupo tienen que dar su aprobación. Cada grupo expondrá su mapa mental radial al resto de la clase.

La exposición será oral, cada miembro del equipo tiene que presentar una sección del mapa, y se pueden apoyar en la pizarra tradicional o en la pizarra digital y usar programas informáticos o aplicaciones.

Figura 6. *Ejemplo de mapa mental de estructura radial* (elaboración propia)



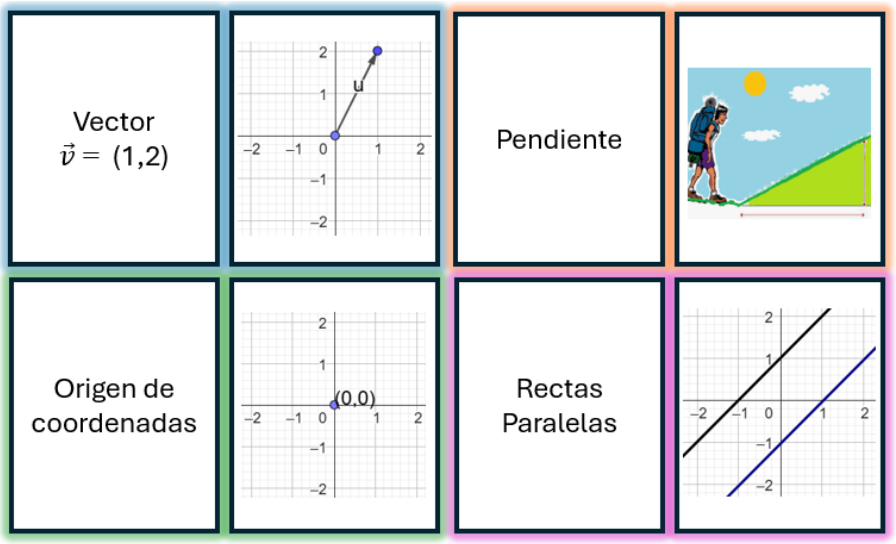
Tras las exposiciones, se procederá a una votación individual del mejor mapa mental radial, con la condición de que el alumnado no puede votar a su respectivo grupo. El mapa mental radial ganador se imprimirá en formato poster y se colgará en el aula.

La última fase de esta primera actividad consiste en un **juego de memoria y conexiones** en grupo, y va a ocupar una **sesión (5)**.

Para ello se preparan un set de 20 parejas de tarjetas para cada grupo.

En primer lugar, el docente explicará a la clase en que consiste el juego. Este se va a desarrollar con los mismos grupos y consiste en poner todas las tarjetas boca abajo e ir levantando pares de tarjetas hasta conseguir formar las 20 parejas que están conectadas. Las parejas van a pertenecer a distintas categorías: puntos y coordenadas, vectores, rectas y sus ecuaciones y pendiente y conexiones de conceptos de la geometría analítica con la vida real.

Figura 7. *Ejemplo de parejas de tarjetas* (elaboración propia)



En esta actividad se pretende potenciar un aprendizaje activo y cooperativo, en una atmósfera más lúdica. Partiendo de la experiencia adquirida en las dos actividades anteriores, se pretende que el alumnado reflexione y aplique lo aprendido. Se aprovechará el refuerzo visual para afianzar las conexiones entre los distintos conceptos matemáticos y con contextos de otras materias y de la vida real. El juego termina con un debate con los distintos grupos sobre que parejas les ha resultado más complicado de casar, que conexiones no han entendido, si hay dudas sobre alguno de los conceptos y si hay conexiones que al principio no habían visto pero si después del juego.

Con la Actividad 1, que comprende 5 sesiones, se pretende activar y provocar el interés del estudiantado, despertar conocimientos previos, valorar el punto de partida en cuanto a su comprensión del tema y ayudar a establecer conexiones matemáticas. Se abordan las competencias matemáticas específicas 5., 6., y 7, asociadas a los criterios de evaluación 5.1., 5.2., 6.2., y 7.2., y a los descriptores operativos de las competencias clave: CD2 (usar herramientas digitales para crear conocimiento), STEM3 (fabricar producto en equipo), STEM4

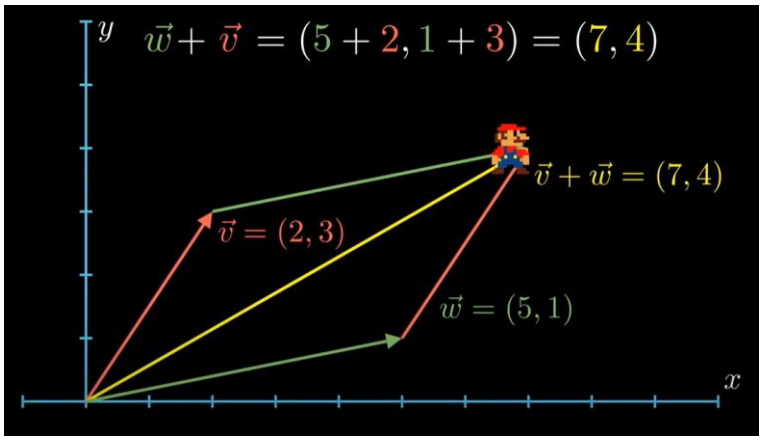
(transmitir elementos matemáticos más relevantes: mapa mental) y CPSAA3 (trabajo cooperativo).

Actividad 2: Visualización de video en casa + Clase Magistral + Cuestionario online (Demostración + Aplicación)

Se inicia esta segunda actividad con la **visualización individual de un vídeo** de YouTube en casa y **clase magistral** en el aula, que va a ocupar dos **sesiones (6 y 7)**.

Para comenzar, el estudiantado visualizará individualmente en casa el vídeo: [ParaDoppler]. (19 de Febrero de 2021). *Vectores y videojuegos* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=rbhcSdgYfA0 , que presenta una introducción visual a los vectores en el plano, sus operaciones y relaciones con aplicaciones de la vida cotidiana como el modelado del desplazamiento de cualquier personaje u objeto en la programación de los videojuegos. El alumnado preparará un esquema o resumen con las ideas principales del vídeo.

Figura 8. *Vectores y videojuegos* (captura del vídeo, ParaDoppler, YouTube)



La sesión continua en el aula. Primero el docente preguntará por voluntarios que quieran exponer ante la clase las ideas principales que han extraído de la visualización del vídeo visto en casa, si ha surgido alguna duda o cualquier otro comentario que les gustaría compartir.

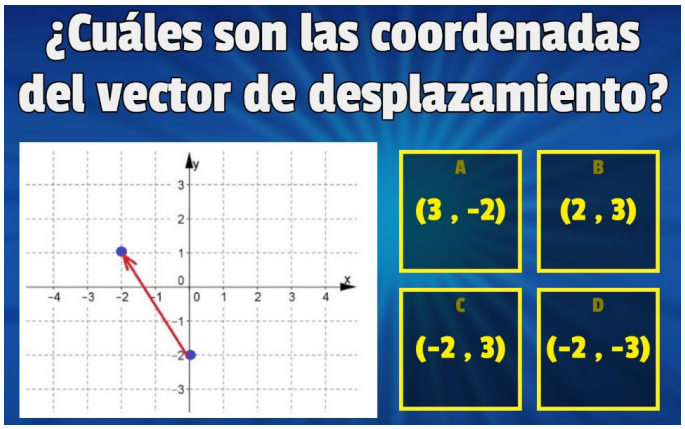
Después, el docente dará una clase magistral mediante exposición oral con apoyo de la pizarra, en la que detallará la definición de vector, sus componentes y su representación en el plano, el cálculo del módulo y operaciones con vectores. En la explicación se introducirán conexiones matemáticas como, por ejemplo, la conexión entre los puntos y sus coordenadas

y los vectores, entre la distancia entre puntos y el módulo del vector y el teorema de Pitágoras para calcularlo.

Al finalizar la sesión, se propondrá tarea para casa, con ejercicios del libro de texto para practicar los contenidos dados en clase. Ya en el aula, el docente preguntará por voluntarios para salir a hacer a la pizarra los ejercicios que se propusieron como tarea para casa, se corregirán y se harán problemas adicionales en clase para practicar y afianzar el aprendizaje del contenido tratado.

La segunda fase de la Actividad 2, consiste en la realización de un **cuestionario online** de 15 preguntas: [Profeberny]. (11 de Septiembre de 2022). *Puntos en el plano y vectores* [Cuestionario online]. Wordwall. https://wordwall.net/es/resource/35584633/matem%c3%a1ticas/puntos-en-el-plano-y-vectores . Se va a desarrollar en el aula, y va a llevar una **sesión (8)**. Se usará el ordenador y el proyector digital. Tras cada pregunta, el docente pausará el cuestionario y dejará un tiempo para que el alumnado resuelva la cuestión en su cuaderno y seguidamente se preguntará a la clase cual es la solución y se comprobará, dejando también un tiempo para preguntas después de cada resolución.

Figura 9. *Puntos en el plano y vectores* (captura del cuestionario, Profeberny, Wordwall)



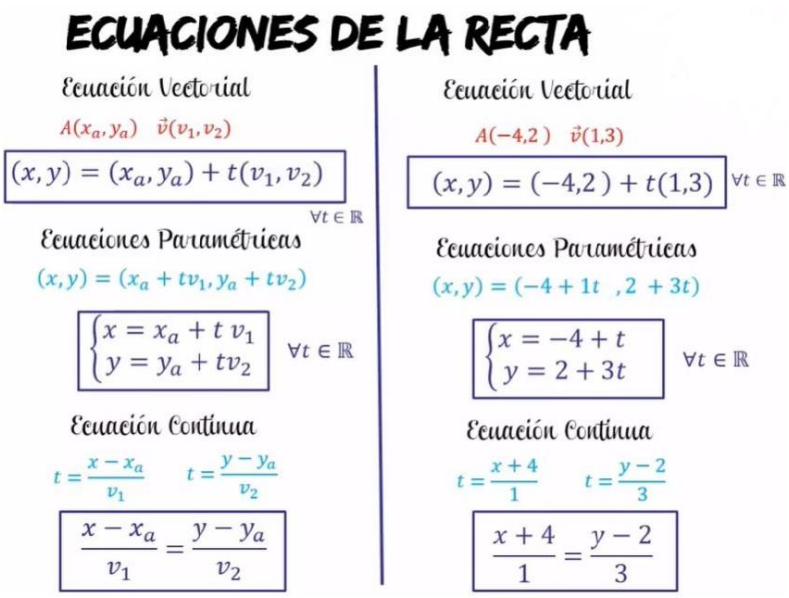
En la Actividad 2 se abordan las competencias matemáticas específicas 1., 3., y 5., asociadas a los criterios de evaluación 1.2., 3.3., y 5.2., y a los descriptores operativos de las competencias clave: CD2 (crear conocimiento a través de visualización de video digital de contenido, realizar cuestionario online), CE3 (reflexión y decisión ideas principales), STEM1 (resolución problemas), y STEM4 (representación - esquema).

Actividad 3: Aula invertida + Clase Magistral + Trabajo cooperativo + Juego online (Demostración + Aplicación)

La primera fase de la tercera actividad va a consistir en un **aula invertida,** seguida de una **clase magistral**, y va a ocupar una **sesión (9)**.

En primer lugar, se prepara una tarea para que el alumnado vea individualmente en casa un vídeo: [Rafael Sánchez]. (s.f.). *Ecuaciones de la recta* [Vídeo]. Edpuzzle. https://edpuzzle.com/media/67e39df1fcb25d208ff36fe5, en el que se explica cómo construir las distintas expresiones algebraicas de la recta dado un punto y un vector. El alumnado preparará un esquema que deberán traer al día siguiente a clase con las distintas ecuaciones.

Figura 10. *Ecuaciones de la Recta* (captura del vídeo, Sánchez, R., Edpuzzle)



Se consideran las dificultades que presenta el alumnado con las expresiones algebraicas de la recta y se pretende que tenga un primer contacto con el contenido en casa que le dé la oportunidad de activar el aprendizaje y reflexionar, en preparación para la clase.

Luego ya en el aula, se aclarará cualquier duda que haya podido surgir tras el visionado del vídeo en casa. Seguidamente, el docente dará una clase magistral mediante exposición oral con apoyo de la pizarra. Se detallará paso a paso la construcción de las distintas ecuaciones de la recta, de manera teórica y con ejemplos prácticos, y como pasar de una ecuación a otra.

La tarea para casa será un ejercicio similar al demostrado paso a paso en clase, que se corregirá al día siguiente en el aula.

La siguiente fase, se va a desarrollar en el aula, se aplica **aprendizaje cooperativo** y va a llevar dos **sesiones (10 y 11)**.

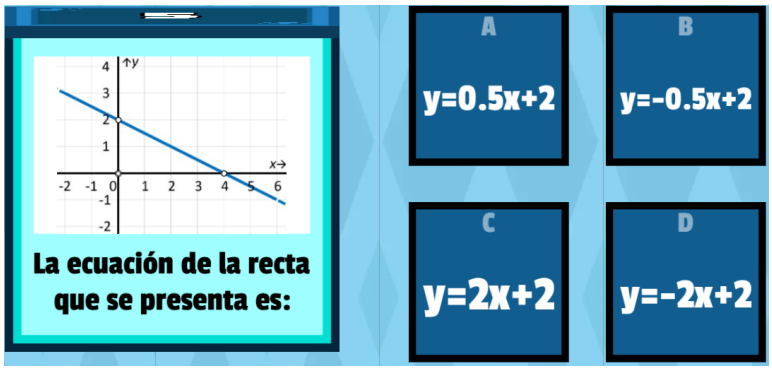
El alumnado se dividirá en los grupos base, y juntará sus mesas. El docente reparte el siguiente problema a cada grupo: "Halla todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos del plano P (-2,1) y Q (2,-3): ecuación vectorial, ecuaciones paramétricas, ecuación continua, ecuación punto-pendiente, ecuación explícita y ecuación general."

Para el trabajo cooperativo de resolución del problema vamos a usar la técnica 1-2-4, parejas de hombros. Tendrán que ponerse de acuerdo en elegir que procedimiento les parece mejor, y consensuar una solución común. En todo momento el docente estará pendiente de la dinámica de los grupos, y de cualquier pregunta que pudieran tener. Cuando todos los grupos tienen su solución, procederán a explicarla en la pizarra y si hiciera falta corrección, podrán intervenir tanto el resto de los grupos, como el docente.

Se pretende ayudar a la construcción del aprendizaje desde la cooperación, la resolución de problemas, el pensamiento crítico, la reflexión y el establecimiento de conexiones matemáticas entre la geometría y el álgebra a través de la representación de las rectas a través de ecuaciones y del cálculo de puntos de corte, cuando los haya, con la resolución de sistemas.

La última parte de la Actividad 3 se va a desarrollar en casa, y va a llevar una **sesión (12)**. Es una tarea en la que el alumnado tendrá que completar un **juego online**:
[Udlayenypadilla]. (1 de Abril de 2022). *Ecuación de la recta* [Juego online]. Wordwall.net. https://wordwall.net/es/resource/27127059/ecuaci%C3%B3n-de-la-recta.

Figura 11. *Ecuación de la Recta* (captura del juego online, Udlayenypadilla, Wordwall)



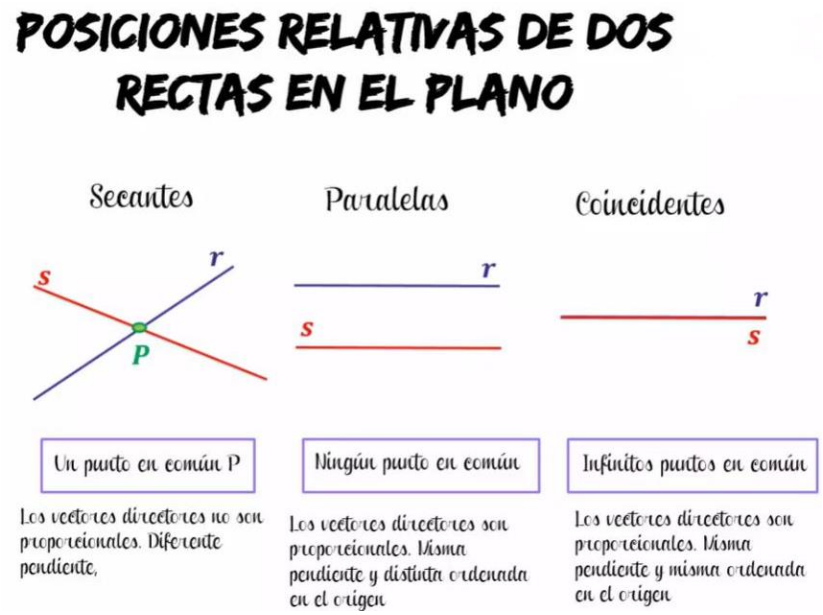
Al día siguiente se preguntará si ha habido cualquier tipo de duda, se resolverá el juego en el ordenador de clase y se proyectará en la pizarra digital.

En la Actividad 3 se abordan las competencias matemáticas específicas 1., 3., 5., y 10., asociadas a los criterios de evaluación 1.3., 3.3., 5.1., y 10.1., y a los descriptores operativos de las competencias clave: CCL1 (exposición oral), CD2 (crear conocimiento a través de visualización de video digital de contenido, realizar cuestionario online), CPSAA3 (trabajo cooperativo), STEM1 (seleccionar y emplear distintas estrategias para resolver problemas) y STEM4 (transmitir los elementos más relevantes a través de esquema).

Actividad 4: Aula invertida + Trabajo cooperativo + GeoGebra + Juego online (Demostración + Aplicación)

Para comenzar la Actividad 4, se aplica la técnica de **Aula invertida** y posteriormente análisis de casos con **aprendizaje cooperativo**. Esto llevará dos **sesiones (13 y 14)**. En la primera parte se prepara una tarea para que el alumnado vea individualmente en casa un vídeo: [Ana Siguero Chinchilla]. (s.f.). *Posiciones relativas de dos rectas* [Vídeo]. Edpuzzle. https://edpuzzle.com/media/67e5922a9140f2ba0208c45f, preparen un esquema con las ideas principales y las dudas que les surgen al ver el vídeo y resuelvan los ejercicios propuestos. En este vídeo se explican distintos métodos para averiguar las posiciones relativas de dos rectas, y aplica conexiones matemáticas con los conceptos de vector y de pendiente.

Figura 12. *Posiciones relativas de dos rectas en el plano* (captura del vídeo, Siguero, A., Edpuzzle)

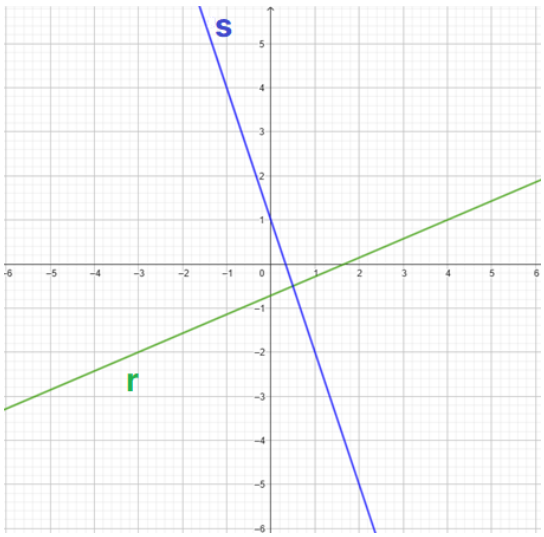


El siguiente paso se desarrolla ya en el aula y se aplicará el análisis de casos con trabajo cooperativo. El alumnado se dividirá en los mismos grupos ya establecidos para las actividades grupales anteriores, y juntará sus mesas. El docente reparte un problema en el que hay que analizar los distintos métodos para averiguar la posición relativa de dos rectas y debatir cual es el mejor. Para el trabajo en grupo vamos a usar la técnica cabezas numeradas. Cada grupo expondrá su análisis y su método de resolución elegido. Finalmente, tras la exposición de cada grupo se abre un tiempo para debate y para resolver cualquier duda o pregunta.

Se hará especial énfasis en la interiorización por parte del alumnado de las conexiones matemáticas entre la pendiente y los vectores directores de las rectas y de ambos conceptos con la posición relativa de las rectas.

En la última parte de la Actividad 4, se plantea un problema similar al realizado en grupo en la actividad anterior para que el alumnado lo realice en casa de manera individual y compruebe su resolución usando la plataforma online de matemáticas GeoGebra. Se pretende que el estudiantado visualice el caso y conecte la representación gráfica con su resolución algebraica.

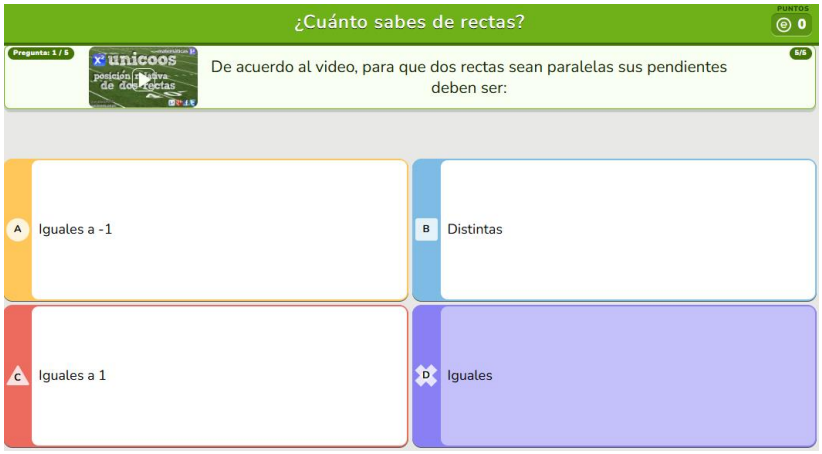
Figura 13. *Representación gráfica en GeoGebra* (elaboración propia)



Se corregirá en clase al día siguiente y se tratará cualquier duda tanto con respecto a la resolución del problema, como con el uso de **GeoGebra**. Esta tarea, junto a la siguiente, van a llevar una **sesión (15)**.

Para finalizar la Actividad 4, el alumnado tendrá que completar un juego online: [Daniela Mansilla Muñoz]. (6 de Agosto de 2024). *¿Cuánto sabes de rectas?* [Juego online]. Educaplay. https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1881376-cuanto_sabes_de_rectas.html

Figura 14. *¿Cuánto sabes de rectas?* (captura del juego online, Mansilla, D., Educaplay)



Se preguntará en el aula si ha habido cualquier tipo de duda, se resolverá el juego en el ordenador de clase y se proyectará en la pizarra digital.

En la Actividad 4 se abordan las competencias matemáticas específicas 1., 3., 5., y 10., asociadas a los criterios de evaluación 1.2., 3.3., 5.2., y 10.1., y a los descriptores operativos de las competencias clave: CCL1 (exposición oral), CD2 (crear conocimiento a través de visualización de video digital de contenido, representación en GeoGebra), CPSAA3 (trabajo cooperativo), STEM1 (reflexión y esquema con distintas estrategias de resolución del problema) y STEM3 (decidir mejor método para resolver problema).

Con esta terminaría el segundo bloque de Actividades 2, 3, y 4, de Demostración y Aplicación. Se han seguido metodologías activas y trabajo cooperativo para el planteamiento, explicación y práctica de los contenidos. De esta manera, el alumnado se adentra de una manera activa en los principios fundamentales de la geometría analítica y profundiza en las conexiones matemáticas entre los conceptos tratados.

Actividad 5: Creación de un plano de la primera planta del instituto (Integración)

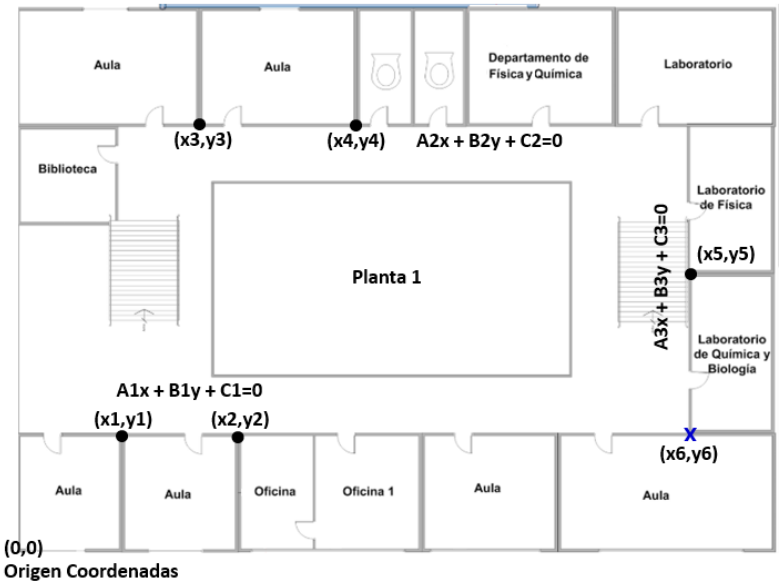
Como actividad complementaria se propone el **diseño en grupo de un plano** a pequeña escala de la planta primera del instituto, en el que se tomará un sistema de referencia, se situarán las distintas salas a través de sus coordenadas y se calcularán distancias y posiciones relativas entre los distintos pasillos, e intersecciones, calculando los puntos de corte. Va a

llevar **dos sesiones (16 y 17)**. En la primera sesión el docente organizará a la clase para la exploración y toma de medidas necesarias de la planta, y en la segunda los grupos habituales trabajarán en la creación del plano a pequeña escala.

En la Actividad 5 se abordan las competencias matemáticas específicas 3., 6., y 10., asociadas a los criterios de evaluación 3.3., 6.1., y 10.1., y a los descriptores operativos de las competencias clave: CCL1 (expresión oral), CD2 (uso herramientas digitales), CE3 (creación ideas, soluciones, toma decisiones en el proceso de creación de prototipo – plano), CPSAA3 (trabajo cooperativo) y STEM3 (participación de todo el grupo, resolución conflictos).

Dentro del modelo de Merrill, es una actividad de Integración en el que se aplican todos los fundamentos matemáticos trabajados a un contexto de la vida real y se refuerzan las conexiones intra y extramatemáticas.

Figura 15. *Ejemplo plano Planta 1* (elaboración propia)



5.3. Criterios organizativos: espacios, temporalización y otros elementos necesarios

Con respecto a la organización del espacio físico, la mayoría de las actividades del proyecto se van a desarrollar en el aula. Cuando sean actividades individuales, la disposición de las mesas será la habitual. Para las actividades grupales, dados que los equipos son de cuatro alumnos, se requerirá juntar sus mesas para que puedan trabajar cooperativamente.

También hay actividades que se trabajan en casa de manera individual, por ejemplo, las visualizaciones de vídeos de contenido de geometría analítica para las aulas invertidas, las tareas propuestas por el docente, y los cuestionarios y juegos online.

Para la actividad de creación de un plano de la primera planta del instituto, se requiere la exploración del alumnado de la planta, para la toma de medidas y la preparación del diseño. Se consultará con Jefatura y Dirección para encontrar el momento más adecuado para realizarla.

El proyecto se va a llevar a cabo en una sola unidad didáctica, llevará 1 mes y consta de 17 sesiones.

La Actividad 1 corresponde a la fase de Activación en el modelo de Merril. Comprende 5 sesiones. Se pretende activar y provocar el interés del estudiantado, despertar conocimientos previos, valorar el punto de partida en cuanto a su comprensión del tema y ayudar a establecer conexiones matemáticas.

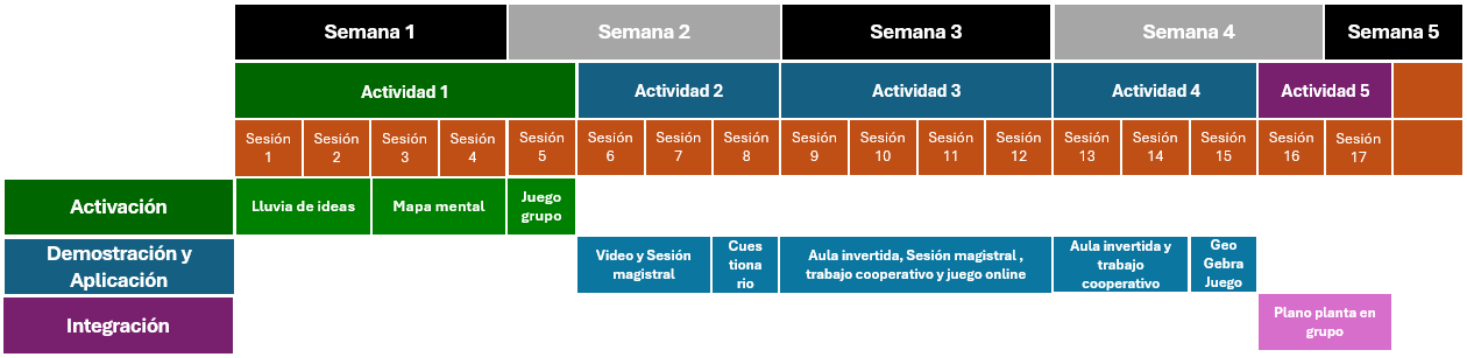
Las Actividades 2, 3, y 4 corresponden a las fases de Demostración y Aplicación en el modelo de Merrill. Comprende 10 sesiones. Se han seguido metodologías activas y trabajo cooperativo para el planteamiento, explicación y práctica de los contenidos matemáticos del tema y sus conexiones: coordenadas, puntos, vectores, pendiente, rectas y sus posiciones relativas. De esta manera, el alumnado se adentra de una manera activa en los principios fundamentales de la geometría analítica y profundiza en las conexiones matemáticas entre los conceptos tratados.

La Actividad 5 corresponde a la fase de Integración en el modelo de Merrill. Comprende 2 sesiones. Se trabaja la creación de un plano de la primera planta del instituto, mediante trabajo cooperativo. Se aplican todos los fundamentos matemáticos trabajados a un contexto de la vida real y se refuerzan las conexiones intra y extramatemáticas.

La Metacognición se va a tratar a lo largo de toda la secuencia de actividades didácticas a través de un diario de clase. El alumnado anotará cada día sus reflexiones acerca de las actividades trabajadas, por ejemplo: que mejoras e hitos de aprendizaje se han conseguido, que dificultades se han observado, que errores se cometieron y que se aprendió de ellos, que actividades le motivaron más y cuales menos, que estrategias se usaron, como evaluaría su

desempeño, etc. De esta manera se ayuda al alumnado a tomar conciencia y a reflexionar sobre su propio aprendizaje, y se fortalece su autorregulación, autoestima y autonomía.

Figura 16. *Temporalización con diagrama de Gantt* (elaboración propia)



5.4. Materiales y recursos necesarios

La clase dispone de pizarra tradicional y pizarra blanca, para facilitar las exposiciones y ordenador y proyector para visualizar contenidos online.

Hay varias actividades que se desarrollan en casa, y para las cuales el alumnado necesita un ordenador y conexión a internet. Si hay alumnado que no tiene ordenador en casa, se le proporcionará un portátil del centro, y si no dispone de conexión a internet, realizará la actividad en el aula de informática del instituto.

En cuanto a las aplicaciones informáticas, para la realización del mapa mental se han propuesto programas que tienen versiones gratuitas, como MindMeister, MindMaple o MindManager. También se usará el software matemático online GeoGebra en un problema de visualización de posiciones relativas de rectas.

El libro de texto se usará como soporte organizado de los contenidos alineados al currículo oficial, y será instrumento de referencia, fuente de ejercicios y problemas y herramienta de estudio y repaso.

Para la realización de la actividad complementaria se usarán metros o aplicaciones móviles como Measure (iOS) o Medidor (Android), cartulinas, reglas y cartabones y rotuladores.

5.5. Justificación de la innovación.

La propuesta de este proyecto se considera innovadora, por las siguientes razones:

- Se sirve de metodologías activas que permiten que el alumnado sea el protagonista de los procesos educativos, a diferencia de la enseñanza tradicional, donde el docente es el centro.
- Se pretende que el estudiantado aprenda de manera activa, haciendo, experimentando, reflexionando, colaborando, y no simplemente escuchando lecciones teóricas y haciendo ejercicios.
- Se pone énfasis en el trabajo cooperativo, fomentando la interacción social, el trabajo en equipo, el intercambio y contraste de ideas y la construcción colectiva de conocimiento.
- Se intentan potenciar las conexiones matemáticas, y que sean uno de los ejes vertebradores del proyecto, y promover una visión total de las matemáticas y de su aplicación al mundo real.
- Se incorporan las tecnologías de la información, para visualizar, investigar, practicar, y experimentar hacia un aprendizaje flexible, inclusivo y personalizado.
- Se proponen también actividades lúdicas, a la vez que didácticas.

Más allá de la mera adquisición de conocimientos, se pretende acercar las matemáticas, y en concreto la geometría analítica al alumnado, cambiar su percepción de que es algo lleno de obstáculos y desconectado de la vida real y despertar su interés y curiosidad.

6. Atención a la diversidad

Este proyecto de innovación educativa está basado en una visión inclusiva y equitativa de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se siguen los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), para atender a la diversidad del alumnado y enriquecer los procesos didácticos.

El grupo referido en este proyecto es de 4º de la ESO, en Matemáticas B. Está formado por 18 alumnos, 5 chicas y 13 chicos, y de edades comprendidas entre 15 y 16 años. Todos proceden de 3º de la ESO y no hay ningún alumno repetidor. Son todos españoles, excepto un alumno que procede de Colombia, otro de Honduras y una alumna de Perú. Se observa en el alumnado distintos niveles de aptitud matemática, así como de motivación ante la asignatura. Todos ellos muestran una buena competencia digital. No se aprecian conflictos de convivencia en el grupo. Con respecto al alumnado con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo

(NEAE), hay un alumno con Altas Capacidades Intelectuales (ALCAIN – AACC), que presenta un bajo desempeño en la asignatura. Es de tipo talento simple, con elevada competencia en el ámbito verbal.

Las actividades didácticas propuestas reúnen distintas metodologías activas como la lluvia de ideas, los mapas mentales, el aula invertida, y el trabajo cooperativo. Se pretende que el alumnado trabaje en tareas asociadas a los distintos niveles de la Taxonomía de Bloom, desde las más simples (recordar, comprender) hasta los niveles superiores (evaluar, crear). Se responde también a los principios del DUA, ya que se proponen múltiples medios de:

- Reconocimiento o representación de la información: vídeos de contenido, lluvia de ideas, representaciones visuales en GeoGebra, clases magistrales.
- Acción y expresión: apuntes, esquemas, mapas mentales, plano de 1ª planta del instituto, resolución de problemas, exposiciones orales.
- Motivación o compromiso: juego grupal de conexiones, cuestionarios y juegos didácticos online, trabajos cooperativos.

Se incluyen tanto tareas individuales como trabajos cooperativos. Las actividades individuales permiten el desempeño del alumnado a su ritmo personal. Se favorece la autodisciplina, el análisis, la concentración y la creatividad, así como la reflexión individual sobre su propio aprendizaje. Los trabajos cooperativos, sustentados en los fundamentos de Johnson & Johnson, potencian la inclusión a través de una configuración del aula que favorece la interdependencia y apoyo mutuo, la participación, la responsabilidad, y las habilidades sociales. El respeto y la confianza serán pilares básicos de la gestión del ambiente en el aula.

Para algunas actividades se hacen uso de tecnologías y recursos digitales. Estas favorecen un aprendizaje personalizado, dinámico y adaptable, y potencian la comunicación y la integración en el aula. Para que la inclusión sea efectiva, es necesario que exista acceso a dispositivos y a Internet. Se tomarán las medidas necesarias para evitar la exclusión que pudiera provocar la brecha digital. El docente proporcionará dispositivos del centro al alumnado que lo requiera. Las actividades se podrán realizar en el aula de informática del centro si no se dispusiera de conexión a Internet en casa.

Como norma general, se avisará al alumnado de las fechas de entrega de tareas y trabajos con la suficiente antelación, para promover la planificación y gestión eficiente del tiempo. Se

les permite moverse en el aula para potenciar su movilidad e interacción social con el intercambio de puntos de vista entre el alumnado. También se integrarán pequeños descansos durante las actividades didácticas, para atenuar la fatiga, reactivar el interés y aumentar la motivación del alumnado. Al finalizar las sesiones educativas, se realizará una batería de preguntas a la clase para asentar y reforzar lo aprendido y favorecer la participación del alumnado.

Se trata de dotar al sistema de flexibilidad, para adaptarse a los distintos ritmos de aprendizaje y necesidades del alumnado y buscar el beneficio general y la inclusión efectiva.

La evaluación se plantea como un proceso formativo e inclusivo. Se adaptará al contexto del alumnado y se contemplarán diversos procedimientos, herramientas e instrumentos. Las herramientas de evaluación serán estructuradas y transparentes y se proporcionarán al alumnado con anterioridad a las tareas. Además de la heteroevaluación, se usará la coevaluación y la autoevaluación, que estimulan la reflexión y la responsabilidad. Se contempla un amplio abanico de instrumentos de evaluación, como esquemas, mapa mental, plano de 1º planta del instituto, resolución de problemas, cuestionarios digitales y exposiciones orales individuales y grupales.

El seguimiento del progreso del estudiantado permitirá al profesorado conocer sus dificultades. En el caso de que el progreso no sea el adecuado, se establecerá un plan de refuerzo individualizado. Puede incluir tareas más simples y fáciles de entender, el soporte tecnológico, cambios en la metodología, o las tutorías individualizadas para revisar dificultades de aprendizaje y trabajar en su resolución.

Se ha considerado al alumno ALCAIN, que es de tipo talento simple con elevada competencia en el ámbito verbal, en el diseño de las actividades didácticas. Se trata de intentar aprovechar sus puntos fuertes para aumentar su motivación y lograr un mejor desempeño en el aprendizaje. Los productos resultantes de las actividades individuales y grupales se expondrán oralmente ante los grupos base o la clase. También se incluye debate en la resolución cooperativa de problemas y en el análisis de casos para buscar la mejor solución.

Para el alumnado con absentismo, justificado o no justificado, se proponen medidas alternativas. Se pueden considerar ajustes temporales con respecto a entregas de tareas o

recuperación de actividades o instrumentos alternativos, como cuadernos o tareas realizadas en casa. Será fundamental una comunicación constante, que podrá ser virtual, a través de plataformas y aulas digitales.

Con respecto al estudiantado con un aprendizaje ágil, se propondrán actividades de ampliación, como trabajos de investigación o resolución de casos más complejos. Se trata de seguir avanzando en su progreso, y potenciar su creatividad y autonomía.

En cualquier caso, se planteará una comunicación fluida con las familias y se programarán reuniones periódicas. Habrá coordinación con el resto del profesorado, y con el equipo de orientación psicopedagógica, para hacer un seguimiento conjunto de casos particulares, por ejemplo, problemas de índole sociofamiliar o cultural, que dificulten el aprendizaje.

7. Evaluación del proyecto de innovación

La evaluación trata de medir el grado de consecución de los objetivos específicos y generales planteados en el proyecto de innovación, y por tanto su impacto y efectividad. Se lleva a cabo por el docente.

Al comenzar el proyecto se va a realizar una evaluación inicial diagnóstica que permite determinar las condiciones de partida, expectativas y carencias. El alumnado realizará de manera individual las siguientes actividades:

- Elaboración de un mapa mental escrito con todas las ideas que se les ocurren sobre la geometría analítica.
- Cuestionario de conexiones, en el que se les pide que asocien imágenes con fundamentos matemáticos.
- Test básico de opción múltiple que abarca la identificación de relaciones entre conceptos matemáticos: puntos, coordenadas, vectores, rectas y sus posiciones relativas, pendiente, ecuaciones de la recta.
- Formulario sobre capacidad de uso de herramientas digitales como GeoGebra o MindManager.
- Reflexión escrita: ¿qué es para ti la geometría analítica? ¿puedes citar aplicaciones de este campo en la vida real? ¿y relaciones con otras materias?, etc.
- Encuesta de opinión y motivación que cubre interés y percepción de las matemáticas (útiles, absurdas, desconectadas de la realidad…).

Se generan así los instrumentos de evaluación del proyecto: mapa mental, cuestionario de conexiones, test básico de opción múltiple, formulario de capacidad de uso de herramientas digitales, reflexión escrita y encuesta de opinión y motivación. Se recogen los resultados iniciales del alumnado en un portafolio a nivel individual y agrupado para toda la clase.

Además, la observación sistemática y el análisis de productos durante la realización de las actividades, permite también una evaluación continua del proyecto. Se contemplarán las adaptaciones dinámicas que sean necesarias, en cuanto a actividades, metodologías, etc. durante el desarrollo del proyecto para su mejora. Por ejemplo, si se observa que el alumnado tiene muchas dificultades para representar correctamente la posición relativa de dos rectas con GeoGebra, se diseñará una actividad adicional de refuerzo. El diálogo con el alumnado y la retroalimentación también será fluido. Se creará un diario de aprendizaje común en el aula virtual, donde tanto el docente como el alumnado puedan compartir sus reflexiones sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Al terminar las acciones formativas del proyecto se llevará a cabo una evaluación final.

El alumnado repetirá las actividades realizadas en la evaluación inicial diagnóstica. Se incluirán las modificaciones pertinentes. Por ejemplo, el test básico de opción múltiple será análogo al inicial, en cuanto a que presentará mismas características y nivel de dificultad, pero nuevas preguntas. Se añadirá un cuestionario para que al alumnado:

- Valore las actividades didácticas desarrolladas durante el proyecto y su satisfacción: ¿Cuál ha sido la actividad que más le ha gustado? ¿Cuál la que menos? ¿Por qué? ¿Qué considera que ha funcionado y que no? ¿Qué cambiaria?
- Medite sobre su propio aprendizaje y aporte cuales han sido sus principales logros y dificultades.

Todos los resultados de las evaluaciones se recogen en el portafolio para su análisis y valoración. Los datos cualitativos, que son las reflexiones escritas, se evalúan a través de una rúbrica que será compartida con el alumnado con anterioridad a las pruebas. El resto de los datos son cuantitativos, y para su evaluación se diseña una tabla de indicadores donde vincularemos los objetivos específicos con métricas, tanto a nivel individual como agregado para toda la clase.

Figura 17. *Tabla de indicadores de efectividad del proyecto de innovación* (elaboración propia: datos simulados)

Objetivos	*Métrica*	*Estado inicial*	*Estado final*	Mejora absoluta	Mejora relativa
Reconocer y analizar obstáculos en comprensión	Profundidad Mapa Mental (0-10)	3.4	7.9	+4.5	+132%
Identificación conexiones intra y extramatemáticas	% aciertos en cuestionario	42%	85%	+43	+102%
Comprensión geometria analítica	% aciertos test opción múltiple	34%	75%	+41	+120%
Capacidad uso herramientas digitales	Autoeficacia (Likert 1-5)	2,7	4,3	+1,6	+59 %
Percepción de las Matemáticas	Motivación (Likert 1-5)	3,1	4,5	+1,4	+45 %

Esta propuesta de evaluación nos permite:

- Definir claramente el estado inicial y el estado final.
- Identificar avances y dificultades.
- Medir de forma objetiva la repercusión y la eficiencia del proyecto en cuanto a la consecución de los objetivos planteados.
- Extraer conclusiones razonadas con respecto a las actividades, estrategias, y las metodologías aplicadas.
- Reflexionar con respecto a lo alcanzado y a oportunidades de aprendizaje y mejora.

8. Contribución del proyecto a los ODS

Este proyecto de innovación se alinea principalmente con los siguientes Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 de Naciones Unidas:

- ODS 4: Educación de calidad: Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad, y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos.
- ODS 5: Igualdad de género: Lograr la igualdad entre los géneros y empoderar a todas las mujeres y niñas.
- ODS 10: Reducción de las desigualdades.
- ODS 17: Alianzas para lograr los objetivos.

El proyecto aborda directamente el ODS 4: Educación de calidad. La aplicación de metodologías activas como el aula invertida, la lluvia de ideas, el uso de mapas mentales, o el trabajo cooperativo, promueven que el alumnado sea el actor principal de su aprendizaje. El marco de las conexiones matemáticas promueve una visión total de las matemáticas y de su aplicación al mundo real. Esto favorece una educación de calidad a través de un aprendizaje autónomo, significativo, cooperativo y reflexivo.

Con respecto al ODS 5: Igualdad de género, el proyecto promueve y garantiza la participación igualitaria del alumnado, la igualdad de condiciones, la equidad de oportunidades, y el liderazgo compartido, independientemente del género.

En relación con el ODS 10: Reducción de las desigualdades, el proyecto se desarrolla a través de metodologías activas, que potencian una educación inclusiva y que permiten atender a distintos ritmos de aprendizaje. Esto facilita responder a la diversidad del alumnado.

Finalmente, para el ODS 17: Alianzas para lograr los objetivos, el proyecto potencia la colaboración, el intercambio de ideas, y el trabajo cooperativo del alumnado hacia metas comunes. Esto contribuye al desarrollo de aptitudes sociales y redes de apoyo.

Se espera que el proyecto tenga un impacto a corto plazo en la mejora de la participación y motivación del estudiantado en el aprendizaje de la geometría analítica, a través de un enfoque didáctico activo y cooperativo.

A largo plazo, y en general, el proyecto pretende promover un entorno de aprendizaje inclusivo, dinámico y de calidad. Además, se intenta cambiar la percepción actual de gran parte del alumnado de que las matemáticas son algo desconectado de la realidad, y aumentar su interés y compromiso en su aprendizaje.

9. Conclusiones

La implementación de este proyecto de innovación tiene como meta principal la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría analítica para un nivel de 4º de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Se pretende lograr dicha mejora a través de la evolución desde unos procesos didácticos más tradicionales y expositivos a enfoques más activos como el aula invertida, el uso de mapa mentales, y el trabajo cooperativo, en el marco teórico de las

conexiones matemáticas. Se intenta potenciar un aprendizaje significativo e integral y lograr un efecto positivo en la actitud del alumnado hacia su formación matemática.

Con respecto a los resultados esperados, se destacan:

- Incremento en la capacidad de comprensión del alumnado de los fundamentos matemáticos clave de la geometría analítica: puntos, rectas, vectores, pendiente, posiciones relativas. El uso de mapas mentales y herramientas digitales como GeoGebra propicia la articulación de conexiones intra y extramatemáticas. Se potencia una visión integrada de las matemáticas y un aprendizaje más profundo y duradero.
- Desarrollo de la autonomía y responsabilidad del estudiantado. Metodologías activas como el aula invertida facilitan que el alumnado sea actor principal de su propio aprendizaje. Se preparan contenidos en casa, y se puede dedicar más tiempo de clase a la cooperación intelectual y social.
- Transformaciones positivas en el aula. Los trabajos cooperativos fomentan una clase activa, participativa, inclusiva y dinámica, que mejoren la comunicación, el pensamiento crítico, el compromiso y la motivación del alumnado.

El despliegue del proyecto aportará oportunidades para aprender sobre las potencialidades y limitaciones de las metodologías activas en un entorno didáctico real. Se considera que una faceta que puede ser particularmente productiva es la sinergia entre el trabajo cooperativo y las conexiones matemáticas. La interacción grupal del alumnado fomenta el intercambio de ideas y de perspectivas y la asociación de conceptos, procesos y contextos. Se contribuye así a una generación compartida de conocimiento.

A la vez, se reconocen obstáculos que pueden surgir en la implementación del proyecto. Se destaca la resistencia inicial del alumnado al uso de metodologías activas que les pueden resultar novedosas y alejadas de su experiencia previa. Se está también atento a la posible brecha digital y se trabaja en que todo el alumnado tenga las mismas oportunidades en el acceso y uso de recursos digitales. Estas potenciales barreras ofrecen oportunidades de reflexión y aprendizaje, de la mejora continua del proyecto y de la práctica profesional.

Desde el diseño y revisión crítica del proyecto, se plantean las siguientes recomendaciones para futuras acciones:

- Comenzar la aplicación del proyecto con una unidad didáctica específica, en este caso la geometría analítica. Se puede tratar como un proyecto piloto para evaluar el impacto, identificar factores de mejora y refinar el proceso antes de considerar su despliegue a otras unidades curriculares.
- Introducir al alumnado en las metodologías activas con sesiones iniciales de formación. Describir de forma clara las dinámicas de trabajo y las expectativas, para asegurar compromiso y participación.
- Considerar la necesidad de sesiones de instrucción en metodologías didácticas activas para el profesorado.
- Garantizar la inclusión digital. Verificar que los materiales didácticos digitales son accesibles para todo el alumnado.
- Implementar medidas de evaluación continua y formativa a lo largo de los procesos didácticos que permitan ajustes y retroalimentación constante a todas las partes.
- Compartir la implementación y seguimiento con el equipo docente. Buscar su colaboración en el aporte de nuevos enfoques que contribuyan al enriquecimiento del proyecto.

Este proyecto de innovación me ha permitido reflexionar sobre mi próxima labor docente. Mi objetivo es poder diseñar y aplicar propuestas educativas basadas en metodologías activas, y articuladas en marcos teóricos sólidos, como ha sido, en este caso, el de las conexiones matemáticas. Considero que así se potenciará un aprendizaje significativo y profundo y un desarrollo integral del alumnado y se favorecerá una relación más positiva y reflexiva con las matemáticas. Creo que proyectos como este pueden ayudar de una manera modesta a marcar nuevas rutas para una educación matemática más significativa y humana y en consonancia con las necesidades del alumnado actual y futuro.

10. Referencias

Alsina, A., y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0- 6: Educación Matemática en la Infancia, 3*(2), 23-36. https://doi.org/10.24197/ed-main.2.2014.23-36

Alves, M., Mendoça, T. y C. Coletti (2010). "A transição ensino médio e Superior: a noçao de retas e planos emR2 e R3". En: P. Lestón (editora). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 23. México.

Appova, A., & Berezovski, T. (2013). Commonly identified students' misconceptions about vectors and vector operations. In *Proceedings of the Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 8-17). RUME.

Arellano, F. y A. Oktaç (2009). "Algunas dificultades que presentan los estudiantes al asociar ecuaciones lineales con su representación gráfica". En: P. Lestón (editora). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Vol. 22. México.

Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority (ACARA) (2012).Australian Curriculum: Mathematics. Australia. Recuperado de http://www.australiancurriculum.edu.au/Mathematics/Rationale

Baki, A., Çatlıoğlu, H., Coştu, S. y Birgin, O. (2009). Conceptions of high school students about mathematics connections to the real-life. *Procedia Social and Behavioral Sciences, I*,1401-1407 https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2009.01.247

Barniol, P., y Zavala, G. (2014a). Evaluación del entendimiento de los estudiantes en la representación vectorial utilizando un test con opciones múltiples en español. Revista mexicana de física E, 60(2), 86-102.

Barniol, P., & Zavala, G. (2014b). Force, velocity, and work: The effects of different contexts on students' understanding of vector concepts using isomorphic problems. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 10*(2), 1-15. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.020115

Bingölbali, E. y Coşkun, M. (2016). A Proposed Conceptual Framework for Enhancing the use of Making Connections Skill in Mathematics Teaching. *Education and Science*, 41(183), 233-249.

Businskas, Aldona M. (2008) Conversations about connections: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. DegreePh. D. -- Simon Fraser University, 2008

Campo-Meneses, K. G. y García-García, J. (2021). La comprensión de las funciones exponencial y logarítmica: una mirada desde las conexiones matemáticas y el Enfoque Ontosemiótico. *PNA 16(1)*, 25-56. DOI: 10.30827/pna.v16i1.15817

Campo-Meneses, K. y García-García, J. (2020. Explorando las conexiones matemáticas asociadas a la función exponencial y logarítmica en estudiantes universitarios colombianos. *Educación Matemática* 32(3), 209–40.http://doi.org/10.24844/EM3203.08

Campo-Meneses, K. G. y García-García, J. (2021). La comprensión de las funciones exponencial y logarítmica: una mirada desde las conexiones matemáticas y el Enfoque Ontosemiótico. PNA 16(1), 25-56.DOI:10.30827/pna.v16i1.15817

Carli, M., Lippiello, S., Pantano, O., Perona, M., & Tormen, G. (2020). Testing stu-

dents ability to use derivatives, integrals, and vectors in a purely mathematical context and in a physical context. *Physical Review Physics Education Research*, *16*(1).

Cho, P. & Nagle, C. (2017). Procedural and conceptual difficulties with slope: An analysis of students‟ mistakes on routine tasks. International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 3(1), 135-150.

Ciccioli, Virginia y Sgreccia, Natalia. Training in Analytical Geometry for Future Teachers. Case Study Based on the *MKT*. *Educ. mat.* [online]. 2017, vol.29, n.1, pp.141-170. Epub 14-Feb-2022. ISSN 2448- 8089. https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.01011

DECRETO 65/2022 B.O.C.M. Núm. 176, de 26 de julio del 2022, del Consejo de Gobierno, por el que se establecen para la Comunidad de Madrid la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria

De Gamboa, G., Caviedes, S., & Badillo, E. (2024). El papel de las conexiones intramatemáticas en el aprendizaje de los números decimales. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 25*, 131-149. https://doi.org/10.35763/aiem25.6399

Dolores-Flores, C., Rivera-López, M. I. y García-García, J. (2019). Exploring mathematical connections of pre-university students through tasks involving rates of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50(3)*, 369-389. http://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1507050

Educagob, Portal del Sistema Educativo Español: Currículo de Matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria y Competencias Específicas

Evitts, T. (2004). Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula. Tesis de doctorado no publicada. Pennsylvania State University College of Education.

Font, V., & Rodríguez-Nieto, C. A. (2024). Naturaleza y papel de las conexiones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 25, 1-7.* https://doi.org/10.35763/aiem25.6777

Flores-García, S., Gonzalez-Quezada, M., y Herrera-Chew, A. (2007). Dificultades de entendimiento en el uso de vectores en cursos introductorios de mecánica. *Revista Mexicana de Física E*, *53*(2), 178-185.

García, J. (2018). Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario. [Tesis de doctorado no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero, México]. https://www.researchgate.net/profile/Javier_Garcia-Garcia4

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 49*(2), 227-252. http://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355994

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2020). Exploring pre-university students‟ mathematical connections when solving Calculus application problems. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1-25. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2021). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and

antiderivative functions. Mathematics Education Research Journal, 33(1), 1-22. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x

Garcia, N., y Rodriguez-Muniz, L. (2013). Errores y dificultades de aprendizaje en relación con el concepto de vector.

Heckler, A. F., & Scaife, T. M. (2015). Adding and subtracting vectors: The problem with the arrow representation. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 11(1),* 010101. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.010101

Hiebert, J., y Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. En *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65–97). Macmillan Publishing Co, Inc.

Jaijan, W., & Loipha, S. (2012). Making mathematical connections with transformations using open approach. *HRD Journal, 3(1)*, 91-100. https://so01.tci-thaijo.org/index.php/HRDJ/article/view/11305

Klein, P., Burkard, N., Hahn, L., Dahlkemper, M. N., Eberle, K., Jaeger, T., & Herrlich, M. (2021). Coordinating vector field equations and diagrams with a serious game in introductory physics. *European Journal of Physics, 42(4),* 045801. https://doi.org/10.1088/1361-6404/abef5c

Latifa, B. R. A., Purwaningsih, E., & Sutopo, S. (2021). Identification of students' difficulties in understanding of vector concepts using test of understanding of vector. Journal of Physics: Conference Series, 2098(1), 012018. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2098/1/012018

Mansilla, D. (6 de Agosto de 2024). *¿Cuánto sabes de rectas?* [Juego online]. Educaplay. https://es.educaplay.com/recursos-educativos/1881376-cuanto_sabes_de_rectas.html

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Mhlolo, M. K. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive Level: A Tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 16(2)*, 176-191 https://doi.org/10.1080/10288457.2012.10740738

Ministry of National Education. (2013). Secondary level mathematics curriculum: Grades 9–12. Ankara: Directorate of State Books

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM](2000).Principles and standards for school mathematics. Autor.

NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2013). *Connecting the NCTM process standards and the CCSSM practices*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Nguyen, N. L., & Meltzer, D. E. (2003). Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses. American Journal of Physics, 71(6), 630-638. https://doi.org/10.1119/1.1571831

OpenAI. (2025). ChatGPT (Versión GPT-4.0) [Modelo de lenguaje AI]. https://openai.com/chat

Organización de las Naciones Unidas. (5 de Junio de 2018). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/

ParaDoppler. (19 de Febrero de 2021). *Vectores y videojuegos* [Archivo de Vídeo].

YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=rbhcSdgYfA0

Profeberny. (11 de Septiembre de 2022). *Puntos en el plano y vectores* [Cuestionario online]. Wordwall. https://wordwall.net/es/resource/35584633/matem%c3%a1ticas/puntos-en-el-plano-y-vectores

Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria en España

Sabah, S. (2023). "Science and engineering students' difficulties in understanding vector concepts". EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2023, 19(8), em2310 ISSN:1305-8223 (online)

Salgado-Beltrán, G. y García-García, J.(2024). Conexiones Matemáticas utilizadas por profesores mexicanos de nivel medio superior al resolver tareas sobre la pendiente. *PNA, 18(3)*, 255-283. https://doi.org/10.30827/pna.v18i3.27691

Sánchez, R. *Ecuaciones de la recta* [Archivo de vídeo]. Edpuzzle. https://edpuzzle.com/media/67e39df1fcb25d208ff36fe5

Siguero, A. (s.f.). *Posiciones relativas de dos rectas en el plano* [Archivo de vídeo]. Edpuzzle. https://edpuzzle.com/media/67e5922a9140f2ba0208c45f

Tairab, H., Al Arabi, K., Rabbani, L., & Hamad, S. (2020). Examining Grade 11 science students' difficulties in learning about vector operations. *Physics Education*, *55*(5). https://doi.org/10.1088/1361-6552/aba107

Toh, T. L., & Choy, B. H. (Eds.) (2021). *Mathematics-Connection and Beyond. Year book 2020*. Association of Mathematics Educators. World Scientific. https://doi.org/10.1142/12279

Udlayenypadilla. (1 de Abril de 2022). *Ecuación de la recta* [Juego online]. Wordwall. https://wordwall.net/es/resource/27127059/ecuaci%C3%B3n-de-la-recta